

مدخل للرياضيات المالية:

تعتبر الرياضيات المالية إحدى فروع الرياضيات الحديثة المتخصصة بالأمر المالي، إذ تعتبر أداة لتسيير القروض و الإستثمارات، حيث تعد من بين الأدوات الضرورية والأساسية في المعاملات المصرفية والبورصة حيث تتضمن القوانين والمعادلات الرياضية والحسابية التي تساعد القائمين على المؤسسات المالية و المصرفية و البورصات على اتخاذ القرارات السليمة، و إيجاد أفضل البدائل عند دراسة ملفات الزبائن المتعلقة بطلبات القروض وعمليات ايداع الأموال.

لذلك فإن تعلم الأسس و المفاهيم المتعلقة بهذا العلم يكسب المتعلم خبرة عملية ومهنية في اتخاذ القرارات المناسبة بغرض الاقتراض و الاستثمار في المشاريع المختلفة من ناحية و القدرة على مواجهة متطلبات التمويل و سداد الديون من ناحية أخرى وفق الشروط المالية التي تضعها الجهات الإقراضية، كما إن هذا العلم يعد من المستلزمات الأساسية لطبيعة العمل في المصارف المختلفة و خاصة العمليات المصرفية اليومية. (عدنان كريم نجم، 2013)

1. الفائدة البسيطة:

يمكن تعريف الفائدة بأنها المبلغ المدفوع نظير استغلال النقود المقترضة خلال مدة زمنية ما، أو بوصفها المبلغ المتحصل عليه مقابل إقراض النقود أو مقابل إيداعها في البنك. والفائدة نوعان بسيطة ومركبة، فإذا احتسبت الفائدة على المبلغ الأصلي فقط فهذه تسمى الفائدة البسيطة أما إذا أضيفت الفائدة المتحصل عليها في نهاية كل فترة إلى المبلغ الأصلي لاحتساب الفائدة للفترة الموالية فنكون هنا بصدد الفائدة المركبة.

هناك تعاريف عديدة للفائدة البسيطة تركز في مجملها على أن الفائدة البسيطة هي العائد على رأس المال المستثمر أو المقترض بشرط أن يضاف ذلك العائد على رأس المال المستثمر، إلا عند إنتهاء مدة الاستثمار للوديعة أو للقرض، وعادة ما تحتسب الفائدة البسيطة على القروض قصيرة الأجل، في حين تحسب الفائدة المركبة على القروض متوسطة وطويلة الأجل.

1.1 عناصر الفائدة البسيطة: لحساب الفائدة البسيطة لمبلغ أو لعدة مبالغ، فإن هناك

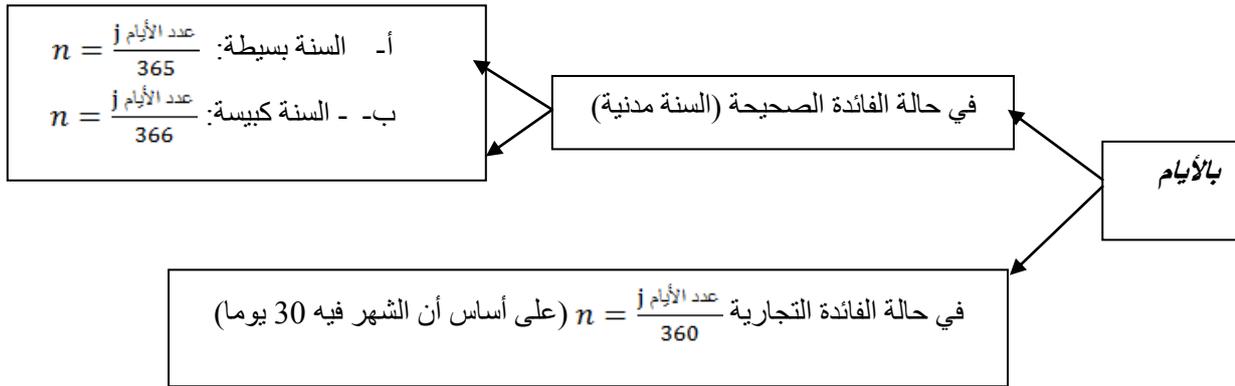
مجموعة من العناصر التي تتحكم فيها وهي:

المبلغ الأصلي (capital) (c): وهو الأصل المستثمر أو المبلغ المقترض أو المبلغ المودع.

