

المحاضرة العاشرة / الفصل الثالث " إختبار الفرضيات "

1- مقدمة:

بالرغم من أهمية موضوع تقدير المعالم الذي تناولنا دراسته في المحور السابق إلا أنه غالب ما يكون الاهتمام منصبا ليس على مجرد تقدير المعالم ولكن على عملية وضع القواعد التي تسمح بالتوصل إلى قرار بقبول أو رفض فرض عن معالم مجتمع أو أكثر وهذا ما يسمى باختبار الفرضيات.

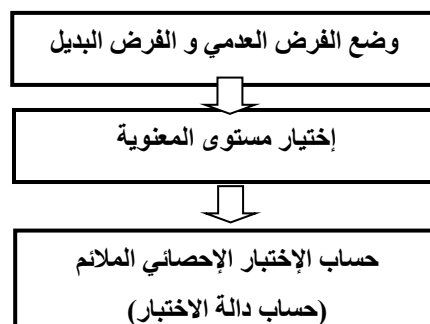
فمثلا يمكن للمسؤول عن الرقابة الإحصائية على جودة المنتجات أن يقرر ما إذا كانت الوحدات المنتجة من صنف معين تحقق الموصفات المطلوبة أم لا، فإذا كانت الموصفات المطلوبة تحدد أن وزن الوحدة المنتجة من صنف معين تساوي 1 كلف ، وبالتالي فإن المسؤول عن الرقابة الإحصائية في هذه الحالة يرغب في اختبار الفرض التالي : $\mu = 1$ ، حيث μ يرمز لمتوسط مجتمع الوحدات المنتجة من هذا الصنف.

وعلى العموم فإن الفرض الإحصائي هو ادعاء أو اعتقاد يتعلق بقيمة غير معلومة للمؤشر (أي للمعلمة) ويُراد إختبار مدى صحتها، كذلك فإن الفرض الإحصائي هو كل عبارة صحتها أو عدم صحتها بحاجة إلى قرار.

2-خطوات إختبارات الفروض:

لإجراء إختبار الفرضيات هناك خمس خطوات يجب القيام بها، ويمكن توضيحها في الشكل التالي:

الشكل (1) خطوات إختبار الفرضيات



ومن أجل فهم واستيعاب الخطوات السابقة، يجب دراسة وتحليل المفاهيم التالية:

- ❖ الفرض العدمي والفرض البديل.
- ❖ الخطأ من النوع الأول والخطأ من النوع الثاني.
- ❖ مستوى المعنوية.
- ❖ إحصاء الاختبار.

وفيما يلي سوف نتناول تحليلاً موجزاً لهذه المفاهيم.

1-2. الفرض العدمي والفرض البديل

"Null and Alternative Hypothesis"

الفرض العدمي يُرمز له بالرمز H_0 ، وهو صفة مميزة لا تحتاج إلى إثبات، فنحن نفترض أنه صحيحاً ما لم يظهر بوضوح أنه غير صحيح، فمثلاً عادة ما تكون عملية تعبئة المنظف في الأكياس بمتوسط 500 غ. في أي وقت من عملية التعبئة، نفترض أن هذا هو المتوسط ما لم يكن دليل العينة يشير بشكل واضح إلى أن المتوسط قد انحراف عن ما هو محدد، وبالتالي يوضع الفرض العدمي على النحو التالي:

$$H_0: \mu = 500$$

وعلى العموم، الفرض العدمي يتصف بحقيقة أننا نعامله وكأنه صحيح ما لم يكن ادعائه يتناقض بوضوح مع بيانات العينة، لذا إذا كان الفرض العدمي غير مناقض بوضوح، فإنه لا يوجد سبباً كافياً لرفضه. وغالباً ما ننظر إلى الفرض العدمي على أنه نقطة البداية في عملية التحليل.

أما **الفرض البديل** فيرمز له بالرمز H_1 ، وهو بديل لحالة الفرض العدمي، أي هو الفرض الذي يمكن قبوله عند رفض الفرض العدمي، ففي مثال عملية التعبئة، يكون

الفرض البديل هو أن متوسط العملية الحالي ليس 500 غ. و بالتالي يوضع الفرض البديل على النحو التالي:

$$H_1: \mu \neq 500$$

والفرض البديل يأخذ ثلاثة أشكال وهي:

- الفرض البديل ذو الذيلين (الطرفيين): وفيه تكون معلمة المجتمع θ لا تساوي قيمة معينة θ_0 .

ففي مثال عملية التعبئة دائما يكون $H_1: \mu \neq 500$ هذا من جهة. ومن جهة أخرى نضع نصف قيمة α في كل من طرفي توزيع دالة الاختبار، أي تكون $\frac{\alpha}{2}$ على كل طرف. فنقبل الفرض H_0 إذا وقعت قيمة دالة الاختبار في منطقة قبول H_0 ، و نرفض H_0 إذا وقعت قيمة دالة الاختبار في منطقة رفض H_0 .

