2.2- Théories de la rupture

Dans la conception des structures nous sommes concernés par la capacité portante des matériaux précisément par le point d'écoulement des matériaux ou la rupture. Dans les analyses précédentes (domaine d'élasticité), l'écoulement des matériaux était défini par plusieurs méthodes basées essentiellement sur l'expérimentation. Dans ce qui suit, nous présentons des théories de rupture qui ont été développés ces dernières années et qui sont universellement utilisées.

2.2.1- La théorie des contraintes maximales

Rankine, en 1857 a proposé que l'écoulement se passe quand une des contraintes principales sera égale à la contrainte d'écoulement$\boldsymbol{\sigma}_0$ à la traction simple (tension) ou σ_{oct}(octohedrale) en compression (voir fig ci-dessous)

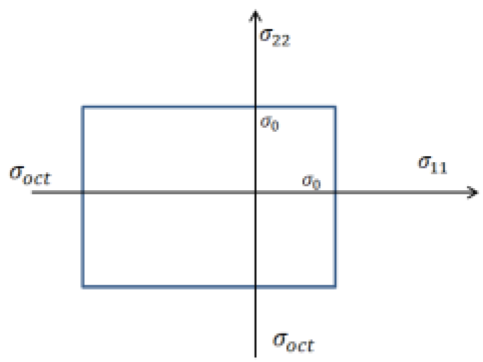

fig.3 : Théorie des contraintes maximales

$$\sigma oct = \frac{1}{3}(\sigma 1 + \sigma 2 + \sigma 3) = \sigma m$$

Le bloc rectangulaire appelé **la surface d'écoulement**, devient carré si$\sigma_0 = \sigma_{oct}$.Il est à noter que n'importe quel état de contrainte sur ou à l'extérieur du block (la surface d'écoulement) implique l'écoulement du matériau ou la phase post élastique.

2.2.2- Théorie des déformations maximales

Cette théorie a été proposée pour la première fois par **Saint-Venant** en 1870. La théorie des **déformations maximales** stipule que l'écoulement se passe quand la

valeur maximale des déformations principales sera égale à la déformation d'écoulement en tension simple ou en compression.
Si γ_0 est la déformation d'écoulement et σ_0 , la contrainte correspondante, alors de la loi de Hooke on a :

$$\gamma_0 = \frac{\sigma_0}{E} \qquad (1)$$

E est le module de Young ou module d'élasticité longitudinale.
Pour un état bi-axial de contraintes, les déformations principales sont :

$$\gamma_{11} = \frac{\sigma_{11}}{E} - \mu\frac{\sigma_{22}}{E}, \quad \gamma_{22} = \frac{\sigma_{22}}{E} - \mu\frac{\sigma_{11}}{E}$$

Et alors, $\sigma_{11} = E\gamma_{11} + \mu\sigma_{22}$ (2)

$$\sigma_{22} = E\gamma_{22} + \mu\sigma_{11} \qquad (3)$$

μ : est le coefficient de Poisson
Les déformations principales seront égales aux déformations d'écoulement, c'est-à-dire si :

$$\gamma_{11} = \gamma_0 = \frac{\sigma_0}{E} \text{ et } \gamma_{22} = \gamma_0 = \frac{\sigma_0}{E}$$

Donc les équations (2) et (3) prennent les formes :

$$\sigma_{11} = \sigma_0 + \mu\sigma_{22} \qquad (4)$$

$$\sigma_{22} = \sigma_0 + \mu\sigma_{11} \qquad (5)$$

Si nous présentons ces équations sur un repère de contraintes, nous obtenons la surface d'écoulement en forme de Diamant

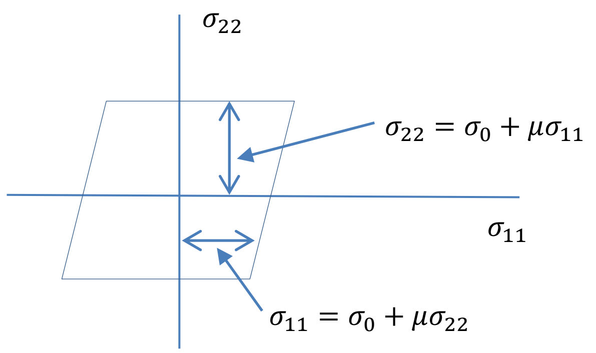

Fig. 3.1- Théorie des déformations maximales