4.2.جملة عدة مبالغ:

يكفي أن نحسب جملة كل مبلغ على حدى ثم نجمعها مع بعضها البعض:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_n$$

5.2.حساب القيمة الحالية بفائدة مركبة: القيمة الحالية هنا هي قيمة المبلغ المقترض أو المستثمر في بداية المدةn للحصول على الجملة في نهايتها ونرمز لها بالرمز C حيث لدينا:

$$S = C\,(1+i)^n$$

ومنه نجد:

$$C = \frac{S}{(1+i)^n}$$

ومنه:

$$C = S(1+i)^{-n}$$

ولصعوبة حساب القيمة $(1+i)^{-n}$ يدويا، فقد أعد لها جدول مالي رقم 2 ولعدد من المعدلات و السنوات المستعملة عادة(المعدلات من 1% الى 25%) و السنوات (من 1 الى 50 سنة).

6.2.حساب الفائدة المحصل عليها في مدة الرسملة:

وهي ما يتحمله مستعمل الأموال خلال مدة العقد المقدر بـ n فترة، فهي الفرق بين الجملة والقيمة الحالية و نرمز لها بالرمز I

$$S = C\,(1+i)^n$$

$$I = S - C$$

$$I = C(1+i)^n - C$$

$$I = C[(1+i)^n - 1]$$

7.2.حساب معدل الفائدة:

معدل الفائدة أو النسبة المطبقة على المبلغ المودع أو المستثمر، ويرمز له بالرمز t أو i ، حيث i=t%. من العلاقة العامة للفائدة المركبة نستطيع ايجاد علاقة لحساب معدل الفائدة كمايلي:

$$S = C\,(1+i)^n$$

$$(1+i)^n = \frac{S}{C}$$

$$(1+i) = \sqrt[n]{\frac{S}{C}}$$

$$i = \left(\frac{S}{C}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

8.2.حساب مدة الجملة:

من نفس العلاقة العامة للفائدة هناك طريقتين لحساب المدة، إما باستعمال الجداول المالية أو باستعمال اللوغاريتم النيبيري Ln.

1.بإستعمال الجداول المالية:

أ- فبإستعمال الجدول المالي رقم 1: نحسب قيمة القوس $(1+i)^n$

وبمعلومية i نصل الى تحديد n بالنظر الى الجدول في عمود المدة المتقاطع مع قيمة القوس عند المعدل i بحيث:

$$(1+i)^n = \frac{S}{C}$$

ب- باستعمال الجدول المالي رقم 2: من علاقة القيمة الحالية نحسب قيمة القوس $(1+i)^{-n}$

و بنفس الطريقة نصل الىn باستعمال الجدول المالي رقم 2 بحيث:

$$(1+i)^{-n} = \frac{C}{S}$$

2.بإستعمال اللوغاريتم النيبيري إنطلاقا من علاقة الجملة:

بالاستفادة من خصائص اللوغاريتم النيبيري نصل الى القيمةn دون اللجوء الى الجداول المالية:

$$S = C\,(1+i)^n$$

$$(1+i)^n = \frac{S}{C}$$

$$n\,Ln(1+i) = Ln\frac{S}{C}$$

$$n = \frac{LnS - LnC}{Ln(1+i)}$$

مثال7:

مبلغ من المال قدره 430000 دج وظف بالبنك بمعدل فائدة مركبة 5%لكل سداسي لمدة 3 سنوات.

1-أحسب الجملة المحصلة في نهاية المدة؟

2-أحسب الفوائد المحصل عليها في نهاية المدة؟

الحل:

1-حساب الجملة المحصلة في نهاية المدة:

هنا الفائدة تحسب لكل سداسي بنسبة 5% أي 6 مرات في هذه الفترة.

C=430000 ; t=5% ;n=6

$$S = C\,(1+i)^n$$

$$S = 430000\,(1+0.05)^6$$

$$S = 430000\,(1.340095641)$$

$$S = 576241.12\ DA$$

2-حساب الفوائد المحصل عليها في نهاية المدة:

$$I = S - C$$

$$I = 576241.12 - 430000$$

$$I = 146241.12$$

6.2 المعدلات المتناسبة والمعدلات المتكافئة:

1.6.2.المعدلات المتناسبة:

تستعمل معدلات الفائدة عادة سنويا، أي تحسب على المبلغ مرة واحدة في كل نهاية السنة، إلا أن تطبيق لمعدل الفائدة كل ستة أشهر أو 3 أشهر أو أقل، في هذه الحالة تصبح المدة n للإيداع ليست بالسنوات بل عدد الفترات الجزئية من السنة حسب الحالة، كما تبقى الجداول المالية صالحة للإستعمال في هذه الحالات لأن n في هذه الجداول تعبر عن عدد المرات التي تحسب فيها الفائدة المركبة على المبلغ و ليس عن عدد السنوات فقط.