- الفرض البديل ذو الطرف الأعلى (الطرف الأيمن): وفيه تكون معلمة المجتمع θ أكبر من قيمة معينة θ_0 ، ففي المثال السابق يكون الفرض البديل: $H_1: \mu > 500$ هذا من جهة. ومن جهة أخرى نضع قيمة α في الطرف الأيمن (الأعلى) من توزيع دالة (اقتران) الاختبار. فنقبل H_0 إذا وقعت قيمة دالة الاختبار في منطقة قبول H_0 ، ونرفض H_0 إذا وقعت قيمة دالة الاختبار في منطقة رفض H_0 .

- الفرض البديل ذو الطرف الأدنى (الطرف الأيسر): وفيه تكون معلمة المجتمع θ أصغر من قيمة معينة θ_0 ، ففي المثال السابق يكون الفرض البديل: $H_1: \mu < 500$ ، ونضع قيمة α في الطرف الأيسر من توزيع دالة الاختبار.

بنفس الطريقة السابقة، نقبل H_0 إذا وقعت قيمة دالة الاختبار في منطقة قبول H_0 ، ونرفض H_0 إذا وقعت قيمة دالة الاختبار في منطقة رفض H_0 .

2-2. الخطأ من النوع الأول و الخطأ من النوع الثاني:

من المعلوم أنه عند اتخاذ أي قرار إحصائي فإن ذلك ينطوي على أخطاء بنسب معينة ، حيث أنه من المحتمل أن نرفض فرضية معينة في حين أنها صحيحة ، والعكس صحيح. لهذا فان هناك نوعان من الأخطاء الإحصائية وهي:

-**الخطأ من النوع الأول (α):** هو الخطأ الذي نقع فيه عندما نرفض الفرضية الصفرية H_0 بالرغم من صحتها، ويُرمز لإحتمال وقوع هذا الخطأ بالرمز α ، ونسميه "مستوى دلالة الاختبار" أو "مستوى معنوية الاختبار".

-**الخطأ من النوع الثاني (β):** هو الخطأ الذي نقع فيه عندما نقبل الفرضية الصفرية بالرغم من عدم صحتها، ويُرمز إلى إحتمال هذا الخطأ بالرمز β .

و على العموم يمكن توضيح نوعي الخطأ من خلال الجدول التالي:

الجدول (01) جدول توضيحي لنوعي الخطأ

القرار		
رفض الفرض العدمي	قبول الفرض العدمي	الفرض العدمي
خطأ من النوع الأول (α)	قرار صحيح	الفرض العدمي H_0 صحيح
قرار صحيح	خطأ من النوع الثاني (β)	الفرض العدمي H_0 خاطئ

بصفة عامة يمكن توضيح الخصائص التالية للعلاقة بين الخطأين:

- يرتبط الخطأ من النوع الأول (α) ارتباطا عكسيا مع الخطأ من النوع الثاني (β)، أي أن إنخفاض احتمال أحدهما يؤدي إلى زيادة احتمال الآخر.
- زيادة حجم العينة يؤدي إلى تناقص كلا النوعين من الخطأ.
- إذا كان الفرض العدمي H_0 غير صحيح، فإن قيمة الخطأ من النوع الثاني (β) تكون أكبر ما يمكن عندما تكون القيمة الحقيقية للمعلمة تكاد تتطابق مع القيمة الافتراضية لها، والعكس صحيح عندما يكون الفرق بين القيمتين الحقيقية والافتراضية، فإن قيمة الخطأ من النوع الثاني (β) تقل.

3-2 . مستوى المعنوية أو مستوى الدلالة:

في اختبار فرضية معينة، فإن أقصى احتمال والذي يمكن أن نتحمل به خطأ من النوع الأول يسمى **مستوى المعنوية للاختبار**، هذا الاحتمال يرمز له بالرمز α ويحدد بشكل عام قبل سحب أي عينة، لكي لا تتأثر النتائج التي حصلنا عليها في اختبارنا. ومن الناحية العملية فإننا نستخدم عادة مستوى المعنوية 0.05 أو 0.01 ، و إذا كان هناك قيم أخرى يتم استخدامها.

إن استخدامنا لمستوى المعنوية 0.05 أو 5% في اختبار فرضية معينة، فهذا يعني أن هناك حوالي 5 فرص من أصل 100 فرصة أننا سوف نرفض الفروض وهي صحيحة؛ بمعنى أننا سنكون واثقين بنسبة 95% في أننا سنأخذ القرار الصحيح، و بالمقابل فإنه من الممكن أن نكون على خطأ باحتمال قدره 0.05.

4-2. إحصاء الاختبار Test Statistic

إحصاء الاختبار هو إقتران إحصائي يساعدنا على إتخاذ قرار حول فرضية إحصائية معينة، ويتم حساب قيمته من بيانات العينة، وبالتالي فهو عبارة عن متغير عشوائي تتغير قيمته بتغير بيانات العينة الإحصائية التي نأخذها من المجتمع الإحصائي. ومن القيمة التي نحصل عليها لإحصاء الاختبار نقرر ما إذا كان هناك سببا قويا لرفض H_0 وقبول H_1 أم لا.