جامعة محمد خيضر (بسكرة)
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم التجارية

سنة: أولى ماستر تسويق
يوم: 2025/01/15
توقيت: 12:30 -14:00

الإجابة النموذجية وسلم التصحيح لامتحان الأساليب الكمية في التسويق 1

حل التمرين الأول: 8 نقاط

1. استنتاج نوع اللعبة 0.5 ن

بما أن ليس أمام كل منهما ألا أن تكسب من الأخرى حجم من المبيعات، فإن أي عائد لإحداهما يشكل خسارة للأخرى، وأي خسارة لإحداهما يشكل عائد للأخرى، وبالتالي فاللعبة ثنائية ذات مجموع صفري.

2. مصفوفة النتائج بالنسبة لمؤسسة القنطرة 1 ن

إذا كانت (a_{ij}) هي مصفوفة النتائج بالنسبة للاعب الأول (مؤسسة قديلة)، فإن مصفوفة النتائج للاعب الثاني (القنطرة) ولتكن (b_{ij}) تحقق:

$a_{ij} + b_{ij}=0$؛ مع: $i= 1..3$؛ $j=1…3$؛ ومنه: $b_{ij}= -a_{ij}$

أي أن نتائج اللاعب الثاني هي نتائج اللاعب الأول بإشارة معكوسة، مع قلب عمود الاستراتيجيات x_i ليصبح سطر الاستراتيجيات، والعكس بالنسبة لسطر الاستراتيجيات y_j، ومنه تكون مصفوفة النتائج للاعب الثاني (القنطرة) كما يلي:

مؤسسة قديلة

مؤسسة القنطرة	x_1	x_2	x_3
y_1	-1	2	-6
y_2	3	-4	-2
y_3	1	2	0

3. اختزال مصفوفة النتائج باستخدام قواعد الهيمنة 0.75 ن + 0.75 ن

بالنسبة للاعب الأول (قديلة): 0.25 ن + 0.5 ن

بما أن: $6 \geq 0$ و $-2 \geq -2$ و $-1 \geq 1$ ، فإن الإستراتيجية x_1 مهيمنة على الإستراتيجية x_3، لأنها تحقق أرباح أعلى مهما كانت إستراتيجية اللاعب الثاني، لذا نحذف الإستراتيجية x_3 .

بالنسبة للاعب الثاني (القنطرة): 0.25 ن + 0.5 ن

بما أن: $6 \leq 1$ و $2 \leq 3-$ و $0 \leq 1-$ ، فإن الإستراتيجية y_2 مهيمنة على الإستراتيجية y_3، لأنها تحقق خسائر أقل مهما كانت إستراتيجية اللاعب الأول، لذا نحذف الإستراتيجية y_3 . ومنه تكون مصفوفة النتائج المختزلة كما يلي:

مؤسسة القنطرة

مؤسسة قديلة	y_1	y_2	y_3
x_1	1	-2	6
x_2	-3	4	2
x_3	-1	-2	0

$\Rightarrow$

اللاعب الثانى

اللاعب الأول	y_1	y_2
x_1	1	-2
x_2	-3	4

4. اختبار وجود نقطة سرج 2 ن= 0.5 ن + 0.5 ن+ 0.5 ن + التفسير 0.5 ن

اللاعب الثانى

اللاعب الأول	y_1	y_2	Min_j
x_1	1	-2	**-2**
x_2	-3	4	**-3**
Max_i	**1**	4	

$V_1 = \text{Max}_i \min_j (a_{ij}) = -2$ $\quad V_2 = \text{Min}_j \max_i (a_{ij}) = 1$ $\quad$ **0.5 ن + 0.5 ن**