ونقول أن معدلين لمدتين مختلفتين متناسبتين إذا كانت النسبة بين المعدلين مساوية للنسبة بين الفترتين أي: $\frac{\text{معدل الفترة } x}{\text{معدل الفترة } y} = \frac{\text{الفترة } x}{\text{الفترة } y}$

مثال:

إن المعدل السنوي 10٪ متناسب على التوالي مع المعدل السداسي 5٪، والمعدل الثلاثي 2,5٪، والمعدل الشهري 0,83٪ لأن:

$$\frac{1}{1/2} = \frac{10\%}{5\%}$$

و$$\frac{1}{1/4} = \frac{10\%}{2{,}5\%}$$

و$$\frac{1}{1/12} = \frac{10\%}{0.83\%}$$

عموما فإن السنة هي وحدة الزمن في المعاملات المالية إلا أنه قد يحدث وأن تكون وحدة الزمن جزءا من السنة، وللتعبير عن معدل الفائدة إذا كانت وحدة الزمن أقل من سنة نقول مثلا: أن معدل الفائدة الاسمي السنوي هو 10٪ يدفع مرتين أي أن المعدل الحقيقي هو نصف سنوي ويساوي إلى 5٪ وإذا كانت معدل الفائدة الثلاثي هو 3٪ فإن المعدل السنوي الاسمي المقابل له هو 12٪ والذي يدفع كل ثلاث أشهر.

مثال:

إذا كان المعدل السنوي هو 12%، فإن:

المعدل السداسي المتناسب للمعدل السنوي 12% هو $\%6 = \frac{\%12}{\%2}$

المعدل الثلاثي المتناسب للمعدل السنوي 12% هو $\%3 = \frac{\%12}{\%4}$

المعدل الشهري المتناسب للمعدل السنوي 12% هو $\%1 = \frac{\%12}{\%12}$

مثال:

أحسب الفائدة الناتجة عن إيداع مبلغ 6000 دج لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة اسمي 8٪ يضاف إلى كل ربع سنة في الحالتين:

-حساب الفوائد ربع سنويا.

-حساب الفوائد كل سنة.

الحل:

-حساب الفوائد كل ربع سنة:

إن المعدل الاسمي السنوي 8٪ يقابل المعدل الحقيقي ربع السنوي $\frac{\%8}{4} = \%2$ ،وعليه فإن n=20

$$s = 6000(1{,}02)^{20} = 8915{,}68\ DA$$

-حساب الفوائد كل سنة:

من الخطأ الإعتماد على المعدل الإسمي المعطى وهو 8٪، بدليل أن حسابه يعطينا نتيجة غير مكافئة للأولى:

$$s = 6000(1{,}08)^{5} = 8815{,}97\ DA$$

ولهذا يجب ايجاد المعدل الحقيقي السنوي (المعدل المتكافئ مع المعدل الثلاثي 2٪) انطلاقا من المعدل الحقيقي غير السنوي باستخدام العلاقة التالية:

$$(1+i)^n = (1+i_m)^{nm}$$

حيث: i= المعدل السنوي الحقيقي.

n= عدد السنوات.

i_m= المعدل غير السنوي الحقيقي.

n_m =عدد الفترات غير السنوية.

فلو نعود إلى مثالنا السابق:

8٪ معدل سنوي اسمي يقابل 2٪ معدل حقيقي ثلاثي.

$$(1+0{,}02)^4 = (1+i)^1 \Rightarrow i \simeq 8{,}24\%$$

أي أن المعدل السنوي الحقيقي 8,24٪ يكافئ المعدل الثلاثي 2٪ ، بدليل أنه يعطي نفس الجملة مع فارق بسيط في الفواصل مرده أن المعدل هو بالتقريب 8,24٪:

$$s = 6000(1{,}0824)^5 = 8914{,}36\ DA$$

2.6.2.المعدلات المتكافئة:

نقول عن معدلين أنهما متكافئين لنفس فترة التوظيف أي عندما يعطيان لنفس المدة نفس القيمة المكتسبة بفوائد مركبة، فإذا كان t هو معدل سنوي و t_n هو معدل لمرحلة معينة فإن:

$$C(1+t) = C(1+t_n)^n \Rightarrow (1+t) = (1+t_n)^n$$

$$t = [(1+t_n)^n - 1]$$

et:

$$t_n = [(1+t_n)^{1/n} - 1]$$

مثال:

إذا كان المعدل السنوي هو 12%، فإن:

المعدل السداسي المكافئ للمعدل السنوي 12%، يحسب كمايلي:

$$t_S = [(1+0.12)^{1/2} - 1] = 5.83\% < 6\%$$

المعدل الثلاثي المكافئ للمعدل السنوي 12%، يحسب كمايلي:

$$t_t = [(1+0.12)^{1/4} - 1] = 2.87\% < 3\%$$

المعدل الشهري المكافئ للمعدل السنوي 12%، يحسب كمايلي:

$$t_m = [(1+0.12)^{1/12} - 1] = 0.95\% < 1\%$$

المعدل المكافئ < المعدل المتناسب.