

Série N01 : Les torseurs

Exercice 1 :

Soient les trois vecteurs $\vec{V}_1 = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{V}_2 = \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{V}_3 = \vec{i} - \vec{j}$, définie dans un repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et liés respectivement aux points A(0,1,2), B(1,0,2), C(1,2,0).

- 1- Construire le torseur $[\vec{T}]_0$, associé au système des trois vecteurs.
- 2- Déduire l'automoment
- 3- Calculer le pas du torseur
- 4- Déterminer l'axe central du torseur

Exercice 2 :

Soient le torseur $[\vec{T}_1]_0$ défini par les trois vecteurs :

$$\vec{V}_1 = -2\vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k}, \quad \vec{V}_2 = 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}, \quad \vec{V}_3 = -\vec{i} - 2\vec{j} + 8\vec{k}$$

Définie dans un repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et liés respectivement aux points A(1,0,0), B(0,1,0), C(0,0,1). Soit le

$$\text{Torseur : } [\vec{T}_2]_0 = \begin{cases} \vec{R}_2 \\ \vec{M}_{20} \end{cases} \quad \text{ou } \vec{R}_2 = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \text{ et } \vec{M}_{20} = -3\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}$$

- 1- Déterminer les éléments de réduction du torseur $[\vec{T}_1]_0$
- 2- Calculer le pas et l'axe centrale du torseur : $[\vec{T}_2]_0$
- 3- Calculer la somme et le produit des deux torseurs
- 4- Calculer l'automoment du torseur somme $[\vec{T}]_0 = [\vec{T}_1]_0 + [\vec{T}_2]_0$

Exercice 3 :

Soient deux torseurs $[\vec{T}_1]_A$ et $[\vec{T}_2]_A$ définis au même point A par les éléments de réductions dans un repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

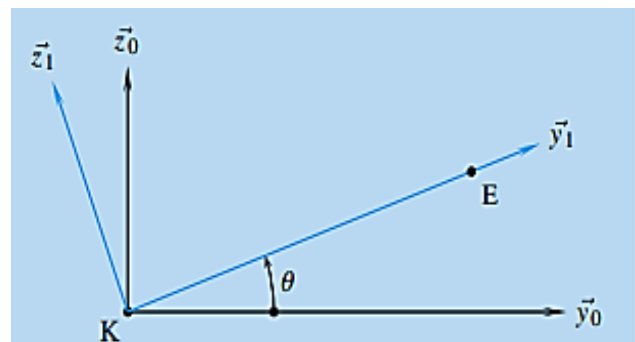
$$[\vec{T}_1]_A = \begin{cases} \vec{R}_1 = -3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k} \\ \vec{M}_{1A} = 4\vec{i} - \vec{j} - 7\vec{k} \end{cases} \quad \text{et} \quad [\vec{T}_2]_A = \begin{cases} \vec{R}_2 = 3\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k} \\ \vec{M}_{2A} = 4\vec{i} + \vec{j} + 7\vec{k} \end{cases}$$

- 1- Déterminer l'axe centrale et le pas du torseur : $[\vec{T}_1]_A$
- 2- Déterminer l'automoment du torseur $[\vec{T}_1]_A$, montrer qu'il est indépendant du point A.
- 3- Construire le torseur $[\vec{T}]_A = a. [\vec{T}_1]_A + b. [\vec{T}_2]_A$
- 4- Quelle relation doivent vérifier **a** et **b** pour le torseur $[\vec{T}]_A$ soit torseur couple.

Exercice 4 :

Un manège pour enfant comporte un bras de longueur variable en rotation autour d'un axe. Le plan d'évolution du bras est un plan $(K, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Un moteur actionne la rotation d'axe $(K, \vec{x}_0)$ et un vérin fait varier longueur ρ du bras défini par $\vec{KE} = \rho. \vec{y}_1$.

- Calculer $\left[\frac{d\vec{KE}}{dt} \right]_0$
- Calculer $\left[\frac{d^2\vec{KE}}{dt^2} \right]_0$



la

Exercice 5 :

Soit la structure très simplifiée d'un bras de robot évoluant dans un plan $(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1)$. Deux moteurs pilotent les deux rotations possibles, respectivement autour des axes $(A, \vec{z}_1)$ et $(B, \vec{z}_2)$. On donne $\vec{AB} = a \cdot \vec{x}_2$ et $\vec{BC} = b \cdot \vec{x}_3$. Les longueurs a et b étant constantes au cours du temps.

- 1- Tracer les figures de définition des deux angles α et β
- 2- En déduire les expressions des vecteurs rotation $\vec{\Omega}(2/1)$ et $\vec{\Omega}(3/2)$.
- 3- Calculer $\left[\frac{d\vec{AB}}{dt}\right]_1$, $\left[\frac{d\vec{BC}}{dt}\right]_2$ et $\left[\frac{d\vec{BC}}{dt}\right]_1$
- 4- Déduire l'expression de $\left[\frac{d\vec{AC}}{dt}\right]_1$