بما أن: $V_1 \neq V_2$؛ فإنه لا توجد نقطة سرج لهذه اللعبة. **0.5 ن**

التفسير الاستراتيجي: لا توجد إستراتيجية صافية يستخدمها كل لاعب بصفة دائمة، فتحقق أقصى ربح للاعب الأول وأدنى خسارة للاعب الثاني في نفس الوقت، ويكون مجموعهما صفر، حيث تلتقي الاستراتيجيان عن نتيجة مثلى واحدة للاعبين. **0.5 ن**

5. الإستراتيجية المختلطة ونتيجة اللعبة لكل لاعب 3 ن

اللاعب الأول (قديلة) 0.5 ن

نفرض أنه يستخدم الإستراتيجية x_1 باحتمال p؛ ومنه يستخدم الإستراتيجية x_2 باحتمال 1-p.

نتيجة المباراة إذا استخدم اللاعب الثاني الإستراتيجية y_1: $1(p) - 3(1-p) = 4p - 3$

نتيجة المباراة إذا استخدم اللاعب الثاني الإستراتيجية y_2: $-2p + 4(1-p) = -2p + 4 - 4p = 4 - 6p$

ومنه: $4p - 3 = 4 - 6p$، ومنه: $10p = 7$، ومنه: $p = 7/10$، ومنه: $1-p = 3/10$

نتيجة المباراة للاعب الأول: 0.5 ن

$V_1 = 1(7/10) - 3(3/10) = -2/10 = -1/5$ أو: $V_1 = -2(7/10) + 4(3/10) = -2/10 = -1/5$

التفسير الاستراتيجي: الأفضل للاعب الأول أن يستخدم الإستراتيجية x_1 لـ 70% من الوقت، والإستراتيجية x_2 لـ 30% من الوقت، أو أنه إذا لعب 10 مرات، فإنه يستخدم الإستراتيجية x_1 سبع مرات، والإستراتيجية x_2 لـ ثلاث مرات بشكل عشوائي، عندها سيحقق خسارة (1/5-)، وهي أقل من الخسارة التي يحققها بطريقة Maximin (وهي خسارة 2-). **0.5 ن**

اللاعب الثاني (القنطرة)

نفرض أنه يستخدم الإستراتيجية y_1 باحتمال q، ومنه يستخدم الإستراتيجية y_2 باحتمال 1-q. 0.5

نتيجة المباراة إذا استخدم اللاعب الأول الإستراتيجية x_1: $1(q) - 2(1-q) = q - 2 + 2q = 3q - 2$

نتيجة المباراة إذا استخدم اللاعب الأول الإستراتيجية x_2: $-3q + 4(1-q) = -3q + 4 - 4q = 4 - 7q$

ومنه: $3q - 2 = 4 - 7q$؛ ومنه: $10q = 6$؛ ومنه: $q = 6/10 = 3/5$؛ ومنه: $1 - q = 2/5$

نتيجة المباراة للاعب الثاني: 0.5 ن

$V_2 = 1(3/5) - 2(2/5) = -3/9 = -1/5$ أو: $V_2 = -3(3/5) + 4(2/5) = -1/5$

التفسير الاستراتيجي: الأفضل للاعب الثاني أن يستخدم الإستراتيجية y_1 لـ 60% من الوقت، والإستراتيجية y_2 لـ 40% من الوقت، أو أنه إذا لعب 5 مرات، فإنه يستخدم الإستراتيجية y_1 لـ 3 مرات، والإستراتيجية y_2 لمرتين بشكل عشوائي، عندها سيحقق ربح (1/5-)، وهي أفضل من النتيجة التي يحققها بطريقة Minimax (خسارة 1). **0.5 ن**

حل التمرين الثاني 8 نقاط

1. دالة الهدف لنموذج النقل 0.5 ن

$$Z = \text{Min}(7x_{11} + 3x_{12} + 7x_{11} + 11x_{13} + 7x_{11} + 5x_{21} + 13x_{22} + 8x_{23} + 10x_{31} + 3x_{32} + 5x_{33})$$

التحقق من توازن مسألة النقل 0.5 ن

لدينا: مجموع المتاحات أو العرض= 1300 +950 +1750 =4000؛

مجموع الاحتياجات أو الطلب= 1500 +1450 +1050 =4000. بما أن مجموع المتاحات= مجموع الاحتياجات؛ إذن مسألة النقل متوازنة.