معدل الفائدة (taux d'intérêt)(i): وهو النسبة التي تحسب على أساسها الفائدة عن وحدة رأس المال المستمر في نهاية وحدة من الزمن، ومتعارف عليه في القطاع المالي و المصرفي أنه يمثل أو يعطى بالنسبة المئوية؛ وهو يتأثر كثيرا بسعر الفائدة الذي تطبقه البنوك المركزية أو المطبق في الأسواق المالية الدولية، إذ يقوم بهذا الدور -بصفة غالبية- سعر الفائدة السائد بين البنوك الدولية في لندن والمعروف بـ ليبور Libor، الذي جرى استخدامه على نطاق واسع كمقياس تسعيري للصفقات التمويلية الآجلة التي تعقدها المؤسسات المالية الدولية، وعادة ما يكون معدل الفائدة سنويا أو جزءا من السنة.

المدة الزمنية (n): وهي الفرق بين تاريخ الإيداع وتاريخ السحب إذا تعلق الأمر بإيداع مبلغ في أحد البنوك، أما إذا تعلق الأمر بالحصول على قرض، فإن الفترة الزمنية هي الفرق بين تاريخ الاقتراض و تاريخ السداد، وعادة ما تكون الفترة الزمنية هي السنة، وقد تكون أيضا جزءا من السنة (شهور أو أيام). فإذا كانت المدة:

$$\text{بالشهور: } n = \frac{m}{12} \quad \text{فإن } n = \frac{\text{عدد الشهور}}{12}$$



تنبيه:

فيما يتعلق بحساب عدد الأيام؛ إذا كانت الفترة الزمنية معبر عنها بمدة بين تاريخين، سواء كانت الفائدة صحيحة أو تجارية فإن عدد الأيام يحسب كما يلي:

1- لا نحسب اليوم الأول ولكن نحسب اليوم الأخير.

2- كل شهر يحسب بعدد أيامه الحقيقية (31 يوما للأشهر جانفي، مارس، ماي، جويلية، أوت، أكتوبر، ديسمبر و30 يوما للأشهر أفريل، جوان، سبتمبر، نوفمبر وشهر فيفري حسب الحالة).

3- أما بالنسبة لعدد أيام السنة الفلكية هي 365 يوم وربع، قسمت على أربع سنوات كمايلي:
 خلال ثلاث سنوات متتالية عدد أيام السنة هو 365 يوم، حيث يحتوى شهر فيفري على 28
 يوم فهي سنة بسيطة ولا تقبل القسمة على 4، بينما السنة الرابعة فعدد أيام السنة هو 366
 يوم، وذلك بتجميع الربع يوم أربع مرات فيصبح مساويا ليوم واحد يضاف الى شهر فيفري للسنة
 الرابعة، ليصبح عدد أيام شهر فيفري 29 يوما وبالتالي فهي سنة كبيسة وتقبل القسمة على 4.
 وعليه تعتبر السنة التي عدد أيامها 365 يوم أو 366 يوم هي سنة صحيحة، أما السنة التي
 تحتوي على 360 يوم فهي سنة تجارية، أما السنة القرنية التي تبدأ (تنتهي) بصفرين
 مثل: 1700، 1800، 1900، 2000 فإنها كبيسة إذا قبلت القسمة على 400 وليس على 4،
 فمثلا سنة 2000 هي سنة كبيسة لأنها تقبل القسمة على 400، في حين سنة 1900 لا تقبل
 القسمة على 400 و بالتالي فهي سنة بسيطة وشهر فيفري فيها يكون 28 يوما.

