Chapitre 6 ECOULEMENT EN CHARGE

6.1 Généralités

L'écoulement d'un fluide réel engendre des forces de frottement dues à la viscosité et à la turbulence. La présence de ces forces induit une perte de charge qui est une transformation irréversible de l'énergie mécanique en énergie thermique.

6.2 Définition

Les écoulements en charge sont des écoulements confinés à l'intérieur d'un contenant, en générale une conduite. La pression à l'intérieur de ces écoulements peut être : - Pression d'écoulement dans la conduite supérieur à la pression atmosphérique :

$p_{cond} > p_{atm}$

6.3 Calcul hydraulique d'écoulements dans les conduites en charge

6.3.1 Conduite simple

C'est une conduite à diamètre constant sans bifurcation aucune, caractérisée par un diamètre interne D_{in} et un diamètre externe D_{ex}, une longueur L et une rugosité ε des parois internes, pouvant transporter un débit Q. la différence entre Di et De donne l'épaisseur de la paroi, généralement plus grande dans le cas des fortes pressions Dans ce cas, le débit ainsi que la vitesse de l'eau qui transite par cette conduite sont constants d'un bout à l'autre.

La formule de Chézy es

$$H_A - H_B = \Delta H = \frac{8\lambda L}{g\pi^2 D_{in}^5}$$

$$h_l = \lambda \frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

En introduisant la notion de ‘‘ Rayon hydraulique ‘’ R égal au rapport entre la surface A et le périmètre d'écoulement P :

$$R = \frac{A}{P} = \frac{\pi D^2}{4\pi D} = \frac{D}{4} \rightarrow D = 4R$$

La formule de la perte de charge devient :

$$h_r = \lambda \frac{L}{4R}\frac{V^2}{2g} = \frac{\lambda}{8g}\frac{L}{R}V^2$$

Et comme $\frac{h_l}{L}$ = J : Pente Hydraulique

$$J = \frac{\lambda}{8g}\frac{V^2}{R}$$

$$V^2 = \frac{8g}{\lambda} \, R \, J \rightarrow V = \sqrt{R\,J}\sqrt{\frac{8\,g}{\lambda}}$$

En posant $C = \sqrt{\frac{8\,g}{\lambda}}$: Coefficient de Chézy , on obtient finalement :

$$V = C\sqrt{R\,J}$$

Ou bien, en introduisant le Débit Q :

$$Q = A\,C\sqrt{R\,J}$$

De plus, Chézy propose la formule empirique suivante pour le calcul de C :

$C = \frac{1}{K}R^{\frac{1}{6}}$ avec : k = rugosité de la conduite

ce qui donne :

$$Q = A\,\frac{1}{k}R^{1/6}R^{1/2}J^{1/2} = \frac{A}{k}R^{2/3}J^{1/2}$$

et comme $A = \pi D^2/4$ et $R = D/4$:

$$Q = \frac{1}{k}\frac{\pi D^2}{4}\left[\frac{D}{4}\right]^{2/3}J^{1/2} = \frac{\pi}{4^{5/3}}\frac{1}{k}D^{8/3}J^{1/2}$$

$$Q = \frac{\pi}{4^{5/3}}\frac{1}{k}D^{8/3}\frac{h_l^{1/2}}{L^{1/2}}$$

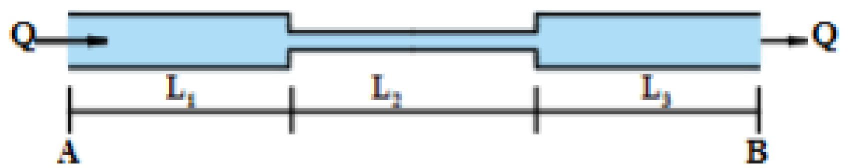
$K = \frac{\pi}{4^{5/3}}\frac{1}{k}D^{8/3}$: Module du Débit

On obtient : $Q = K\sqrt{\frac{h_l}{L}}$ et donc $h_l = \frac{Q^2}{K^2}L$

Remarque : Pour tenir compte des pertes singulières, on majore en général h_l de 10 %

6.3.2 Conduite en série :

C’est une conduite constituée par quelques tronçons de longueurs et diamètres différents



La perte de charge totale doit se répartir sur les trois pertes de chaque conduite :

$$H_A - H_B = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3$$

Par ailleurs le même débit traverse les trois conduites :

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$$

Sachant que :

$$\Delta H_1 = R_i Q_i^2 \text{avec } R_i = \frac{8\lambda L_i}{g\pi^2 D_i^5}$$

On a :

$$\Delta H_i = \lambda \frac{L_i}{D_i}\frac{v_i^2}{2g} = \frac{8\lambda L_i}{g\pi^2 D_i^5} Q_i^2$$

D'après l'équation III.02 et III.04, on peut écrire :

$$H_A - H_B = R_1 Q_1^2 + R_2 Q_2^2 + R_3 Q_3^2 \quad \rightarrow \quad H_A - H_B = (R_1 + R_2 + R_3) Q^2$$

D'où :

$$Q = \sqrt{\frac{H_A - H_B}{R_1 + R_2 + R_3}}$$

Équation de perte de charge

Dans le cas de l'écoulement d'eau à travers des tuyaux, un certain nombre de méthodes ont été développées pour déterminer la relation entre la perte de charge et le débit. $h_f = k \cdot Q^n$