2. إيجاد حل أولي: 2 ن

طريقة الركن الشمالي الغربي

D_j / S_i	D_1	D_2	D_3	a_i المتاح
S_1	- 7 / 1300	+ 3	11	1300
S_2	+ 5 / 200	- 13 / 750	8	950
S_3	10	3 / 700	5 / 1050	1750
b_j الاحتياج	1500	1450	1050	4000=4000

إذن الحل الأولي بطريقة الركن الشمالي الغربي:

$x_{11}= 1300$; $x_{21}= 200$; $x_{22}= 750$; $x_{32}= 700$; $x_{33}= 1050$

التكلفة الكلية: $CT= 7(1300)+ 5(200)+ 13(750)+ 3(700)+ 5(1050)= 27200$ **0.5 ن**

مقبولية الحل الأولي: $m+ n- 1= 3+ 3- 1= 5$؛ وهو يساوي عدد الخانات المشغولة (المتغيرات الأساسية): $k=3$

إذن الحل الأولي مقبول، وهو قابل لاختبار الأمثلية **1 ن**

3. اختبار أمثلية الحل الأولي

أ. طريقة حجر الوطء 1.5 + 0.5 ن

عدد الخانات الفارغة (المتغيرات خارج الحل)= 4

نبحث عن التغير في تكلفة نقل طن واحد من المادة الأولية لكل خانة فارغة (متغير غير داخل في الحل)، وذلك بتكوين مسارات أفقية وعمودية فقط، تبدأ وتنتهي بتلك الخانة الفارغة:

$x_{12} : x_{12}\rightarrow x_{11}\rightarrow x_{21}\rightarrow x_{22}\rightarrow x_{21} :\ \Delta C_{12}= 3- 7+ 5- 13= -12 < 0$ مسار يسمح بتحسين الحل الأولي

$x_{13} : x_{13}\rightarrow x_{11}\rightarrow x_{21}\rightarrow x_{22}\rightarrow x_{32}\rightarrow x_{33}\rightarrow x_{13} : \Delta C_{13}= 11- 7+ 5- 13+ 3- 5= - 6< 0$ يسمح بالتحسين

$x_{23} : x_{23}\rightarrow x_{22}\rightarrow x_{32}\rightarrow x_{33}\rightarrow x_{23} :\ \Delta C_{23}= 8- 13+3- 5= -7 < 0$ مسار يسمح بتحسين الحل الأولي

$x_{31}: x_{31}\rightarrow x_{32}\rightarrow x_{22}\rightarrow x_{21}\rightarrow x_{31} : \Delta C_{31}= 10- 3+ 13- 5= 15< 0$ مسار لا يسمح بتحسين الحل الأولي

بما أحد فروق التكلفة سالب، فإن الحل الأولي بطريقة الركن الشمالي الغربي غير أمثل، وبالتالي يمكن تحسينه.

تحسين الحل الأولي: 1 ن

الأفضل اختيار مسار الخانة x_{12}، لأنها تحقق أكبر تخفيض في تكلفة النقل الكلية (-12) لكل 1 طن منقول، ويتم تحريك كمية عبر هذا المسار تساوي: **Min (1300 , 750)= 750**

وبالتالي يكون التخفيض في التكلفة الكلية = - 12(750)= - 9000؛

أي التكلفة الكلية الجديدة: $CT'= 27200-9000=18200$

وعليه يصبح الحل المحسن كما في جدول النقل التالي: 1 ن

D_j / S_i	D_1	D_2	D_3	a_i المتاح
S_1	7 / 550	3 / 750	11	1300
S_2	5 / 950	13 / ×	8	950
S_3	10	3 / 700	5 / 1050	1750
b_j الاحتياج	1500	1450	1050	4000=4000