4- الفائدة المحسوبة والأكثر استعمالا هي الفائدة التجارية مهما كانت السنة كبيسة او بسيطة
 وفق القانون المطبق في البنوك، حيث المقام يشمل 360، اما إذا قسمنا على 365 أو 366
 فنحسب الفائدة الصحيحة(الحقيقية).

مثال:

أودع شخص مبلغ (C) في بنك بمعدل فائدة (t%) بتاريخ 2 فيفري 2000 وسحبه بتاريخ 17
 سبتمبر 2000.

أحسب عدد أيام الإيداع؟

الحل :

فيفري 29-2 27 يوما.

مارس 31 يوما.

أفريل 30 يوما.

ماي 31 يوما.

جوان 30 يوما.

جويلية 31 يوما.

أوت 31 يوما.

سبتمبر 17 يوما.

المجموع 228 يوما.

ملاحظات:

إن الفوائد تحسب تجارية ما لم ينص خلاف ذلك.

معدل الفائدة سنوي ما لم ينص خلاف ذلك.

وعليه فالصيغة الرياضية لحساب الفائدة البسيطة هي:

$$I = C . i . n$$

مع التنبيه على ضرورة توافق المدة الزمنية مع معدل الفائدة، فإذا كان المعدل سنويا كانت الفترة الزمنية هي سنة واحدة مثلا، وإذا كان المعدل سداسيا فإن هناك فترتان زمنيتان.

مثال 1:

اقترض شخص مبلغ 8000 دج في 28-01-2015 بمعدل فائدة 4%، فإذا علمت أن الفائدة المستحقة عند سداد هذا القرض بلغت 88 دج، فما هو تاريخ سداد هذا القرض؟

الحل :

$$n = \frac{I}{c.i} \Rightarrow n = \frac{j}{360} = \frac{88}{8000 \times 0,04} \Rightarrow j = 99$$

شهر جانفي 03 أيام (28-31)

شهر فيفري 28 يوم

شهر مارس 31 يوم

شهر أفريل 30 يوم

شهر ماي 07 أيام

وعليه فتاريخ سداد هذا القرض هو 07 ماي 2015.

مثال 2:

أودع شخص مبلغ 9000 دج في بنك بمعدل فائدة سداسي 2,5%، وبعد 8 أشهر سحب رصيده من البنك

ما هي قيمة هذه الفائدة؟

الحل :

$$I = 9000 \times 0,025 \times \frac{8}{6} = 300DA$$

ويمكن تحويل المعدل السداسي إلى معدل سنوي فتحسب الفائدة كما يلي :

$$I = 9000 \times (0,025 \times 2) \times \frac{8}{12} = 300DA$$

1-1 طرق تطبيقية لحساب الفائدة البسيطة:

قد تواجهنا مشاكل أثناء القيام بحسابات الفائدة سواء من ناحية تعددها أو من ناحية وجود فواصل غير منتهية مما يستوجب استعمال طرق أخرى لحساب الفائدة بهدف تسهيل الحسابات وتدقيقها، ومن أشهر هذه الطرق نجد طريقة النمر والقاسم (la méthode des nombres et diviseurs). هذه الطريقة تستعمل أيضا في حالة حساب فوائد لعدة مبالغ بنفس المعدل. فانطلاقا من العلاقة:

$$I = c.i.n = \frac{cXtXj}{36000}; \text{ مع العلم بأن } i = \frac{t}{100} \text{ et } n = \frac{j}{360}$$

ثم نقسم البسط والمقام على t فنحصل على

$$I = \frac{cXj}{\frac{36000}{t}}$$

نطلق على الجداء (c.j) بالنمر N

ويطلق على النسبة $\frac{36000}{t}$ بالقاسم D

$$I = \frac{N}{D} \text{ إذن}$$

وبين الجدول التالي بعض تطبيقات لبعض المعدلات

T	D
1,5	24000
2	18000
3	12000
5	7200

مثال: احسب مجموع الفوائد المستحقة على المبالغ الآتية بمعدل فائدة 9% سنويا:

5000 دج تستثمر لمدة 40 يوما.

8000 دج تستثمر لمدة 76 يوما.