Équation de perte de charge	Relation	k	n
Équation de Hazen-Williams	$h_f = L \cdot \frac{10.67}{C^{1.85}} \frac{Q^{1.85}}{d^{4.87}}$	$L \cdot \frac{10.67}{C^{1.85} \quad d^{4.87}}$	1,85
Équation de Darcy-Weisbach	$h_f = \frac{8fLQ^2}{g\pi^2 d^5}$	$L \cdot \frac{8f}{g\pi^2 d^5}$	2

a) La perte de charge totale est égale à la somme des pertes de charge de chaque conduite :

$$h_T = h_1 + h_2 + \ldots\ldots\ldots + h_j$$

b) Le débit est le même pour toutes les conduites :

$$Q_T = Q_1 = Q_2 = \ldots\ldots = Q_j$$

c) La perte de charge est liée au débit par une relation du type :

$$h = RQ^n$$

Où le coefficient R est la résistance de la conduite. Cette résistance ne dépend que des propriétés de la conduite c'est-à-dire la rugosité, le diamètre et la longueur. Avec la formule de Darcy-Weisbach on a :

$$R = \frac{8fL}{\pi^2 g D^5} \quad et\ n = 2$$

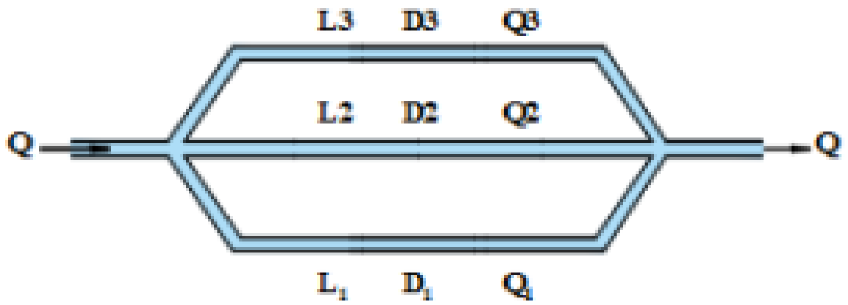
Pour la de Hazen-Williams, on a : $R_e Q_t^n = R_1 Q_1^{\ n} + R_2 Q_2^{\ n} + \ldots\ldots + R_j Q_j^n$

$R_e Q_t^n = (R_1 + R_2 + \ldots\ldots + R_j)\, Q_j^n$ d'où: $R_e = R_1 + R_2 + \ldots\ldots + R_j$

Donc pour des conduites en série, la résistance équivalente s'exprime comme la somme des résistances de chaque conduite : $R_e = \sum_{i=1}^{j} R_i$

6.3.3 Conduite en parallèle

Se sont des conduites en liaison parallèles dont les longueurs et les diamètres sont différents,



La perte de charge entre A et B est la même dans chaque conduite :

$$H_A - H_B = \Delta H_1 = \Delta H_2 = \Delta H_3$$

Le débit se divise entre les trois conduites et la perte de charge est la même dans chaque conduite :

$$Q_i = \frac{1}{\sqrt{R_i}}\sqrt{\Delta H_i} \quad \rightarrow \quad Q = \frac{1}{\sqrt{R_1}}\sqrt{\Delta H_1} + \frac{1}{\sqrt{R_2}}\sqrt{\Delta H_2} + \frac{1}{\sqrt{R_3}}\sqrt{\Delta H_3}$$

Donc :

$$Q = \left(\frac{1}{\sqrt{R_1}} + \frac{1}{\sqrt{R_2}} + \frac{1}{\sqrt{R_3}}\right)\sqrt{H_A - H_B}$$

a) Le débit total est égal à la somme des débits de chaque conduite:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + \ldots\ldots + Q_j$$

b) La perte de charge est la même pour toutes les conduites:

$$h_T = h_1 = h_2 = \ldots\ldots = h_j$$

c) Le débit est lié au à la perte de charge par une relation du type: $Q = K\,h^{1/n}$

où K est la conductance de la conduite. La conductance est liée à la résistance par la relation : $K = \frac{1}{R^{1/n}}$

$$K_e\, h_T^{1/n} = K_1\, h_1^{1/n} + K_2\, h_2^{1/n} + \ldots\ldots\ldots\ldots + K_j\, h_j^{1/n}$$

$$K_e\, h_T^{1/n} = (K_1 + K_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + K_j)\, h^{1/n} \quad \text{d'où:} \quad K_e = K_1 + K_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + K_j$$

Donc pour des conduites en parallèle, la conductance équivalente s'exprime comme la somme des conductances de chaque conduite : $K_e = \sum_{i=1}^{j} K_i$

6.4 Technique de résolution par réitération

6.4.1 Recherche de h_l

Q, L, D, k (Ɛ) et ν connus

Rugosité relative = $\frac{k}{D} \rightarrow R_e = VD/\nu \rightarrow recherche\ de\ \lambda \rightarrow$ Darcy-Weisbach h_l

6.4.2 Recherche de Q

h_l, L, k, D et ν connus calcul de la rugosité rel. $= \frac{k}{D}$

Choix de $\lambda \rightarrow$ Vitesse V $\rightarrow R_e = VD/\nu \rightarrow recherche\ de\ \lambda' : \lambda' \rightarrow \lambda' = \lambda$?

Si oui calcul de Q avec Darcy-Weisbach h_l : $h_l = \lambda \frac{L}{D} \frac{Q^2}{2g.S^2}$

6.4.3 Recherche de D

h_l, L, k, Q et ν connus $\frac{k}{D}$ =? R_e =VD/ν=?

Technique : ① D – W + E.C. = D^5
② Re + E.C = Re et $\frac{K'}{D}$

① $h_R = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot S^2} \Longrightarrow \boxed{D^5 = \lambda \cdot \frac{8 \cdot L \cdot Q^2}{g \cdot \pi^2 \cdot h_R}}$

② $Re = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot \nu} \cdot \frac{1}{D}$

Choix de λ ⟶ ① calcul D ⟶ ② calcul Re et $\frac{K'}{D}$ ⟶ Moody : λ' ⟶ $\lambda' = \lambda$?

avec λ' — si oui : stop — si non