

الفصل الثاني: جدول السمبلكس *Simplex Table*

1. مفهوم جدول سمبلكس *Simplex*.
2. خطوات حل البرامج الخطية بطريقة السمبلكس.
3. حالة تعظيم الأرباح.
4. حالة تخفيض التكاليف (طريقة *M* الكبيرة *Big-M Technique*).

الفصل الثاني: جدول السمبلكس Simplex Table

كما أوضحنا سابقا قدرة وسهولة استخدام الطريقة البيانية في حل مسائل البرمجة الخطية في حالة وجود متغيرين اثنين واستحالته بالنسبة للطريقة البيانية خاصة في حالة وجود أكثر من متغيرين أي ثلاثة متغيرات فأكثر. وتعد طريقة الحل بجدول السمبلكس Simplexe مجدية في هذا الخصوص لقدرتها على التعامل مع عدد كبير من المتغيرات وبطريقة مبسطة.

وتقوم طريقة السمبلكس Simplexe على فكرة إيجاد التحسن المستمر في دالة الهدف، أي أننا نبدأ من نقطة الأصل (الصفر) ونتحرك باتجاه تحسين دالة الهدف خطوة خطوة إلى أن نصل إلى الحل الأمثل الذي لا يمكن تحسين دالة الهدف بعده على الإطلاق، وتعتمد هذه الطريقة لحل المسائل البرمجة الخطية على قاعدة أساسية تم استنتاجها سابقا في الطريقة البيانية والتي تنص على أن أي حل لمسألة البرنامج الخطي سيكون على أحد أركان منطقة الحلول الممكنة، وبذلك تتجاهل هذه الطريقة الحلول الممكنة الأخرى وتركز على الأركان فقط.

1. مفهوم جدول سمبلكس Simplex

في حل نماذج البرمجة الخطية أول من قدم هذه الطريقة هو عالم الرياضيات G. Dantzing في سنة 1947، باعتبارها من الطرق الرياضية الكفوءة في معالجة المشكلات التي تتكون من اثنين أو أكثر من المتغيرات؛

إن فكرة هذه الطريقة قائمة على أساس إيجاد الحل المطلوب للمشكلة المدروسة (التي يتم التعبير عنها من خلال النموذج الرياضي في مراحل متسلسلة في إطار جدول السمبلكس الذي يتم تصميمه بما يتلائم ومتطلبات مراحل الحل وإيجاد قيم المتغيرات المجهولة.

يتم في المرحلة الأولى إيجاد الحل الابتدائي الأساسي الممكن، وفي المرحلة اللاحقة يتم تحسين هذا الحل تمهيدا نحو إيجاد الحل الأفضل الذي قد تكون عملية الحصول عليه تمتد لأكثر من مرحلة واحدة. في المرحلة الأخيرة يتم الحصول على الحل الأمثل والنهائي للمشكلة (عبد الأمير، 2018، صفحة 01).

2. خطوات حل البرامج الخطية بطريقة السمبلكس:

تمر عملية حل البرامج الخطية بطريقة السمبلكس بعدة خطوات حتى الوصول إلى نقطة الحل الأمثل كما يلي:

الخطوة الأولى: تحويل كل متباينات القيود إلى معادلات (التحول إلى الصيغة النمذجية أو القياسية):
تتطلب عملية حل البرامج الخطية بطريقة السمبلكس تحويل هذه البرامج إلى الصيغة القياسية أو النمذجية، حيث لا يمكن استخدام طريقة السمبلكس إلا بعد الحصول على هذه الصيغة. ويتميز النموذج القياسي بالصفات التالية:

— دالة الهدف تكون في حالة التعظيم أو التقليل؛

— جميع قيود البرنامج الخطي تكون في شكل معادلات؛

— جميع الثوابت (الطرف الأيمن من القيود) تكون قيمها غير سالبة؛

— جميع المتغيرات تكون غير سالبة.

ويتم تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النمذجية (القياسية) كما يلي:

— نضيف متغيرة مكملة، سى أيضا بالمتغيرات وهمية أو متغيرة الراكدة Slack variable، إلى الطرف الأيسر من القيد نرمز لها ب S_j حيث " j " هو ترتيب المتغيرات. أن قيمة هذه المتغيرة أكبر من أو تساوي الصفر. وتحدد قيمة المتغيرة المكملة لكل قيد حسب درجة إستغلال الطرف الأيمن من القيد من طرف المتغيرات الحقيقية للبرنامج الخطي، ففي حالة إستغلال كامل الطرف الأيمن من القيد، فإن قيمة المتغيرة المكملة في الحل الأمثل ستكون معدومة، أما في حالة عدم إستغلال كامل كمية الطرف الأيمن من القيد، ففي هذه الحالة سوف تكون قيمة المتغيرة المكملة غير معدومة؛

— ينبغي إضافة المتغيرات المكملة إلى دالة الهدف لكن بربح وحدوي قيمته صفر، وبالتالي فالمتغيرات المكملة ليس لها تأثير على دالة الهدف.

لنفترض برنامج خطي يتكون من قيدين إشارتهما من نوع "أقل من أو يساوي"، ودالة هدف في حالة التعظيم. يتم تحويل هذا البرنامج إلى صيغته القياسية بإضافة متغيرة مكملة إلى القيد الأول نرمز لها ب " S_1 "، ومتغيرة مكملة أخرى إلى القيد الثاني نرمز لها ب " S_2 ". لاحظ أنه كلما تم إضافة متغيرة مكملة يتصاعد ترتيبها. وبعد إضافة المتغيرات المكملة إلى القيود، يتم إضافتها إلى دالة الهدف لكن بمعاملات صفيرية. (ريغي، 2021، صفحة 24)

3. حالة تعظيم الأرباح:

$$\begin{array}{ccc}
 \text{Max } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_nx_n & & \text{Max } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_nx_n \\
 \left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \end{array} \right. & \Rightarrow & \left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + S_1 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + S_2 = b_2 \\ \dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + S_L \leq b_m \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0, S_1 \geq 0, S_2 \geq 0, \dots, S_k \geq 0 \end{array} \right.
 \end{array}$$

الخطوة الثانية: كتابة الحل الأساسي رقم: 1

C_i^B	Cj X_i^B	C_1	C_2	...	C_n	0	0	...	0	b_i
		X_1	X_2	...	X_n	S_1	S_2	...	S_k	
0	S_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	1	0	...	0	b_1
0	S_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	0	1	...	0	b_2
...	...	...	...	...	...	...	0	...	...	...
0	S_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	0	0	...	1	b_m
	Zj	$Z_1 = \sum_{i=1}^m a_{i1} \times C_i^B$	$Z_2 = \sum_{i=1}^m a_{i2} \times C_i^B$	...	$Z_n = \sum_{i=1}^m a_{ij} \times C_i^B$ (j=1,2,...,n)	0	0	...	0	
	Cj-Zj	$C_1 - Z_1$	$C_2 - Z_2$	...	$C_n - Z_n$	0	0	...	0	$Z = \sum_{i=1}^m b_i C_i^B$

حيث:

X_i^B : المتغيرات الأساسية. يتم اعتبار المتغيرات المكملية متغيرات أساسية في جدول الحل الأساسي رقم واحد، ومع الإستمرار في الحل تتغير هذه المتغيرات (تخرج متغيرات أساسية وتدخل متغيرات غير أساسية مكانها لتصبح متغيرات أساسية).

