المحاضرة الثامنة: الفائدة المركبة

1.تعريف الفائدة المركبة:

الفائدة المركبة هي مبلغ من المال الذي يتحمله المقترض أو مستعمل الأموال و الذي يقدمه في نفس الوقت الى البنك أو المقرض صاحب المال، ويتحدد هذا المبلغ بالعوامل الأساسية وهي قيمة رأس المال، ومدة إستعماله، ومعدل الفائدة المطبق عليه و المتفق عليه بين الطرفين مسبقا، وحتى تكون الفائدة مركبة فإنها تضاف الى رأس المال الأصلي لتتراكم حسب الفترات المتتالية أو ما يسمى بالرسملة أي أن الفوائد البسيطة المحصلة نهاية كل فترة لا تكون مستحقة من طرف المستفيد، بل تبقى لتنتج هي بنفسها فوائد بسيطة أخرى للفترات الموالية، ومن البديهي فإن الفوائد المحسوبة طبقا لهذا المنطق سوف لن تتساوى بنفس المعدل للسنوات المتتالية.

وبعبارة أخرى فإن الفائدة المركبة هي عبارة عن تطبيق متكرر للفائدة البسيطة، فالفرق بينهما يكمن في أن الأصل المطبق عليه معدل فائدة مركبة يتغير باستمرار في بداية كل وحدة زمنية بشكل متزايد بمقدار الفائدة المحققة في نهاية الوحدة الزمنية السابقة، بمعنى أن مبلغ الفائدة الناتج عن الفترة الأولى يضاف إلى أصل المبلغ المستثمر ليشكل الجملة، هذه الجملة تصبح بمثابة أصل في الفترة التالية، وتستمر هذه العملية حتى نهاية مدة القرض أو الاستثمار، وهي تدخل ضمن مجال العمليات المالية طويلة ومتوسطة الأجل(لأكثر من سنة)، في حين أن الفائدة البسيطة تستخدم في مجال العمليات المالية قصيرة الأجل التي لا تزيد مدتها عن السنة.

وبالتالي نقول أن مبلغا مودعا بفوائد مركبة، إذا أضفنا الفوائد الناتجة في نهاية الفترة الأولى إلى أصل المبلغ، لتولد بدورها فوائدا للفترة الموالية، فمع نهاية كل فترة نضيف الفوائد البسيطة إلى أصل المبلغ وهكذا دواليك.

2.علاقات الفائدة المركبة:

1.2.العلاقة الأساسية أو علاقة الجملة:

على اعتبار أن المودع أو المقرض لأمواله يهدف الى تحصيل مبالغ جديدة فإن العملية في نهاية الفترة أو السنة تعطي ما يسمى بالجملة، وهي القيمة الناتجة عن جمع المبلغ الأصلي مع الفائدة البسيطة المحصل عليها للفترة، وعلاقة الجملة هي العلاقة الأساسية المستعملة، فإذا كانت عناصر الفائدة المركبة كمايلي:

C هو المبلغ الأصلي أو المودع للإستثمار

t هي معدل الفائدة المطبقة عليه خلال وحدة زمنية معينة

n هي المدة أو عدد الوحدات الزمية أو السنوات.

S هي الجملة المحصل عليها في نهاية المدة n من الزمن.

بتزايد عدد السنوات من 1 الى n نستطيع تحديد جملة المبالغ المتراكمة حسب الجدول التالي باعتبار أن:i=t/100

مدة التوظيف	رأس المال في بداية الفترة(المبلغ الذي يحسب على أساس الفوائد)	الفائدة	القيمة المحصلة في نهاية الفترة(الجملة)
1	c	c.i	$c + c.i = c\ (1+i)$
2	$c\ (1+i)$	$c\ (1+i).i$	$c\ (1+i) + c(1+i).i = c\ (1+i)(1+i) = c(1+i)^2$
3	$c\ (1+i)^2$	$c\ (1+i)^2.i$	$c\ (1+i)^2 + c\ (1+i)^2.i = c(1+i)^2\ (1+i) = c\ (1+i)^3$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
n	$c\ (1+i)^{n-1}$	$c(1+i)^{n-1}.i$	$c\ (1+i)^n$

إذن: جملة مبلغ واحد (c) مودع لمدة (n) بمعدل فائدة (i) هو:

$$\boldsymbol{S = c\ (1+i)^n}$$

وهي توجد في الجدول المالي رقم 01

ملاحظات حول الجدول:

– القيمة المكتسبة أو الجملة المحصلة تحتوي على رأس المال الموظف و الفوائد المتراكمة خلال فترة التوظيف.

– القيمة المكتسبة خلال فوائد السنوات أو الفترات المتتالية ترتفع من سنة لأخرى بمقدار (1+i)، يشكل الجدول متتالية هندسية متزايدة حدها الأول (ci) وأساسها (1+i) وعدد حدودها (n).

