

Ex 03: (2)

$$\text{Max } (-x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 4x_4).$$

$$x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 \leq 8$$

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 \leq 28$$

$$-x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 \leq 5 - 28$$

$$x_1 \leq 0, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

(1)

Changement de variable:

$$x_1 = -x'_1 \text{ tel que } x'_1 \geq 0$$

$$\text{Max } (x'_1 - 2x_2 - 3x_3 - 4x_4)$$

$$-x'_1 - 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 \leq 8$$

$$-2x'_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 \leq 28$$

$$x'_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 \leq 5 - 28$$

$$x'_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

on va utiliser la méthode du simplexe pour résoudre le PL paramétré.

$$\text{F. s. : Max } (x'_1 - 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 + 0e_1 + 0e_2 + 0e_3)$$

$$-x'_1 - 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 + e_1 = 8$$

$$-2x'_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 + e_2 = 28$$

$$x'_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 + e_3 = 5 - 28$$

$$x'_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0, e_1, e_2, e_3 \geq 0$$

	x_1'	x_2	x_3	x_4	e_1	e_2	e_3	$\bar{b}$	b'
e_1	-1	-2	-3	-4	1	0	0	0	1
e_2	-2	3	-1	-1	0	1	0	0	2
e_3	1	-2	3	-3	0	0	1	5	-2
	1	-2	-3	-4	0	0	0	0	0

→ Min

↑ Max

	x_1'	x_2	x_3	x_4	e_1	e_2	e_3	$\bar{b}$	b'
e_1	0	-4	4	-4	1	0	1	5	-1
e_2	0	-1	5	-7	0	1	2	10	-4
x_1'	1	-2	3	-3	0	0	1	5	-2
	0	0	-6	-1	0	0	-1	-5	2

→

↑

$\gamma = 0$

le critère d'arrêt est satisfait ($c_j \leq 0$).

$$x_1' = 5, \Rightarrow x_1 = -5, \quad z = 5, \quad x_2 = x_3 = x_4 = 0$$

$\gamma > 0$: la ligne qui va sortir

$$\gamma = \min \left(-\frac{\bar{b}}{b'}, b' < 0 \right) = \min \left(-\frac{5}{-1}, -\frac{10}{-4}, -\frac{5}{-2} \right)$$

$$\gamma_4 = \frac{5}{2}$$

la colonne qui va entrer est :

$$\min \left(\frac{c_j}{a_{sj}}, a_{sj} < 0 \right) = \min \left(-1/-7 \right)$$

	x_1'	x_2	x_3	x_4	e_1	e_2	e_3	$\bar{b}$	b'
e_1	0	$-\frac{24}{7}$	$\frac{8}{7}$	0	1	$\frac{-4}{7}$	$\frac{-1}{7}$	5	$\frac{8}{7}$
x_4	0	$-\frac{1}{7}$	$-\frac{5}{7}$	1	0	$\frac{-1}{7}$	$-\frac{2}{7}$	0	$\frac{4}{7}$
x_2'	1	$\frac{-11}{7}$	$\frac{36}{7}$	0	0	$-\frac{3}{7}$	$\frac{1}{7}$	5	$-\frac{8}{7}$
	0	$-\frac{1}{7}$	$-\frac{47}{7}$	0	0	$-\frac{1}{7}$	$-\frac{9}{7}$		

la ligne qui va sortir

$$\theta_2 = \min \left(-\frac{\bar{b}}{b'}, b' < 0 \right) = \frac{-8}{-2/7} = \frac{35}{2}$$

la colonne qui va entrer!

$$\min \left(\frac{e_i}{a_{ij}}, a_{ij} > 0 \right) = \min \left(\frac{1/7}{-1/7}, \frac{-1/7}{-3/7} \right) = \frac{1}{11}$$

	x_1'	x_2	x_3	x_4	e_1	e_2	e_3	$\bar{b}$	b'
e_1								0	$\frac{103}{22}$
x_4								0	$\frac{46}{11}$
x_2	$\frac{-7}{11}$	1	$-\frac{36}{11}$	0	0	$\frac{3}{11}$	$-\frac{1}{11}$	0	$\frac{2}{11}$

$b' > 0$
le critère
d'arrêt
est
satisfait

$$x: \left[0, \frac{5}{2} \right], \left[\frac{8}{2}, \frac{35}{2} \right]$$