$a_{11}, \dots, a_{mn}$: معدلات التعويض (Substitution rates). وهي تشير إلى التغير في قيمة المتغيرات الأساسية عندما يتم إدخال وحدة واحدة من متغيرة غير أساسية إلى الأساس. وتشير الإشارة الموجبة لـ a لانخفاض قيمة المتغيرات غير الأساسية بقيمة a عندما يتم إدخال وحدة واحدة من المتغيرات غير الأساسية إلى الأساس. أما الإشارة السالبة لـ a فتشير لزيادة قيمة المتغيرات الأساسية بقيمة a عندما يتم إدخال وحدة واحدة من المتغيرات غير الأساسية إلى الأساس.

Cj: معاملات المتغيرات في دالة الهدف.

C_i^B : معاملات متغيرات الأساس في دالة الهدف.

b_i : قيم الطرف الأيمن من القيود.

Z_j : مقدار إنخفاض أو إرتفاع الربح (التكلفة) عند إدخال وحدة واحدة من المتغيرة إلى الأساس.

$Z_j - C_j$: مقدار صافي الربح (صافي التكلفة) المتحقق من إدخال وحدة واحدة من المتغيرة إلى الأساس.

وبما أن جميع القيود إشارتها أقل من أو يساوي ، وبالتالي تم إضافة لكل قيد متغيرة مكملية، فإن عدد المتغيرات المكملية k يساوي عدد المتغيرات الأساس m ، لأن جميع المتغيرات المكملية تدخل إلى الأساس في جدول الحل الأساسي رقم 1. ونفس الحالة، يمكن أن تحدث عندما تكون جميع القيود عبارة عن معادلات، حيث يتم إضافة لكل قيد متغيرة إصطناعية، وهذه المتغيرات تدخل إلى الأساس في جدول الحل الأمثل.

الخطوة الثالثة: الأمثلية:

يكون الحل أمثل إذا كانت جميع عناصر السطر الأخير من جدول السمبلكس، أي $Z_j - C_j$ ، موجبة. وعند تحقق الأمثلية، يتم إستخراج قيم الحل الأمثل كما يلي:

— قيم المتغيرات الموجودة في عمود المتغيرات الأساسية X_i^B تساوي القيم المقابلة لها في عمود الثوابت b_i ؛

— قيم بقية المتغيرات ، أي المتغيرات غير الأساسية، تساوي الصفر؛

— قيمة دالة الهدف هي عبارة عن قيمة Z في السطر الأخير.

وإذا لم يتحقق الحل الأمثل فإننا ننتقل إلى الخطوة الموابعة.

الخطوة الرابعة: البحث عن الحلول الأساسية الموازية:

في حالة عدم تحقق الأمثلية، يتم كتابة الحل الأساسي الموازي كما يلي:

البحث عن عمود الإرتكاز لتحديد المتغيرة التي تدخل إلى الأساس:

عمود الإرتكاز، قابل أقل قيمة سالبة في السطر الأخير $Z_j - C_j$ ، والمتغيرة التي تمثل هذا العمود هي المتغيرة التي تدخل إلى الأساس. وفي حالة وجود متغيرتين على الأقل مرشحتين للدخول إلى الأساس (وحدود قيمتين كبيرتين متساويتين على الأقل)، فإنه يتم إختيار إحدهما.

البحث عن سطر الإرتكاز لتحديد المتغيرة التي تخرج من الأساس:

نقسم كل قيمة من قيم b_i في جدول السمبلكس غير الأمثل على القيمة (الموجبة فقط) المقابلة لها في عمود الإرتكاز، والسطر التي تنتهي إليه أصغر قيمة موجبة هو سطر الإرتكاز (في حالة قيمة من قيم b_i تساوي الصفر، فإن السطر الذي تنتهي إليه قيمة b_i هذه هو سطر الإرتكاز)، والمتغيرة التي تقع في سطر الإرتكاز والموجودة في عمود متغيرات الأساس X_i^B هي المتغيرة التي تخرج من الأساس.

ويمكن أن تصادف حالة وجود متغيرتين على الأقل مرشحتين للخروج من الأساس (تساوي أصغر قيمتين موجبتين على الأقل من حصائل قسمة قيم b_i على القيم المقابلة لها في عمود الارتكاز)، وهي حالة سنتطرق إليها عند تناول الحالات الخاصة التي يمكن مصادفتها عند حل البرامج الخطية بطريقة السمبلكس.

عنصر الارتكاز:

هو نقطة تقاطع عمود الارتكاز و سطر الارتكاز.

ويتم إعداد جدول الحل الأساسي الموالي كما يلي:

— يتم إستبدال المتغيرة التي تخرج من الأساس بالمتغيرة التي تدخل إلى الأساس وذلك في العمود الذي يحتوي على متغيرات الأساس X_i^B

— يتم تحويل عمود الارتكاز إلى عمود أحادي، بحيث يتحول عنصر الارتكاز إلى القيمة 1 وباقي عناصر العمود إلى قيم معدومة؛

— يتم تحويل سطر الارتكاز بتقسيم جميع عناصره على قيمة عنصر الارتكاز.

— يتم حساب باقي العناصر على النحو التالي: العنصر المرشح للتغيير نطرح منه حاصل ضرب العنصرين المقابلين له في كل من سطر الارتكاز وعمود الارتكاز مقسوما على قيمة عنصر الارتكاز.