التحقق من الحل الجديد: CT'= 7(550)+3(750)+5(950)+3(700)+5(1050)= 18200

طريقة التوزيع المعدل

الخطوة الأولى: البحث عن U_i وV_j للخانات المملوءة (المتغيرات الداخلة في الحل)، والتي تحقق:

$$U_i+V_j= C_{ij}$$

$$U_0= 0$$

x_{11}: $U_1+V_1= 7$, $U_1= 0 \Longrightarrow V_1= 7$

x_{21} : $U_2+V_1= 5$, $V_1=7 \Longrightarrow U_2= 5-7= -2$

x_{22} : $U_2+ V_2= 13$, $U_2= -2 \Longrightarrow V_2= 13- (-2)= 15$

x_{32} : $U_3+V_2= 3$, $V_2= 15 \Longrightarrow U_3= 3- 15= -12$

x_{33} : $U_3+V_3= 5$, $U_3= -12 \Longrightarrow V_3= 5- (-12)= 17$

نضع القيم U_i وV_j على جدول الحل الأولي بطريقة الركن الشمالي الغربي

	D_j / S_i	$U_1= 0$ ***D_1***	$U_2= -2$ ***D_2***	$U_3= -12$ ***D_3***	a_i ***المتاح***
$V_1= 7$	***S_1***	***7*** **1300**	**3**	**11**	**1300**
$V_2= 15$	***S_2***	**5** **200**	**13** **750**	**8**	**950**
$V_3= 17$	***S_3***	**10**	**3** **700**	**5** **1050**	**1750**
	b_j ***الاحتياج***	**1500**	**1450**	**1050**	**4000=4000**

الخطة الثانية: نبحث عن فروق التكلفة Δ_{ij} لكل الخانات الفارغة (المتغير خارج الحل /غير الأساسية)، بتطبيق العلاقة:

$$\Delta_{ij}= C_{ij}- U_i- V_j$$

x_{12} : $\Delta_{12}= C_{12} - U_1 - V_2 = 3 – 0 – 15 = -12 < 0$ يمكن تحسين الحل

x_{13} : $\Delta_{13}= C_{13} – U_1 – V_3=11 – (0) - 17= -6 <0$ يمكن تحسين الحل

x_{23} : $\Delta_{23}= C_{23} - U_2 – V_3= 8- (-2) -17= -7 < 0$ يمكن تحسين الحل

x_{31} : $\Delta_{31}= C_{31} - U_3 - V_1= 10 – (-12) -7= 15 \geq 0$ لا يمكن تحسين الحل

بما أن أحد فروق التكلفة سالب، فهذا يعني أن الحل الأولي بطريقة الركن الشمالي الغربي ليس أمثل، وبالتالي يمكن تحسينه.

تحسين الحل الأولي:

الأفضل اختيار مسار الخانة x_{12} لأنها تحقق أكبر تخفيض في التكلفة (-12)، ويتم تحريك كمية عبر مسار مغلق أفقي وعمودي فقط، مع أركان تقع على خانات مملوءة، وينطلق من الخانة x_{12}، الكمية المحركة تساوي:

$$Min(1300, 750)= 750$$

وبالتالي يكون التخفيض في التكلفة الكلية = - 12(750)= - 9000؛

أي التكلفة الكلية الجديدة: CT'= 27200-9000=18200

وعليه يصبح الحل المحسن مماثل لما وجدناه في طريقة حجر الوطء.

حل التمرين الثالث 4 نقاط

1. معنى العناصر التي تظهر في الرسم: 0.5 ن

y= - 34,85 x + 485,3: تمثل معادلة الانحدار الخطي لكمية المبيعات عبر الشهور، ومعامل x السالب (-34,85)، يمثل معامل الانحدار، ويعني أن كمية المبيعات تتناقص عبر تقدم الشهور بشكل عام، أما الثابت 485,3 فيمثل كمية المبيعات الاتجاهية في الشهر 0، ويقابلها جوان 2024.