– لحساب الجملة أو الفائدة يمكن استخدام الآلة الحاسبة العلمية، أو بعض البرامج البسيطة على جهاز الكمبيوتر لا سيما عند حساب الجملة أو القيمة الحالية للدفعات، وسابقا كان يلجأ لطريقتين أساسيتين لحسابهما هما: اللوغارتمات والجداول المالية كما توضحه الأمثلة التالي:

مثال1:

احسب باستخدام اللوغاريتمات وباستخدام الجداول المالية جملة مبلغ من المال قدره 80000 دج، أودع لمدة 15 سنة وهذا بمعدل فائدة مركبة يقدر ب 10٪.

الحل:

1)باستخدام اللوغاريتمات:

$$S = 80000\ (1{,}10)^{15}$$

$$\log S = \log 80000 + 15 \log 1{,}10$$

$$\log S = 4{,}90308999 + 15x0{,}0413926852$$

$$\log S = 4{,}90308999 + 0{,}620890278$$

$$\boldsymbol{log\ S = 5{,}52398027}$$

$$\boldsymbol{S = 10^{5{,}52398027} = 334179.858\ DA}$$

2) باستخدام الجداول المالية:

بالرجوع إلى الجدول المالي رقم 1، تحديدا السطر 15 و العمود 3 عند المعدل 10 %؛

نجد جملة دينار واحد مساوية ل 4,177248169

$$\boldsymbol{S = 80000x\ (1 + 0.10)^{15} = 334179{,}85\ DA}$$

ملاحظة: الجداول المالية أكثر دقة من الجداول اللوغاريتمية.

مثال2:

أحسب باستخدام اللوغاريتمات و باستخدام الجداول المالية، جملة مبلغ 150000 دج مودع لمدة 6 سنوات بمعدل سداسي 4٪.

1) باستخدام اللوغاريتمات:

$$S = 150000\ (1{,}04)^{12}$$

$$\log S = \log 150000 + 12 \log 1.04$$

$$\log S = 5.17609126 + 12x0.0170333393$$

$$\log S = 5.38049133$$

$$S = 10^{5.38049133} = 240154.832\ DA$$

2) باستخدام الجداول المالية:

بالرجوع إلى الجدول المالي رقم 1، تحديدا السطر 12 والعمود 3؛

نجد جملة دينار واحد مساوية ل 1,601032219

$$S = 150000(1,04)^{12}$$

$$S = 150000(1,601032219)$$

$$S = 240154.833\ DA$$

2.2. إيجاد الجملة من الجداول المالية:

يتم أساسا إيجاد قيمة (n) و(i) من الجداول المالية، ولكن قد يحدث وأن نكون أمام حالات تتمثل في عدم وجود المعدل و/أو المدة من الجداول وهذا حسب الحالات التالية:

الحالة الأولى: حالة وجود المعدل (i) وعدم وجود المدة (n):

وتتحقق هذه الحالة:

1-إذا كان (n) عدد صحيح > 50.

2-إذا كان (n) عدد غير صحيح أكبر أو أقل من 50.

ففي الحالة (1): نقوم بإيجاد الأعداد x , y, z..... بحيث لا تتجاوز قيمة كل منها 50.

مثال3:

أوجد جملة مبلغ 3000 دج بعد 60 سنة من الإيداع إذا كان معدل الفائدة 8٪.

الحل:

$$S = 3000(1,08)^{60} = 3000(1,08)^{30}(1,08)^{30} = 303771,19\ DA$$

وفي الحالة (2): تعالج هذه الحالة بأحدى الطرق التالية:

1- الطريقة الرياضية (طريقة الحل التجاري):

حيث يتم الاعتماد على الجدول المالي رقم 1 لحساب القيمة $(1+i)^n$ بالنسبة للسنوات الكاملة أو الصحيحة، و الجداول الملحقة المخصصة للشهور للمدة الباقية (أي الجدول المالي رقم 6).

مثال4:

أحسب جملة مبلغ 5000 دج لمدة 4 سنوات و3 أشهر بمعدل فائدة مركبة يقدر بـ 5٪:

الحل:

$$S = 5000(1{,}05)^{4+\frac{3}{12}} = 5000(1{,}05)^4(1{,}05)^{\frac{3}{12}}$$

$(1{,}05)^4 = 1{,}215506250$ من الجدول رقم 1.

$(1{,}05)^{\frac{3}{12}} = 1{,}012272235$ من الجدول رقم 6 وعليه:

$$S = 5000 \times 1{,}215506250 \times 1{,}012272235$$

$$\boxed{\boldsymbol{S = 6152{,}12\ DA}}$$