فإذا افترضنا أن A في الجدول التالي هي عنصر الارتكاز:

A	B
C	D

فإن عملية التحويل تكون كما يلي:

1	B/A
0	$D - (\frac{B \times C}{A})$

مثال 01

مصنع يصنع نوعين من المنتجات. يستهلك المنتج الأول 2 ساعات عمل في قسم التصنيع و3 ساعات عمل في قسم التغليف، والمنتج الثاني يستهلك 4 ساعات عمل في قسم التصنيع و1 ساعات عمل في قسم التغليف، بحيث الأول يحقق ربح قدره 50 دج، والثاني 120 دج. ويعمل العمال في المصنع بواقع 80 ساعات يوميا في قسم التصنيع و 60 ساعة في القسم التغليف . المطلوب: أوجد حجم الإنتاج الأمثل الذي يعظم ربح المؤسسة باستخدام جدول السمبلكس ؟

الحل:

المنتج / القسم	المنتج 1	المنتج 2	ساعات العمل المتاحة
قسم التصنيع	2 سا	4 سا	80 ساعة
قسم التغليف	3 سا	1 سا	60 ساعة
الربح (دج)	50	120	/

1. كتابة النموذج الرياضي للمسألة:

المتغيرات: x_1 : عدد الوحدات المنتجة من المنتج 1 x_2 : عدد الوحدات المنتجة من المنتج 2دالة الهدف:

$$\text{Max } Z = 50x_1 + 120x_2$$

القيود:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 80 \\ 3x_1 + x_2 \leq 60 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

2. حل النموذج الرياضي باستخدام جدول السمبلكس:

تحويل المترجمات إلى معادلات وذلك بإضافة متغيرات إصطناعية:

$$\text{Max } Z = 50x_1 + 120x_2 + 0S_1 + 0S_2$$

$$2x_1 + 4x_2 + S_1 = 80$$

$$3x_1 + x_2 + S_2 = 60$$

$$x_1, x_2, S_1, S_2 \geq 0$$

جدول الحل الأولي:

C_i^B	X_i^B	C_j				R النتيجة
		50	120	0	0	
		x_1	x_2	S_1	S_2	
0	S_1	2	4	1	0	80
0	S_2	3	1	0	1	60
Z_j		0	0	0	0	0
$Z_j - C_j$		-50	-120	0	0	

$$80/4=20$$

$$60/1=60$$

شرط الأمثلية غير محقق (لأن قيمة $Z_j - C_j$ قيمة سالبة)، ننتقل إلى الجدول الجديد.

• x_2 هو المتغير الداخل (أقل قيمة سالبة لـ $Z_j - C_j$) (عمود الإرتكاز)

• S_1 هو المتغير الخارج (أقل قيمة موجبة) (صف الإرتكاز)

• العدد (4) (نقطة الإرتكاز)

الجدول الثاني:

للمرور للجدول الثاني يجب حساب عناصر الجدول الثاني كما يلي:

• عناصر صف الإرتكاز في الجدول السابق تقسم على نقطة الإرتكاز.

• أما باقي العناصر تحسب وفق العلاقة التالية:

جداء القيمتين المتقابلتين

القيمة الجديدة = القيمة القديمة - $\frac{\text{نقطة الإرتكاز}}{\text{نقطة الإرتكاز}}$

C_i^B	X_i^B	C_j				R النتيجة
		50	120	0	0	
		x_1	x_2	S_1	S_2	
120	x_2	1/2	1	1/4	0	20
0	S_2	5/2	0	-1/4	1	40
Z_j		60	120	30	0	2400
$Z_j - C_j$		10	0	30	0	

قيم $(Z_j - C_j)$ كلها موجبة ، إذن شرط الأمثلية محقق، ومنه:

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 20$$

$$S_1 = 0$$

$$S_2 = 40$$

$$Z = 2400$$

القرار الإداري:

يجب على صاحب المؤسسة إنتاج 20 وحدة من المنتج الثاني فقط، لتحقيق أقصى ربح ممكن وهو 2400 دج.

مثال 02:

مؤسسة تنتج أربع منتجات على آتين، الوقت اللازم لإنتاج الوحدة من كل منتج والطاقة الإنتاجية لكل آلة موضحة في الجدول التالي:

الآلة	المنتج 1	المنتج 2	المنتج 3	المنتج 4	الطاقة الإنتاجية
الأولى	2 سا	3 سا	4 سا	2 سا	720 ساعة
الثانية	3 سا	2 سا	1 سا	2 سا	600 ساعة

تحتسب تكاليف الإنتاج على أساس زمن تشغيل الآلات، تكلفة الساعة على الآلة الأولى هي 10 ون وعلى الآلة الثانية 15 ون؛ سعر بيع الوحدة من المنتجات (م 1، م 2، م 3، م 4) هي على التوالي (85 ون، 90 ون، 75 ون، 65 ون)

المطلوب: أوجد حجم الإنتاج الأمثل الذي يعظم ربح المؤسسة باستخدام جدول السمبلكس ؟

الحل:

1. كتابة النموذج الرياضي للمسألة:

المتغيرات: X_1 : عدد الوحدات المنتجة من المنتج 1 X_2 : عدد الوحدات المنتجة من المنتج 2 X_3 : عدد الوحدات المنتجة من المنتج 3 X_4 : عدد الوحدات المنتجة من المنتج 4دالة الهدف:

$$\text{Max } Z = (85-65)x_1 + (90-60)x_2 + (75-55)x_3 + (65-50)x_4$$

القيود:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 720 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 600 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

2. حل النموذج الرياضي باستخدام جدول السمبلكس:

تحويل المتراحات إلى معادلات وذلك بإضافة متغيرات إصطناعية:

$$\text{Max } Z = 20x_1 + 30x_2 + 20x_3 + 15x_4 + 0S_1 + 0S_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 + S_1 = 720 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + S_2 = 600 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, S_1, S_2 \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأولي:

C_i^B	X_i^B	C_j						R
		20	30	20	15	0	0	النتيجة
		x_1	x_2	x_3	x_4	S_1	S_2	
0	S_1	2	3	4	2	1	0	720
0	S_2	3	2	1	2	0	1	600
Z_j		0	0	0	0	0	0	0
$Z_j - C_j$		-20	-30	-20	-15	0	0	

720/3=240

600/2=300

شرط الأمثلية غير محقق (لأن قيمة $Z_j - C_j$ قيمة سالبة)، ننتقل إلى الجدول الجديد.

