Guided Work Series Number 1 سلسلة الأعمال الموجهة رقم
Matrices المصفوفات

Exercise N°– 1 – تمرين رقم

Let لتكن

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 0 & -1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}, D = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \\ -8 & 6 \end{pmatrix}.$$

A) أحسب كل المجاميع الممكنة لمصفوفتين من هذه المصفوفات.
Calculate all possible sums of two of these matrices.

B) أحسب كل الجداءات الممكنة لمصفوفتين من هذه المصفوفات.
Calculate all possible products of two of these matrices.

Calculate $3A + 2E$ *and* $5B + 4EA^T$. C) أحسب $3A + 2E$ و $5B + 4EA^T$.

Find α *where* $A - \alpha E$ *is the null matrix.* D) أوجد α حيث $A - \alpha E$ المصفوفة المعدومة.

Exercise N°– 2 – تمرين رقم

1) أحسب الجدائين AB و BA عندما يكون معرف، في كل من الحالات التالية:
Calculate the product AB and BA when is defined, in each of the following cases:

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 \\ -2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \ (b$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \ (c$$

2) أحسب منقول المصفوفات السابقة.

Calculate the transpose of the previous matrices.

Exercise N°– 3 – تمرين رقم

لتكن $A,\ B \in M_2(\mathbb{R})$ المصفوفة المعرفة بـ:

Let $A,\ B \in M_2(\mathbb{R})$ be the matrix defined by:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{و} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

قارن بين المصفوفتين $(A+B)^2$ و $A^2+2AB+B^2$. ثم قارن بين المصفوفتين $(A+B)^2$ و $A^2+AB+BA+B^2$.

Compare the two matrices $(A+B)^2$ with $A^2+2AB+B^2$. Then compare the two matrices $(A+B)^2$ with $A^2+AB+BA+B^2$.

Exercise N°– 4 – تمرين رقم

لتكن

Let

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

أوجد كل المصفوفات

Find all matrices

$$B = \begin{pmatrix} c & d \\ e & f \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$$

التي يمكنها أن تتبادل مع A، يعني : $AB = BA$

which can be exchanged with A, i.e.

Exercise N°– 5 – تمرين رقم

لتكن a و b أعداد حقيقية غير معدومة و المصفوفة

Let aandb be non-zero real numbers and the matrix

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$$

أوجد كل المصفوفات $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ التي يمكنها أن تتبادل مع A، أي $AB = BA$.

Find all the matrices $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ that can interchange with A, i.e. $AB = BA$.

Exercise N°– 6 – تمرين رقم

Find A and B from $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ where:

أجد A و B من $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ حيث :

$$AB = 0 \text{ and } BA \neq 0.$$

Let the matrix

لتكن المصفوفة

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

.

1) هل توجد مصفوفة $B \in M_{2,3}(\mathbb{R})$ حيث $AB = I_3$؟ إن كان الجواب بنعم، هات صيغة المصفوفة B.
Is there a matrix $B \in M_{2,3}(\mathbb{R})$ where $AB = I_3$? If yes, give the matrix formula of B.

2) هل توجد مصفوفة $C \in M_{2,3}(\mathbb{R})$ حيث $CA = I_2$؟ إن كان الجواب بنعم، هات صيغة المصفوفة C.
Is there a matrix $C \in M_{2,3}(\mathbb{R})$ where $CA = I_2$? If yes, give the matrix formula of C.

Exercise N°– 7 – تمرين رقم

Let the following matrices as: لتكن المصفوفات التالية :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

1) أحسب A^2، A^3. ثم إستنتج من A^n من أجل كل $n \geq 1$.

Calculate A^2, A^3. Then deduce from A^n for every $n \geq 1$.

2) أجب على نفس السؤال من أجل المصفوفة B *Answer the same question for the matrix* B

Exercise N°– 8 – تمرين رقم

أحسب بإستعمال طريقة غوص ثم طريقة المصفوفة المرافقة، مقلوب المصفوفة

Calculate using the submerged method and then the conjugate matrix method, the inverse of the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Exercise N°– 9 – تمرين رقم

Prove that أثبت أن

$$D = \begin{vmatrix} 1+a & a & a \\ b & 1+b & b \\ c & c & 1+c \end{vmatrix} = 1+a+b+c.$$