R= - 0,386: يمثل معامل الارتباط بين الزمن وكمية المبيعات.

R^2= 0,149: يمثل معامل التحديد.

2. الاتجاه العام في السلسلة الزمنية 1 ن

لا يوجد اتجاه عام في السلسلة الزمنية، لأن الرسم البياني يُظهر اتجاهًا مستقرا في كمية المبيعات وليس اتجاه عام حقيقي. وما يؤكد ذلك هو معامل الارتباط الضعيف R= -0,386 (قريب من 0)؛ ، فيعني علاقة ارتباط عكسية ضعيفة بين كمية المبيعات والزمن، ومعامل التحديد الضعيف جدا (R^2= 0,149)؛ ويعني أن المتغير المستقل (الزمن بالشهور) يفسر 14,9 % فقط من التباين في المتغير التابع (كمية المبيعات)، وهي نسبة تفسيرية ضعيفة، تدل على أن نموذج الانحدار الخطي البسيط لا يسمح بالتنبؤ بكمية المبيعات.

3. التنبؤ بكمية المبيعات لشهر جانفي 2025 بطريقة المتوسطات المتحركة من الرتبة 4: 0.5 ن

mm (4)= (220+ 540+ 200+ 340)/4= 325 طن

ومنه كمية المبيعات المتوقعة لشنر جانفي 2025 هي 325 طن.

4. التنبؤ بكمية المبيعات لشهر جانفي 2025 بطريقة المتوسطات المتحركة المرجحة من الرتبة 3: 0.5 ن

mmk (3)= [340 (0,6)+ 200(0,3) + 540(0,1)] = 318 طن

5. التنبؤ بكمية المبيعات لشهر جانفي 2025 بطريقة التمهيد الأسي بثابت تمهيد α= 0,3: 1.5 ن= 1 ن + 0.5 ن

$$P_i = P_{i-1} + \alpha(R_{i-1} - P_{i-1})$$

P_1= 600 التنبؤ بكمية المبيعات لشهر جولية 2024 معطى

P_2 = 600+ 0,30 (600- 600)= 600 : التنبؤ بكمية المبيعات لشهر أوت 2024

P_3= 600+ 0,30(280- 600)= 504 التنبؤ بكمية المبيعات لشهر سبتمبر 2024

P_4= 504+ 0,30(220- 504)= 418,8 : التنبؤ بكمية المبيعات لشهر أكتوبر 2024

P_5= 418,8+ 0,30(540- 418,8)= 455,16 : التنبؤ بكمية المبيعات لشهر نوفمبر 2024

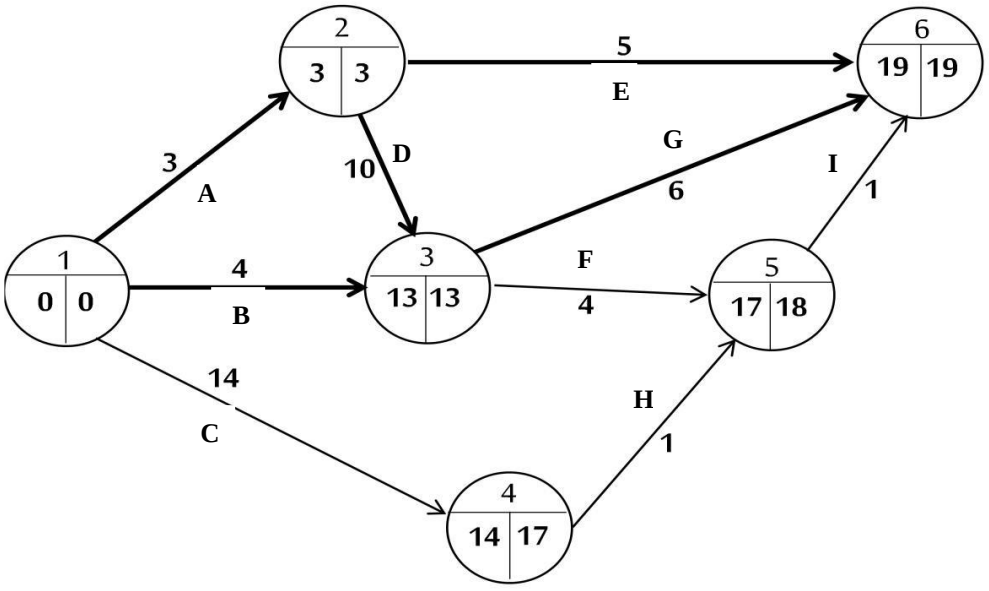
P_6= 455,16+ 0,30(200- 455,16)= 378,61 : التنبؤ بكمية المبيعات لشهر ديسمبر 2024