- X_2 هو المتغير الداخل (أقل قيمة سالبة لـ $Z_j - C_j$) (عمود الإرتكاز)
- S_1 هو المتغير الخارج (أقل قيمة موجبة) (صف الإرتكاز)
- العدد (3) (نقطة الإرتكاز)

الجدول الثاني:

للمرور للجدول الثاني يجب حساب عناصر الجدول الثاني كما يلي:

- عناصر صف الارتكاز في الجدول السابق تقسم على نقطة الارتكاز.
- أما باقي العناصر تحسب وفق العلاقة التالية:

$$\text{القيمة الجديدة} = \text{القيمة القديمة} - \frac{\text{جداء القيمتين المتقابلتين}}{\text{نقطة الإرتكاز}}$$

C_i^B	X_i^B	C_j						R النتيجة
		20	30	20	15	0	0	
		x_1	x_2	x_3	x_4	S_1	S_2	
30	x_2	2/3	1	4/3	2/3	1/3	0	240
0	S_2	5/3	0	-5/3	2/3	-2/3	1	120
Z_j		20	30	40	20	10	0	7200
$Z_j - C_j$		0	0	20	5	10	0	

قيم $(Z_j - C_j)$ كلها موجبة ، إذن شرط الأمثلية محقق، ومنه:

$$x_1=0$$

$$x_2=240$$

$$x_3=0$$

$$x_4=0$$

$$S_1=0$$

$$S_2=120$$

$$Z=7200$$

القرار الإداري:

يجب على صاحب المؤسسة إنتاج 240 وحدة من المنتج الثاني فقط. لتحقيق أقصى ربح ممكن وهو 7200 دج

مثال 03:

تقوم شركة الحجار بإنتاج وبيع نوعين من الفولاذ يمر إنتاجهما على ثلاثة أقسام، وتحقق من خلال ذلك عن الطن الواحد ربحا قدره 300 دج عن النوع الأول و 200 دج عن النوع الثاني. وفيما يلي بقية المعلومات المتعلقة بإنتاج طن واحد من كلا النوعين.

الطاقة المتاحة	النوع 2	النوع 1	
	عدد الساعات اللازمة	عدد الساعات اللازمة	
420 سا	6 سا	6 سا	القسم 01
300 سا	6 سا	3 سا	القسم 02
240 سا	2 سا	4 سا	القسم 03

المطلوب: إيجاد البرنامج الإنتاجي الأمثل من نوعي الفولاذ الذي يعظم ربح المؤسسة باستخدام جدول السمبلكس؟

الحل:

1. كتابة النموذج الرياضي للمسألة:

المتغيرات:

x_1 : عدد الأطنان المنتجة من الفولاذ (النوع الأول)

x_2 : عدد الأطنان المنتجة من الفولاذ (النوع الثاني)

دالة الهدف:

$$\text{Max } Z = 300x_1 + 200x_2$$

القيود:

$$\begin{cases} 6x_1 + 6x_2 \leq 420 \\ 3x_1 + 6x_2 \leq 300 \\ 4x_1 + 2x_2 \leq 240 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

2. حل النموذج الرياضي باستخدام جدول السمبلكس:

تحويل المتراجحات إلى معادلات وذلك بإضافة متغيرات إصطناعية:

$$\text{Max } Z = 300x_1 + 200x_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

$$6x_1 + 6x_2 + S_1 = 420$$

$$3x_1 + 6x_2 + S_2 = 300$$

$$4x_1 + 2x_2 + S_3 = 240$$

$$x_1, x_2, S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

جدول الحل الأولي:

C_i^B	x_i^B	C_j					R النتيجة
		300	200	0	0	0	
		x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	
0	S_1	6	6	1	0	0	420 420/6=70
0	S_2	3	6	0	1	0	300 300/3=100
0	S_3	4	2	0	0	1	240 240/4=60
Z_j		0	0	0	0	0	0
$Z_j - C_j$		-300	-200	0	0	0	

شرط الأمثلية غير محقق (لأن قيمة $Z_j - C_j$ قيمة سالبة)، ننتقل إلى الجدول الجديد.

- x_1 هو المتغير الداخل (أقل قيمة سالبة لـ $Z_j - C_j$) (عمود الارتكاز)
- S_3 هو المتغير الخارج (أقل قيمة موجبة) (صف الارتكاز)
- العدد (4) (نقطة الارتكاز)

الجدول الثاني:

للمرور للجدول الثاني يجب حساب عناصر الجدول الأول كما يلي:

- عناصر صف الارتكاز في الجدول السابق تقسم على نقطة الارتكاز.
- أما باقي العناصر تحسب وفق العلاقة التالية:

جاء القيمتين المتقابلتين
 $\frac{\text{القيمة الجديدة} = \text{القيمة القديمة} - \text{نقطة الارتكاز}}{\text{نقطة الارتكاز}}$

C_i^B	$X_i^B \backslash C_j$	300	200	0	0	0	R	
		x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	النتيجة	
0	S_1	0	3	1	0	-3/2	60	60/3=20
0	S_2	0	9/2	0	1	-3/4	120	120/4,5=26,6
300	x_1	1	1/2	0	0	1/4	60	60/0,5=120
Z_j		300	150	0	0	75	18000	
$Z_j - C_j$		0	-50	0	0	75		

شرط الأمثلية غير محقق (لأن قيمة $Z_j - C_j$ قيمة سالبة)، ننتقل إلى الجدول الثالث.

- X_2 هو المتغير الداخل (أقل قيمة سالبة لـ $Z_j - C_j$) (عمود الارتكاز)
- S_1 هو المتغير الخارج (أقل قيمة موجبة) (صف الارتكاز)
- العدد (3) (نقطة الارتكاز)

الجدول الثالث:

للمرور للجدول الثالث يجب حساب عناصر الجدول الثاني كما يلي:

- عناصر صف الارتكاز في الجدول السابق تقسم على نقطة الارتكاز.
- أما باقي العناصر تحسب وفق العلاقة التالية:

جاء القيمتين المتقابلتين
 $\frac{\text{القيمة الجديدة} = \text{القيمة القديمة} - \text{نقطة الارتكاز}}{\text{نقطة الارتكاز}}$

C_i^B	$X_i^B \backslash C_j$	300	200	0	0	0	R
		x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	النتيجة
200	x_2	0	1	1/3	0	-1/2	20
0	S_2	0	0	-3/2	1	3/2	30
300	x_1	1	0	-1/6	0	1/2	50
Z_j		300	200	50/3	0	50	1900
$Z_j - C_j$		0	0	50/3	0	50	

قيم $(Z_j - C_j)$ كلها موجبة ، إذن شرط الأمثلية محقق، ومنه:

$$x_1 = 50$$

$$x_2 = 20$$

$$s_1 = 0$$

$$s_2 = 30$$

$$s_3 = 0$$

$$Z = 1900$$

القرار الإداري:

يجب على شركة الحجار إنتاج 50 طن من الفولاذ (النوع الأول) و 20 طن من الفولاذ (النوع الثاني). لتحقيق أقصى ربح ممكن وهو 1900 دج.

مثال 04:

تنتج شركة كهربائية ثلاث أنواع من المنتجات الكهربائية تمر بثلاث أقسام إنتاجية كما هو موضح في الجدول التالي:

ساعات العمل المطلوبة لإنتاج الوحدة الواحدة			
	قسم التصنيع	قسم التجميع	قسم الرقابة
أجهزة التكييف	5	5	10
أفران كهربائية	5	10	5
مجففات كهربائية	5	5	5
الساعات المتاحة	110	180	200

المطلوب: أوجد الحجم الأمثل من المنتجات الثلاث ، إذا كان هامش الربح الحدودي لأجهزة التكييف 145 دج وللأفران الكهربائية 200 دج وللمجففات الكهربائية 185 دج.

