*Mohamed Khider University of Biskra*
*Department of Material Sciences*
*Module: Mathematics I*

*Academic Year:* 2024/2025
*The date :* 17/02/2025

# سلسلة الأعمال الموجهة رقم 2

## تمرين رقم – 1 – Exercise N°

**حل الجمل الخطية التالية باستعمال طريقة غوص:**

*Solve the following linear system using the Gauss method:*

$$\begin{cases} x & +y & +2z & = & 3 \\ x & +2y & +z & = & 1 \\ 2x & +y & +z & = & 0 \end{cases}, \qquad \begin{cases} x & & +2z & = & 1 \\ & -y & +z & = & 2 \\ x & -2y & & = & 1 \end{cases}.$$

## تمرين رقم – 2 – Exercise N°

1) **أوجد حلول الجملة التالية بأربع طرق مختلفة (بالتعويض ، بالطريقة المحورية لغوص، بقلب مصفوفة المعاملات و باستخدام صيغة كرامر):**

*Find the solutions to the following system in four different ways (by substitution, by the pivot-Gauss's method, by matrix inversion coefficient and by using Cramer's method):*

$$\begin{cases} 2x & + & y & = & 1 \\ 3x & + & 7y & = & -2 \end{cases}$$

2) **اختر الطريقة التي تبدو لك أنها الأسرع في الحل، وفقا لقيم $a$ لإيجاد حلول الجمل التالية:**

*Choose the method that seems to be the fastest to solve, according to the values of $a$, to find solutions to the following system:*

$$\begin{cases} ax & + & y & = & 2 \\ (a^2+1)x & + & 2ay & = & 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} (a+1)x & + & (a-1)y & = & 1 \\ (a-1)x & + & (a+1)y & = & 1 \end{cases}$$

## تمرين رقم – 3 – Exercise N°

أوجد حلول الجملة الثالية :

*Find solutions to the following system:*

$$(S) = \begin{cases} 3x & & +2z & & = 0 \\ & 3y & +z & +3t & = 0 \\ x & +y & +z & +t & = 0 \\ 2x & -y & +z & -t & = 0 \end{cases}$$

## تمرين رقم – 4 – Exercise N°

حل الجملة الثالية باستعمال طريقة المصفوفة المعكوسة وما التفسير الهندسي للنتيجة التي تحصلة عليها؟

*Solve the following system using the inverse matrix method, and what is the geometric explanation for the result that you get?*

$$\begin{cases} x + my &= -3 \\ mx + 4y &= 6 \end{cases}$$

## تمرين رقم – 5 – Exercise N°

ناقش وفقا لقيمة الوسيط $a \in \mathbb{R}$ حلول الجملة:

*Discuss according to the value of the intermediate $a \in \mathbb{R}$ solutions to the system:*

$$\begin{cases} 3x & +y & -z &= 1 \\ x & -2y & +2z &= a \\ x & +y & -z &= 1 \end{cases}$$

## تمرين رقم – 6 – Exercise N°

لتكن $A$ مصفوفة من $\mathscr{M}_3(\mathbb{R})$ المعرفة كمايلي :

*Let $A$ be a matrix of $\mathscr{M}_3(\mathbb{R})$ defined as follows:*

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

1) هل المصفوفة $A$ قابلة للتقطير ؟

*Is the matrix $A$ diagonalizable?*

2) أحسب $(A - 2I_3)^2$ ثم $(A - 2I_3)^n$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$. إستنتج $A^n$.

*Calculate $(A - 2I_3)^2$ then $(A - 2I_3)^n$ for each $n \in \mathbb{N}$. Deduce $A^n$.*

## تمرين رقم – 7 – Exercise N°

لتكن المصفوفة *Let the matrix*

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

1) أوجد كثير الحدود المميز للمصفوفة $A$.

*Find the characteristic polynomial of the matrix A.*

2) أثبت أن المصفوفة $A$ قابلة للتقطير ثم أوجد المصفوفة $D$ القطرية ومصفوفة العبور $P$ العكوسة حيث $A = PDP^{-1}$.

*Prove that the matrix A is diagonalizable and then find the diagonal matrix D and the invertible transit matrix P where $A = PDP^{-1}$.*

3) أحسب $A^n$ من أجل $n \in \mathbb{N}$.

*Calculate $A^n$ for $n \in \mathbb{N}$.*

## تمرين رقم – 8 – Exercise N°

لتكن المصفوفة $A$ : *Let the matrix A*

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1) أقطر المصفوفة $A$.

*Diagonalize the matrix A.*

2) عبر عن حلول الجملة التفاضلية $X' = AX$ في قاعدة الأشعة الذاتية وأرسم مساراتها.

*Express the solutions of the differential system $X' = AX$ in the eigenvector rule and draw their paths.*

## تمرين رقم – 9 – Exercise N°

لتكن المصفوفة $A$ : *Let the matrix A*

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & -1 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

1) حلل كثير الحدود المميز لـ $A$ إلى جداء عوامل ثم أوجد القيم الذاتية للمصفوفة.

*Factorize the characteristic polynomial of A and then find the eigenvalues of the matrix.*

2) أوجد الفضاءات الشعاعية الجزئية الذاتية لـ $A$. *Find the sub-eigen-vectorial spaces of A.*

3) هل المصفوفة $A$ قابلة للتقطير؟ *Is the matrix A diagonalizable?*