P_7= 378,61+ 0,30(340- 378,61)= 367,03 : التنبؤ بكمية المبيعات لشهر جانفي 2025

إذن كمية المبيعات المتوقعة لشهر جانفي 2025 تساوي 367,03 طن.

حل التمرين الرابع 4 نقاط

1. رسم شبكة الأعمال (اعتماد على عمود حدثي البداية والنهاية) 1 ن



2. أ. حساب الأوقات المبكرة: بتطبيق القانون: $ET_j = Max(ET_i + t_{ij})$ مع: ET_1= 0 **0.5 ن**

ET_1= 0

$ET_2 = ET_1 + t_{12} = 0 + 3 = 3$

$ET_3 = Max(ET_2 + t_{23}, ET_1 + t_{13}) = Max(3 + 10, 0 + 4) = 13$

$ET_4 = ET_1 + t_{14} = 0 + 14 = 14$

$ET_5 = Max(ET_3 + t_{35}, ET_4 + t_{45}) = Max(13 + 4, 14 + 1) = 17$

$ET_6 = Max(ET_2 + t_{26}, ET_3 + t_{36}, ET_5 + t_{56}) = Max(3 + 5, 13 + 6, 17 + 1) = 19$

2. ب. حساب الأوقات المتأخرة: بتطبيق القانون: $LT_i = Min(LT_j - t_{ij})$ مع: $LT_n = ET_n$ **0.5 ن**

$LT_6 = ET_6 = 19$

$LT_5 = LT_6 - t_{56} = 19 - 1 = 18$

$LT_4 = LT_5 - t_{45} = 18 - 1 = 17$

$LT_3 = Min(LT_6 - t_{36}, LT_5 - t_{35} = Min(19 - 6, 18 - 4) = 13$

$LT_2 = Min(LT_3 - t_{23}, LT_6 - t_{26}) = Min(13 - 10, 19 - 5) = 3$

$LT_1 = Min(LT_2 - t_{12}, LT_3 - t_{13}, LT_4 - t_{14}) = Min(3 - 3, 13 - 4, 17 - 14) = 0$

3. أ. الأنشطة الحرجة **0.5 ن**

تحقق: زمن البداية المبكرة= زمن البداية المتأخرة؛ و: زمن النهاية المبكرة= زمن النهاية المتأخرة

$$ET_i = ET_j \qquad LT_i = LT_j$$

وهي الأنشطة: A؛ B؛ D؛ E وG

3. ب. المسار الحرج **0.5 ن**

هو المسار الذي يتكون من تتابع أنشطة حرجة ويكون بأطول مدة، وهو المسار: **G ← D ← A**

3. ج. زمن المشروع **0.5 ن**

هو مجموع أزمنة الأنشطة التي تقع على المسار الحرج، ويساوي: 3+ 10 +6= **19 يوم.**