الحل:

1. كتابة النموذج الرياضي للمسألة:

المتغيرات:

x_1 : عدد أجهزة التكييف المنتجة.

x_2 : عدد أجهزة الأفران الكهربائية المنتجة.

x_3 : عدد أجهزة المجففات الكهربائية المنتجة.

دالة الهدف:

$$\text{Max } Z = 145x_1 + 200x_2 + 185x_3$$

القيود:

$$5x_1 + 5x_2 + 5x_3 \leq 110$$

$$5x_1 + 10x_2 + 5x_3 \leq 180$$

$$10x_1 + 5x_2 + 5x_3 \leq 200$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

2. حل النموذج الرياضي باستخدام جدول السمبلكس:

تحويل المتراجحات إلى معادلات وذلك بإضافة متغيرات إصطناعية:

$$5x_1 + 5x_2 + 5x_3 + S_1 = 110$$

$$5x_1 + 10x_2 + 5x_3 + S_2 = 180$$

$$10x_1 + 5x_2 + 5x_3 + S_3 = 200$$

$$x_1, x_2, x_3, S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

جدول الحل الأولي:

C_i^B	X_i^B	C_j						R النتيجة
		145	200	185	0	0	0	
		x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	
0	S_1	5	5	5	1	0	0	110 110/5=22
0	S_2	5	10	5	0	1	0	180 180/10=18
0	S_3	10	5	5	0	0	1	200 200/5=40
Z_j		0	0	0	0	0	0	0
$Z_j - C_j$		-145	-200	-185	0	0	0	

شرط الأمثلية غير محقق (لأن قيمة $Z_j - C_j$ قيمة سالبة)، ننتقل إلى الجدول الجديد.• x_2 هو المتغير الداخل (أقل قيمة سالبة لـ $Z_j - C_j$) (عمود الإرتكاز)• S_2 هو المتغير الخارج (أقل قيمة موجبة) (صف الإرتكاز)

• العدد (10) (نقطة الإرتكاز)

الجدول الثاني:

للمرور للجدول الثاني يجب حساب عناصر الجدول الأول كما يلي:

- عناصر صف الارتكاز في الجدول السابق تقسم على نقطة الارتكاز.
- أما باقي العناصر تحسب وفق العلاقة التالية:

$$\frac{\text{جداء القيمتين المتقابلتين}}{\text{نقطة الارتكاز}} = \text{القيمة الجديدة} - \text{القيمة القديمة}$$

C_i^B	X_i^B	C_j	145	200	185	0	0	0	R	
			x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	النتيجة	
0	S_1		5/2	0	5/2	1	-1/2	0	20	20/2,5=8
200	x_2		1/2	1	1/2	0	1/10	0	18	18/0,5=36
0	S_3		15/2	0	5/2	0	-1/2	1	110	110/2,5=44
Z_j			100	200	100	0	20	0		
$Z_j - C_j$			-45	0	-85	0	20	0		

شرط الأمثلية غير محقق (لأن قيمة $Z_j - C_j$ قيمة سالبة)، ننتقل إلى الجدول الثالث.

- X_3 هو المتغير الداخل (أقل قيمة سالبة لـ $Z_j - C_j$) (عمود الارتكاز)
- S_1 هو المتغير الخارج (أقل قيمة موجبة) (صف الارتكاز)
- العدد (5/2) (نقطة الارتكاز)

الجدول الثالث:

للمرور للجدول الثالث يجب حساب عناصر الجدول الثاني كما يلي:

- عناصر صف الارتكاز في الجدول السابق تقسم على نقطة الارتكاز.
- أما باقي العناصر تحسب وفق العلاقة التالية:

$$\frac{\text{جداء القيمتين المتقابلتين}}{\text{نقطة الارتكاز}} = \text{القيمة الجديدة} - \text{القيمة القديمة}$$

C_i^B	X_i^B	C_j						R النتيجة
		145	200	185	0	0	0	
		x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	
185	x_3	1	0	1	2/5	-1/5	0	8
200	x_2	0	1	0	-1/5	1/5	0	14
0	S_3	5	0	0	-1	0	1	90
Zj		185	200	185	34	3	0	4280
Zj-Cj		40	0	0	34	3	0	

قيم (Zj-Cj) كلها موجبة ، إذن شرط الأمثلية محقق، ومنه:

$$x_1=0$$

$$x_2=14$$

$$x_3=8$$

$$S_1=0$$

$$S_2=0$$

$$S_3=90$$

$$Z=4280$$

القرار الإداري:

يجب على شركة المخصصة في الصناعة الكهربائية عدم إنتاج أي وحدة من أجهزة التكييف، وإنتاج 14 وحدة من أجهزة الأفران الكهربائية، 8 وحدات من أجهزة المجففات الكهربائية. لتحقيق أقصى ربح قدره 4280 دج.

مثال 05:

يصنع مصنع نوعين من السلع: الأول شوكولاتة، والثاني بسكويت. بحيث:
يمر المنتج الأول بقسم التغليف فقط ويحتاج إلى 3 ساعات عمل للوحدة الواحدة. أما المنتج الثاني يحتاج إلى 1 ساعة في قسم التصنيع ، و 2 ساعة في قسم التغليف.
ويعمل في المصنع عمال بواقع 6 ساعات يوميا في قسم التصنيع ، و 18 ساعات في قسم التغليف.
ويحقق النوع الأول ربحا قدره 3 دج للوحدة الواحدة، ويحقق الثاني 30 دج للوحدة الواحدة.
المطلوب: أوجد الحل الأمثل لهذا المصنع باستخدام جدول السمبلكس؟

الحل:

الساعات العمل المتاحة	بسكويت	شوكولاتة	
6 سا	1 سا	/	قسم التصنيع
18 سا	2 سا	3 سا	قسم التغليف
/	5 دج	3 دج	الربح للوحدة الواحدة

1. كتابة النموذج الرياضي للمسألة:

المتغيرات: X_1 : عدد الوحدات المنتجة من شوكولاتة. X_2 : عدد الوحدات المنتجة من بسكويت.دالة الهدف:

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 5x_2$$

القيود:

$$\begin{cases} x_2 \leq 6 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

2. حل النموذج الرياضي باستخدام جدول السمبلكس:

تحويل المتراجحات إلى معادلات وذلك بإضافة متغيرات إصطناعية:

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 5x_2 + 0S_1 + 0S_2$$

$$\begin{cases} x_2 + S_1 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 + S_2 = 18 \\ x_1, x_2, S_1, S_2 \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأولي:

C_i^B	X_i^B	C_j	3	5	0	0	R النتيجة
			x_1	x_2	S_1	S_2	
0	S_1		0	1	1	0	6
0	S_2		3	2	0	1	18
Z_j			0	0	0	0	0
$Z_j - C_j$			-3	-5	0	0	

$$6/1=6$$

$$18/2=9$$

شرط الأمثلية غير محقق (لأن قيمة $Z_j - C_j$ قيمة سالبة)، ننتقل إلى الجدول الجديد.

