المحاضرة السادسة

التباين / الانحراف المعياري

الدرس الرابع

مقاييس التشتت

محتوى المحاضرة

- **مقدمة.**
- **التباين Variance.**
- التباين في المجتمع.
- التباين في العينة.
- **الانحراف المعياري**
- الانحراف المعياري للبيانات الغير مبوبة
- الانحراف المعياري للبيانات الغير مبوبة

1- التباين Variance.

وهو احد أهم مقاييس التشتت حيث يستخدم بكثرة في الميادين التطبيقية، بحيث يعبر مقياس التباين عن متوسط مربعات الانحرافات القيم عن وسطها الحسابي.وهناك نوعان من التباين هما.

1-1 التباين في المجتمع.

أذا كانت المفردات المدروسة حول مجتمع ولتكن .....x1.x2.x3 لدراسة التباين أولا نرمز له بالرمز s^2 سيجما تربيع ويحسب من خلال العلاقة الآتية.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x-u)^2}{N}$$

حيث أن m هو الوسط الحسابي في المجتمع ، أى أن : $m = \sum x/N$.

مثال

مصنع لتعبئة المواد الغذائية ، يعمل به 15 عامل ، وكانت عدد سنوات الخبرة لهؤلاء العمال كما يلي :

5 13 7 14 12 9 6 8 10 13 14 6 11 12 10

بفرض أن هذه البيانات تم جمعها عن كل مفردات المجتمع ، فأوجد التباين لعدد سنوات الخبرة .

الحـــل

لحساب تباين سنوات الخبرة في المجتمع ، يتم استخدام المعادلة

- الوسط الحسابي في المجتمع m

$$m = \frac{1}{N}\sum x$$

$$= \frac{1}{15}(5+13++7+...+12+10) = \frac{1}{15}(150) = 10$$

حساب مربعات الانحرافات $\sum(x-m)^2$

بما أن: $\sum(x-m)^2 = 130$

إذا تباين سنوات الخبرة للعمال في المصنع هو :

$$s^2 = \frac{\sum(x-u)^2}{N} = \frac{130}{15} = 8.67$$

سنوات الخبرة x	$(x-m)$	$(x-m)^2$
5	5-10 = -5	25
13	3	9
7	-3	9
14	4	16
12	2	4
9	-1	1
6	-4	16
8	-2	4
10	0	0
13	3	9
14	4	16
6	-4	16
11	1	1
12	2	4
10	0	0
150	0	130

و يمكن حساب التباين في المجتمع أيضا وفق العلاقة الآتية.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum x^2 - \mu^2$$

:

سنوات الخبرة x	x^2
5	25
13	169
7	49
14	196
12	144
9	81
6	36
8	64
10	100
13	169
14	196
6	36
11	121
12	144
10	100
150	1630

$$\sum x = 150 \ , \ \sum x^2 = 1630$$

$$m = \frac{1}{N}\sum x = \frac{1}{15}(150) = 10$$

إذا التباين هو

$$s^2 = \frac{1}{N}\sum x^2 - m^2$$

$$= \frac{1}{15}1630 - 10^2 = 108.67 - 100 = 8.67$$

وهي نفس النتيجة التي تم الحصول عليها باستخدام الصيغة (**4–6**) .

2-1 التباين في العينة.

يمكن أن يحسب التباين لعينة ما علي أساس انه تقديرا لتباين للمجتمع كأكل فإذا كانت مفردات عينة عشوائية\ $x^1.x^2.x^3.....x^n$ و حجمها n فان تباين العينة يحسب وفق العلاقة التالية ويمز له بالرمز s^2.

$$S^2 = \sum (X - \overline{X})^2 / n$$

حيث أن $\overline{x}$ هو الوسط الحسابي لقراءات العينة ، أي أن : $\overline{x} = \sum x/n$

2- الانحراف المعياري

بكل اختصار يمكن تعريف الانحراف المعياري علي أساس انه الجذر ألتربيعي الموجب للتباين كما هو موضح في الشكل التالي .

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\text{التباين}}$$

وبالتالي فان <u>الانحراف المعياري</u> يحسب وفق العلاقة الآتية.

$$S = \sqrt{\sum (X - \bar{X})^2 / n}$$

مثال

اوجد التباين والانحراف المعياري للبيانات الآتية.

22 ، 15 ، 13 ، 12 ، 8

الإجابة

X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
8	-6	36
12	-2	4
13	-1	1
15	1	1
22	8	64
$\sum X = 70$	$\sum (X - \bar{X}) = 0$	$\sum (X - \bar{X})^2 = 106$

$$\bar{X} = \sum X / n$$

$$= 70/5 = 14$$

$$S^2 = \sum (X - \bar{X})^2 / n$$

$$= 106/5 = 21.2 \text{ ----------> [Variance]}$$

$$S = \sqrt{\sum (X - \bar{X})^2 / n}$$

$$= \sqrt{106}/5 = \sqrt{21.2} = 4.6 \text{ ------> Standard deviation (S.D)}$$

- **أما في حالة البيانات المبوبة** فتصبح العلاقات كالتالي.

1- **التباين في العينة.**

$$S^2 = \frac{\sum f(X-\overline{X})}{\sum f}$$

2- **الانحراف المعياري.**

$$S = \sqrt{\frac{\sum f(X-\overline{X})}{\sum f}}$$

مثال. لدينا البيانات الآتية المطلوب حساب التباين والانحراف المعياري

الدرجات	10 – 0	20- 10	30 – 20	40 – 30	50 – 40	60 – 50
التكرارات	1	4	10	19	11	5

الحل

حساب التباين والانحراف المعياري للبيانات المبوبة

الفئات	f	مركز الفئة (X)	f * X	X - $\overline{X}$	(X- $\overline{X}$)^2	f (X- $\overline{X}$)^2
0 – 10	1	5	5	-30	900	900
10 – 20	4	15	60	-20	400	1600
20 – 30	10	25	250	-10	100	1000
30 – 40	19	35	665	0	0	0
40 – 50	11	45	495	10	100	1100
50 – 60	5	55	275	20	400	2000
∑	50	-	1750	-	-	6600

$$\overline{X} = \frac{\sum fX}{\sum f}$$

$\overline{X} = 1750 / 50 = 35$

$$S^2 = \frac{\sum f(X-\overline{X})}{\sum f}$$

التباين

$S^2 = 6600/50 = 132$ ----------> [variance]

الانحراف المعياري

$S = \sqrt{6600/50} = \sqrt{132} = 11.48$ (S.D)

مزايا وعيوب الانحراف المعياري

من مزايا الانحراف المعياري

1-أنه أكثر مقاييس التشتت استخداما .

2- يسهل التعامل معه رياضيا .

3- يأخذ كل القيم في الاعتبار .

ومن عيوبه ، أنه يتأثر بالقيم الشاذة .