جامعة محمد خيضر بسكرة
الأعمال التوجيهية في
مادة الإهتزازات

كلية العلوم الدقيقة
قسم علوم المادة
السنة الثانية مواد ومراقبة

السلسلة 1 (تذكير رياضي - فيزيائي)
ومعادلات لاقرانج

تمرين 1: بين أن العبارتين التاليتين متكافئتين

$$a\cos(\omega_0 t)+b\sin(\omega_0 t)$$

$$c\cos(\omega_0 t+\varphi)$$

أوجد العلاقة بين الثوابت ؟

تمرين2: - المعادلات التفاضلية: أوجد حل المعادلات التفاضلية التالية؟ إذا علمت أن الشرطين الإبتدائيين هما كما يلي: $x(0)=4, \dot{x}(0)=0$

1- معادلة تفاضلية تعبر عن إهتزازات حرة غير متخامدة

$$\ddot{x}+4x=0$$

2- معادلة تفاضلية تعبر عن إهتزازات حرة متخامدة (تخامد خفيف)

$$\ddot{x}+4\dot{x}+5x=0$$

3- معادلة تفاضلية تعبر عن إهتزازات حرة متخامدة (تخامد حرج)

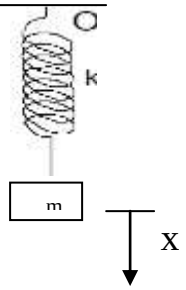
$$\ddot{x}+4\dot{x}+4x=0$$

4- معادلة تفاضلية تعبر عن إهتزازات حرة متخامدة (تخامد ثقيل)

$$\ddot{x}+5\dot{x}+4x=0$$

تمرين 3:

نعلق كتلة m بنابض ثابت مرونته k , تسحب عن وضع توازنها بمقدار x_0 وتترك حرة , أحسب سرعة الكتلة عند الوضع الذي
تكون فيه إستطالة النابض $x_0/2$ ((إبتداءا من وضع التوازن))
وذلك بإستعمال طريقة الطاقة المدروسة في السنوات السابقة؟

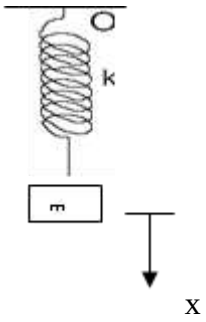


تمرين 4:

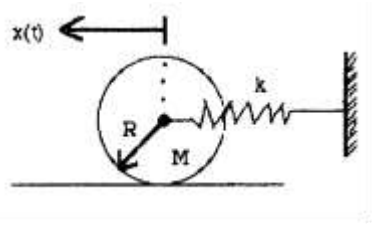
أوجد معادلة لاقرانج "Lagrange" (فقط) للأشكال التالية:

بعد كتابة كل من عبارتي ***طاقتها الحركية والكامنة***

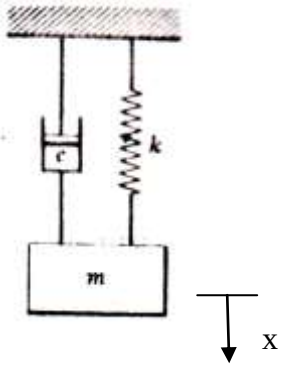
ملاحظة: الأشكال 1, 3 و 5 نستعمل عبارة الطاقة الكامنة المختصرة لها (حذف الطاقة الكامنة الثقالية للكتل التي تسبب أستطالة ابتدائية للنوابض (عند التوازن) مع حذف الاستطالات الابتدائية الموافقة لها, من عبارة الطاقة الكامنة الكلية)



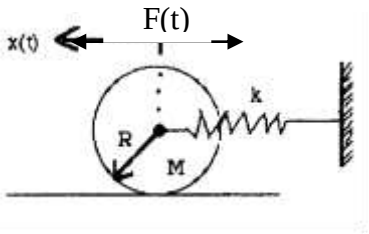
شكل 1



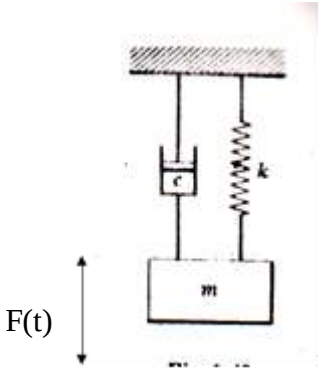
شكل2



شكل3



شكل4



شكل5

سليماني م.

Mohamed Khider University of Biskra — Faculty of Exact Sciences
Directed work in the — Department of Material Sciences
Vibrations subject — Second year Materials and Control

Series 1 Mathematical - Physical Recall And Lagrange equations

Exercise 1: Show that the following two expressions are equivalent

$$a\cos(\omega_0 t)+b\sin(\omega_0 t)$$

$$c\cos(\omega_0 t+\varphi)$$

Find the relations between the constants?

Exercise 2: - Differential equations: Find the solution to the following differential equations? If you know that the initial conditions are as follows:

$$x(0)=4,\dot{x}(0)=0$$

-1A differential equation expressing free, undamped vibrations

$$\ddot{x}+4x=0$$

-2A differential equation expressing free, damped vibrations (light damping)

$$\ddot{x}+4\dot{x}+5x=0$$

-3A differential equation expressing free, damped vibrations (critical damping)

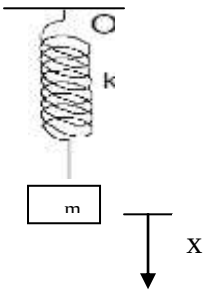
$$\ddot{x}+4\dot{x}+4x=0$$

-4A differential equation expressing free, damped vibrations (heavy damping)

$$\ddot{x}+5\dot{x}+4x=0$$

Exercise 3:

We attach a mass **m** to a spring of constant elasticity **k**, it is pulled from its equilibrium position by an amount x_0 and left free, calculate the velocity of the mass at the position where the spring elongation is $x_0/2$, starting from the equilibrium position. Using the energy method studied in previous years?



Exercise 4:

Find the Lagrange equation (only), for the following figures: After writing both the kinetic and potential energy expressions

مختصر الحلول لبعض التمارين:

تمرين 2-1

$x^2 + 4 = 0$

$r^2 + 4 = 0$

$\Delta \prec 0 \rightarrow r_{1,2} = 0 \pm 2i$

$x(t) = c_1 \cos(2t) + c_2 \sin(2t)$

بتطبيق الشرطين الإبتدائيين نجد $c_1 = 4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots c_2 = 0$

الحل: $x(t) = 4\cos 2t$

تمرين 4 شكل4

$E_c = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 = \frac{3}{4} m R^2 \dot{\theta}^2$

$E_p = E_{pe} = \frac{1}{2} k x^2 \ldots\ldots E_{pp} = Cte$

$D = 0$

$Q_q = F_{q,ext} = \vec{F} \frac{\delta \vec{r}}{\delta q} = \vec{F} \frac{\delta \vec{r}}{\delta \theta} = F \frac{\delta r}{\delta \theta} = FR$

نلاحظ هنا ان القوة المعممة هي عزم القوة

بكتابة معادلة لاغرانج نجد $\ddot{\theta} + \frac{2k}{3m} \theta = \frac{2}{3mR} F(t)$