- x_2 هو المتغير الداخل (أقل قيمة سالبة لـ $Z_j - C_j$) (عمود الإرتكاز)
- S_1 هو المتغير الخارج (أقل قيمة موجبة) (صف الإرتكاز)
- العدد (1) (نقطة الإرتكاز)

الجدول الثاني:

للمرور للجدول الثاني يجب حساب عناصر الجدول الأول كما يلي:

- عناصر صف الارتكاز في الجدول السابق تقسم على نقطة الارتكاز.
- أما باقي العناصر تحسب وفق العلاقة التالية:

جداء القيمتين المتقابلتين

$$\text{القيمة الجديدة} = \text{القيمة القديمة} - \frac{\text{نقطة الإرتكاز}}{\text{نقطة الإرتكاز}}$$

C_i^B	X_i^B	C_j	3	5	0	0	R النتيجة
			x_1	x_2	S_1	S_2	
5	x_2		0	1	1	0	6
0	S_2		3	0	-2	1	6
Z_j			0	5	5	0	30
$Z_j - C_j$			-3	0	5	0	

$$6/0=\infty$$

$$6/3=2$$

شرط الأمثلية غير محقق (لأن قيمة $Z_j - C_j$ قيمة سالبة)، ننتقل إلى الجدول الثالث.

- X_1 هو المتغير الداخل (أقل قيمة سالبة لـ $(Z_j - C_j)$ (عمود الإرتكاز)
- S_2 هو المتغير الخارج (أقل قيمة موجبة) (صف الإرتكاز)
- العدد (3) (نقطة الإرتكاز)

الجدول الثالث:

للمرور للجدول الثالث يجب حساب عناصر الجدول الثاني كما يلي:

- عناصر صف الارتكاز في الجدول السابق تقسم على نقطة الإرتكاز.
- أما باقي العناصر تحسب وفق العلاقة التالية:

جداء القيمتين المتقابلتين

القيمة الجديدة = القيمة القديمة - $\frac{\text{نقطة الإرتكاز}}$

C_i^B	C_j X_i^B	3	5	0	0	R النتيجة
		x_1	x_2	S_1	S_2	
5	x_2	0	1	1	0	6
3	x_1	1	0	-2/3	1/3	2
Z_j		3	5	3	1	36
$Z_j - C_j$		0	0	3	1	

قيم $(Z_j - C_j)$ كلها موجبة ، إذن شرط الأمثلية محقق، ومنه:

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 6$$

$$S_1 = 0$$

$$S_2 = 0$$

$$Z = 36$$

القرار الإداري:

يجب على شركة إنتاج 2 وحدة من شكولاتة و 6 وحدات من البسكويت، لتحقيق أقصى ربح قدره 36

دج

4. حالة تخفيض التكاليف (طريقة M الكبيرة Big-M Technique) :

ما هي خطوات الحل بطريقة السمبلكس في حالة تقليل التكاليف ؟

– تحويل النموذج إلى النموذج القياسي حسب القيود:

رمز المتراجعات:

✓ إذا كان أقل أو يساوي نضيف متغير وهمي $+S \leq$

✓ إذا كان أكبر أو يساوي نطرح متغير وهمي ونضيف متغير إصطناعي $-S+R \geq$

✓ إذا كان القيد إشارته = نضيف متغير إصطناعي فقط $+R$

✓ إضافة كل من المتغيرات الإصطناعية (R_1, R_2) إلى دالة الهدف Z وذلك بضررها في ثابت يعبر

عنه بـ M وهي عبارة عن قيمة كبيرة جدا.

✓ توجد كل من المتغيرات الإصطناعية (R_1, R_2) بدلالة القيد ويتم التعويض عنه في جدول الحل

الإبتدائي الأولي بمعنى (كتابة المتغيرات الإصطناعية في القيود بدلالة بقية المتغيرات)

✓ المتغيرات الإصطناعية (R_1, R_2) لا تؤثر على الحل ولكن تؤثر على دالة الهدف.

– إنشاء جدول ويتم ترتيب المعاملات فيها ويسمى جدول الحل الأساسي الأولي وتفرغ فيها جميع

المعاملات ويزيد عدد الأعمدة لأن هناك قيم $R \geq$

– ننظر إلى الصف الأخير من الجدول ونختار أقل قيمة سالبة لأننا نريد تقليل التكاليف، ويسمى

عمود الإرتكاز (المتغير الداخل)

– يتم قسمة كميات (النتيجة R) على المعامل المقابل له في عمود الإرتكاز.

– نختار أقل قيمة موجبة وبالتالي حددنا صف الإرتكاز (المتغير الخارج)

– نقطة الإرتكاز: تتحدد بتقاطع صف الإرتكاز مع عمود الإرتكاز.

– نقسم الصف الإرتكاز على نقطة الإرتكاز لتحديد القيم الجديدة في الصف الجديد للجدول الموالي.

– أما باقي العناصر تحسب وفق العلاقة التالية:

جداء القيمتين المتقابلتين

$$\frac{\text{القيمة الجديدة} = \text{القيمة القديمة} - \text{نقطة الإرتكاز}}{\text{نقطة الإرتكاز}}$$

– ننظر في كل مرة إلى الصف الأخير من الجدول إذا كانت أرقام موجبة أو أصفار يعني توصلنا إلى

الحل الأمثل، أما إذا كانت القيمة سالبة نعيد تكرار الخطوات مرة أخرى حتى نتوصل إلى الحل الأمثل.

– تكون قيم عمود (النتيجة R) هي الحل الأمثل .

– نعوض في دالة الهدف Z لتتأكد من الحل. (الأسطل، 2016، الصفحات 175-176)

مثال 01:

تلقت شركة متخصصة في صناعة الدهان طلبية قدرها 1000 كلغ من خليط الطلاء يتكون من مادتين. حيث يكلف الكلغ من المادة الأولى 50 دج ومن المادة الثانية 60 دج. كما انه ولأسباب تتعلق بمعيير الجودة فإن الشركة مقيدة بضرورة إستعمال 150 كلغ على الأقل من المادة الأولى.

المطلوب: تحديد الكميات الواجب إستعمالها من المادتين لإنتاج الخليط بأقل تكلفة لاستعمال طريقة السمبلكس-؟

الحل:

1. الخطوة الأولى: كتابة النموذج الرياضي للمسألة:

المتغيرات:

X_1 : عدد (الكلغ) الواجب إستعمالها من المادة الأولى في الخليط النهائي.