12000 دج تستثمر لمدة 115 يوما.

C	J	c j
5000	40	200000
8000	76	608000
12000	115	1380000

$$i = 9 \% \longrightarrow D = 36000/9 = 4000$$

إذن :

$$I = \frac{N}{D} = \frac{2188000}{4000} = 547 \text{ DA}$$

أو

$$I = 2188000 \frac{0,09}{360} = 547 \text{ DA}$$

1-2 العلاقة بين الفائدتين التجارية والصحيحة (الحقيقية):

$$I_C = \text{الفائدة التجارية} = \text{المبلغ الأصلي} \times \text{المعدل} \times \text{عدد الأيام} / 360$$

$$I_R = \text{الفائدة الصحيحة} = \text{المبلغ الأصلي} \times \text{المعدل} \times \text{عدد الأيام} / 365 \text{ (السنة بسيطة) وبعد}$$

القسمة على 5 أو 500 تصبح:

$$\frac{I_C}{I_R} = \frac{365}{360} = \frac{73}{72} \Rightarrow \boxed{I_C = \frac{73}{72} I_R}$$

$$I_R = \text{الفائدة الصحيحة} = \text{المبلغ الأصلي} \times \text{المعدل} \times \text{عدد الأيام} / 366 \text{ (السنة كبيسة) وبعد}$$

القسمة على 6 أو 600 تصبح:

$$\frac{I_C}{I_R} = \frac{366}{360} = \frac{61}{60} \Rightarrow \boxed{I_C = \frac{61}{60} I_R}$$

الفائدة التجارية أكبر من الفائدة الصحيحة

تمارين للحل:

التمرين الأول: اقترض شخص من البنك مبلغ 9000 دج بتاريخ 3 فيفري 2020 على أن يسدد القرض بتاريخ 15 أوت 2020 بمعدل فائدة 8%. أوجد الفائدة المستحقة على هذا المقترض وفق الطريقة المباشرة(العادية) و وفق طريقة النمر و اقواسم؟
الحل:

1. الطريقة المباشرة(العادية):

$$I = c.i.n = \frac{cX tXj}{36000}$$

$$I = c.i.n = \frac{9000X 8X194}{36000}$$

$$I = 388$$

2. طريقة النمر و القواسم: (La méthode des chiffres et Fractions method (La méthode des nombres et Diviseurs))

$$I = \frac{cXj}{36000} = \frac{N}{D}$$

$$I = \frac{9000X194}{\frac{36000}{8}} = \frac{N}{D} = \frac{1746000}{4500}$$

$$I = 388$$

التمرين الثاني: اقترض تاجر مبلغ ما لمدة 6 شهور بمعدل فائدة 6%، فإذا بلغت الفوائد المستحقة على هذا التاجر في نهاية المدة 450 دج. أوجد المبلغ المقترض.
الحل:

$$I = c.i.n = \frac{cX tXm}{1200}$$

$$450 = \frac{cX 6X6}{1200}$$

$$C = \frac{1200X 450}{36} = 15000$$

التمرين الثالث: حسبت الفائدتان التجارية والصحيحة(الحقيقية) لمبلغ من المال استثمر لعدد من الأيام فوجد أن الفائدة الصحيحة تقل عن الفائدة التجارية بـ 50 دج. أوجد كلا من الفائدتين؟
الحل:

لدينا: $IR = IC - 50$

وبالتعويض في القانون نجد:

$$IC = \frac{73}{72} IR$$

$$IC = \frac{73}{72} (IC - 50)$$

$$IC = \frac{73IC - 3650}{72}$$

$$IC = 3650$$

ومنه:

$$IR = 3600$$

التمرين الرابع: ماهي الفائدة المحصل عليها من توظيف مبلغ مالي قدره 45000 دج من 02 جانفي 2010 الى 11 مارس 2010، وبمعدل فائدة 10%؟

الحل:

$$I = c.i.n = \frac{cX tXJ}{36000}$$
$$I = c.i.n = \frac{45000X10X68}{36000}$$

$$I = 850$$