X_2 : عدد (الكلغ) الواجب إستعمالها من المادة الثانية في الخليط النهائي.

دالة الهدف:

$$\text{Mix } Z = 50x_1 + 60x_2$$

القيود:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1000 \\ x_1 \geq 150 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

2. الخطوة الثانية: تحويل النموذج الرياضي إلى نموذج معياري

القيود الأول: نلاحظ أن القيد الأول على شكل مساواة وبالتالي يبقى في الحاضر على حاله $x_1 + x_2 = 1000$

القيود الثاني لكي يتساوى طرفا القيد فإننا نطرح كمية من الطرف الأيسر من القيد ويسمى المتغير الذي يرمز للكمية المضافة بالمتغير الزيادة **Variade de surplus** ونرمز له بالرمز S_i (الطاقة العاطلة

الغير مستغلة) وبالتالي يصبح القيد الثاني كما يلي:

$$x_1 - S_1 = 150$$

القيود الثالث: شرط عدم السلبية

$$x_1, x_2, S_1 \geq 0$$

$$\text{Mix } Z = 50x_1 + 60x_2 + 0S_1$$

ومنه تصبح دالة الهدف كما يلي:

3. الخطوة الثالثة: إيجاد حل أولي مقبول

لإيجاد حل أولي مقبول نفرض حالة الإنتاج والتي يكون فيها كل من x_1 و x_2 مساويا للصفر، عندئذ يكون الحل الأولي كما يلي:

القيد الأول: $0+0=1000$ وهذا غير منطقي،

القيد الثاني: $-S_1 = 150$ وهذا غير منطقي لأنها تخرق شرط عدم السلبية.

وبما انه لا يوجد حل أولي مقبول ، يمكن اللجوء إلى حل أولي وذلك بإضافة متغيرات إصطناعية (خيالية) للقيد الغير محققة ونرمز لها بالرمز: R (هو متغير وهمي لا معنى له إقتصاديا، ينعدم أثناء الوصول إلى الحل الأمثل، إضافته تساعدنا على الحل فقط، ولا يؤثر على الحل لكن يؤثر على دالة الهدف) كما يلي:

$$x_1 + x_2 + R_1 = 1000$$

$$x_1 - S_1 + R_2 = 150$$

وبما أن المتغيرات الإصطناعية دخيلة على المسألة وتستعمل لإيجاد الحل الأولي فقط فيجب التخلص منها حتى لا تظهر في الحل الأمثل وذلك عن طريق تحميلها بمعامل كبير (رقم كبير جدا) ونرمز لها بالرمز M . في دالة الهدف . وبالتالي تكون دالة الهدف في هذه الحالة كما يلي:

$$\text{Mix } Z = 50x_1 + 60x_2 + 0S_1 + MR_1 + MR_2$$

4. الخطوة الرابعة: نقل معطيات الحل الأولي لجدول السمبلكس

C_i^B	C_j x_i^B	50	60	0	M	M	R
		x_1	x_2	S_1	R_1	R_2	النتيجة
M	R_1	1	1	0	1	0	1000
M	R_2	1	0	-1	0	1	150
Z_j		2M	M	-M	M	M	1150M
$C_j - Z_j$		50-2M	60-M	M	0	0	

$$1000/1=1000$$

$$150/1=150$$

5. الخطوة الخامسة: اختبار أمثلية الحل.

نتوصل إلى الحل الأمثل في حالة تخفيض التكاليف Min عندما يكون جميع قيم السطر الأخير موجبة أو معدومة.

6. الخطوة السادسة: تحسين الحل

C_i^B	X_i^B \ C_j	50	60	0	M	M	R النتيجة
		x_1	x_2	S_1	R_1	R_2	
M	R_1	0	1	1	1	-1	850
50	x_1	1	0	-1	0	1	150
Zj		50	M	M-50	M	-M+50	850M+7500
Cj-Zj		0	60-M	-M+50	0	2M-50	

850/1=850

150/-1=-150

850/1=850

150/-1=-150

شرط الأمثلية غير محقق (لأن قيمة C_j-Z_j قيمة سالبة)، ننتقل إلى الجدول الموالي.

C_i^B	X_i^B	C_j		50	60	0	M	M	R النتيجة
		x_1	x_2						
0	S_1	0	1	1	1	1	1	-1	850
50	x_1	1	1	0	0	1	1	0	1000
Zj		0	50	0	0	50	50	0	50000
Cj-Zj		50	10	0	0	M-50	M	M	

قيم (C_j-Z_j) كلها موجبة ، إذن شرط الأمثلية محقق، ومنه:

$x_1=1000$

$x_2=0$

$S_1=850$

$Z=50000$

القرار الإداري:

يجب على شركة إنتاج 1000 كغ من المادة الأولى فقط، لتحقيق أدنى تكلفة قدرها 50000 دج.

مثال 02:

ليكن لدينا النموذج التالي:

$$\text{Mix } Z = 5x_1 + 3x_2$$

$$3x_1 + 2x_2 \geq 20$$

$$6x_1 + x_2 \geq 30$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

المطلوب: إيجاد التوليفة المثلى من كلا المتغيرين لتحقيق ادنى تكلفة ممكنة باستخدام جدول سمبلكس؟

الحل:

تحويل النموذج الرياضي إلى نموذج معياري

$$\text{Mix } Z = 5x_1 + 3x_2 + 0S_1 + 0S_2 + MR_1 + MR_2$$

$$3x_1 + 2x_2 - S_1 + R_1 = 20$$

$$6x_1 + x_2 - S_2 + R_2 = 30$$

$$x_1, x_2, S_1, S_2, R_1, R_2 \geq 0$$

جدول الحل الأولي:

C_i^B	X_i^B	C_j						R النتيجة
		5	3	0	0	M	M	
		x_1	x_2	S_1	S_2	R_1	R_2	
M	R_1	3	2	-1	0	1	0	20
M	R_2	6	1	0	-1	0	1	30
Zj		9M	3M	-M	-M	M	M	50M
Cj-Zj		5-9M	3-3M	M	M	0	0	

20/3=6,66

30/6=5

$$20/3=6,66$$

$$30/6=5$$

شرط الأمثلية غير محقق (لأن قيمة $C_j - Z_j$ قيمة سالبة)، ننتقل إلى الجدول الثاني.

• x_1 هو المتغير الداخل (أقل قيمة سالبة لـ $C_j - Z_j$) (عمود الإرتكاز)

- R_2 هو المتغير الخارج (أقل قيمة موجبة) (صف الإرتكاز)
- العدد (6) (نقطة الإرتكاز)

الجدول الثاني:

للمرور للجدول الثاني يجب حساب عناصر الجدول الأول كما يلي:

- عناصر صف الارتكاز في الجدول السابق تقسم على نقطة الإرتكاز.
- أما باقي العناصر تحسب وفق العلاقة التالية:

جداء القيمتين المتقابلتين

القيمة الجديدة = القيمة القديمة - $\frac{\text{جداء القيمتين المتقابلتين}}{\text{نقطة الإرتكاز}}$

C_i^B	X_i^B	C_j		5	3	0	0	M	M	R النتيجة
		x_1	x_2	S_1	S_2	R_1	R_2			
M	R_1	0	3/2	-1	1/2	1	-1/2	5	5/(3/2)=3,33	
5	x_1	1	1/6	0	-1/6	0	1/6	5	5/(1/6)=30	
Zj		0	3/2M+5/6	-M	1/2M-5/6	M	-1/2M+5/6	5M+5		
Cj-Zj		5	-3/2M+13/6	M	-1/2M+5/6	0	3/2+5/6			

شرط الأمثلية غير محقق (لأن قيمة C_j-Z_j قيمة سالبة)، ننتقل إلى الجدول الثالث.

- X_2 هو المتغير الداخل (أقل قيمة سالبة لـ C_j-Z_j) (عمود الإرتكاز)
- R_1 هو المتغير الخارج (أقل قيمة موجبة) (صف الإرتكاز)
- العدد (3/2) (نقطة الإرتكاز)

الجدول الثالث:

للمرور للجدول الثالث يجب حساب عناصر الجدول الثاني كما يلي:

- عناصر صف الارتكاز في الجدول السابق تقسم على نقطة الإرتكاز.
- أما باقي العناصر تحسب وفق العلاقة التالية:

جداء القيمتين المتقابلتين

القيمة الجديدة = القيمة القديمة - $\frac{\text{جداء القيمتين المتقابلتين}}{\text{نقطة الإرتكاز}}$

C_i^B	X_i^B	C_j	5	3	0	0	M	M	R
			x_1	x_2	S_1	S_2	R_1	R_2	النتيجة
3	x_2		0	1	-2/3	1/3	2/3	-1/3	10/3
5	x_1		1	0	1/9	-2/9	1/9	2/9	40/9
Z_j			5	3	-13/9	-1/9	23/9	1/9	290/9
$C_j - Z_j$			0	0	13/9	1/9	M-23/9	M-1/9	

قيم $(C_j - Z_j)$ كلها موجبة ، إذن شرط الأمثلية محقق، ومنه:

$$x_1 = 40/9$$

$$x_2 = 10/3$$

$$S_1 = 0$$

$$S_2 = 0$$

$$Z = 290/9$$

مثال 03:

ليكن لدينا النموذج التالي:

$$\text{Mix } Z = 5x_1 + 7x_2$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 50 \\ x_1 \geq 20 \\ x_2 \leq 20 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

المطلوب: إيجاد التوليفة المثلى من كلا المتغيرين باستخدام طريقة Big M؟

الحل:

تحويل النموذج الرياضي إلى نموذج معياري

$$\text{Mix } Z = 5x_1 + 7x_2 + 0S_2 + 0S_3 + MR_1 + MR_2$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + R_1 = 50 \\ x_1 - S_2 + R_2 = 20 \\ x_2 + S_3 = 20 \\ x_1, x_2, S_2, S_3, R_1, R_2 \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأولي:

C_i^B	X_i^B	C_j						R النتيجة	
		5	7	0	0	M	M		
		x_1	x_2	s_2	s_3	R_1	R_2		
M	R_1	1	2	0	0	1	0	50	50/1=50
M	R_2	1	0	-1	0	0	1	20	20/1=20
0	s_3	0	1	0	1	0	0	20	20/0=∞
Zj		2M	2M	-M	0	M	M	70M	
Cj-Zj		5-2M	7-2M	M	0	0	0		

شرط الأمثلية غير محقق (لأن قيمة **Cj-Zj** قيمة سالبة)، ننتقل إلى الجدول الثاني.

- X_1 هو المتغير الداخل (أقل قيمة سالبة لـ **Cj-Zj**) (عمود الإرتكاز)
- R_2 هو المتغير الخارج (أقل قيمة موجبة) (صف الإرتكاز)
- العدد (1) (نقطة الإرتكاز)

الجدول الثاني:

للمرور للجدول الثاني يجب حساب عناصر الجدول الأول كما يلي:

- عناصر صف الارتكاز في الجدول السابق تقسم على نقطة الارتكاز.
- أما باقي العناصر تحسب وفق العلاقة التالية:

جداء القيمتين المتقابلتين

القيمة الجديدة = القيمة القديمة - نقطة الإرتكاز

C_i^B	X_i^B	C_j						R النتيجة	
		5	7	0	0	M	M		
		x_1	x_2	s_2	s_3	R_1	R_2		
M	R_1	0	2	1	0	1	-1	30	30/2=15
5	x_1	1	0	-1	0	0	1	20	20/0=∞
0	s_3	0	1	0	1	0	0	20	20/1=20
Zj		5	2M	M-5	0	M	-M	30M+100	
Cj-Zj		0	7-2M	-M+5	0	0	2M		

شرط الأمثلية غير محقق (لأن قيمة **Cj-Zj** قيمة سالبة)، ننتقل إلى الجدول الثالث.

- X_2 هو المتغير الداخل (أقل قيمة سالبة لـ **Cj-Zj**) (عمود الإرتكاز)

- R_1 هو المتغير الخارج (أقل قيمة موجبة) (صف الإرتكاز)
- العدد (2) (نقطة الإرتكاز)

الجدول الثالث:

للمرور للجدول الثالث يجب حساب عناصر الجدول الثاني كما يلي:

- عناصر صف الارتكاز في الجدول السابق تقسم على نقطة الإرتكاز.
- أما باقي العناصر تحسب وفق العلاقة التالية:

جداء القيمتين المتقابلتين

القيمة الجديدة = القيمة القديمة - $\frac{\text{نقطة الإرتكاز}}{\text{نقطة الإرتكاز}}$

C_i^B	X_i^B	C_j						R النتيجة
		5	7	0	0	M	M	
		x_1	x_2	s_2	s_3	R_1	R_2	
7	x_2	0	1	1/2	0	1/2	-1/2	15
5	x_1	1	0	-1	0	0	1	20
0	s_3	0	0	-1/2	1	-1/2	1/2	5
Z_j		5	7	-3/2	0	7/2	3/2	205
$C_j - Z_j$		0	0	3/2	0	M-7/2	M-3/2	

قيم $(C_j - Z_j)$ كلها موجبة ، إذن شرط الأمثلية محقق، ومنه:

$$x_1 = 20$$

$$x_2 = 15$$

$$s_2 = 0$$

$$s_3 = 5$$

$$Z = 205$$