جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية
وعلوم التسييـــر

مجال العلوم الاقتصادية والتسيير
والعلوم التجارية *LMD-SEGC*
السنـــة الأولـــى

سلسلة التمـــارين رقم 06 في الإحصـــاء الوصفي
مقـــاييس الـتشتت

التمرين الأول: إليك مجموعتي الأرقام الآتيتين:
- المجموعة أ: 5 ، 18 ، 10 ، 15 ، 3 ، 7 ، 6 ، 12.
- المجوعة ب: 18 ، 9 ، 8 ، 9 ، 8 ، 8 ، 3 ، 9.

المطلوب:
1. لكلا المجموعتين أحسب كلا من: المدى، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري.
2. بالاعتماد على هذه المعايير، حدد أي المجموعتين أكثر تشتتا؟

التمرين الثاني: تمثل البيانات الواردة في التوزيع التكراري الآتي، الأجور(بالدينار) لعينة قوامها 50 عاملا:

المطلوب: قياس درجة تشتت الأجور باستخدام المقاييس الآتية:
المدى، الانحراف المتوسط، التباين، الانحراف المعياري.

الأجور (دج)	n_i
50-60	15
60-70	20
70-80	10
80-90	5
المجموع	**50**

التمرين الثالث: لدينا توزيعان تكراريان؛ الأول خاص بأطوال 75 رجلا في إحدى القرى، والثاني خاص بنقاط 30 طالبا في أحد المقاييس.

التوزيع التكراري لأطوال 75 رجلا.

الفئات	129 -115	144 -130	159 -145	174 -160	189 -175	204 -190	المجموع
n_i	4	9	15	26	15	6	**75**

التوزيع التكراري لنقاط 30 طالبا.

الفئات	29 -20	39 -30	49 -40	59 -50	69 -60	79 -70	المجموع
n_i	2	3	9	12	3	1	**30**

المطلوب: بافتراض أن التوزيعين خاضعان للتوزيع الطبيعي:
1-ما هو عدد الرجال المحصورة أطوالهم في المجال $\overline{X} \pm S$ ؟
2-ما هو عدد الطلبة المحصورة نقاطهم في المجال $\overline{X} \pm 2S$ ؟
3-ما هو التوزيع الأكثر تشتتا؟

التمرين الرابع:
يبين الجدول الآتي أرباح الشركتين X و Y لفترة ما بملايين الدينار:
المطلوب: حسب رأيك أي الشركتين أكثر استقرارا وجذبا للمستثمرين؟

الشركةX	10	50	45	65	10
الشركة Y	40	30	35	40	35

التمرين الخامس:

قام أحد الباحثين بدراسة بين فيها أن متوسط دخول عمال وحدة الشرق لمؤسسة ما قبل اقتطاع الضريبة وصل إلى 25000 دج بانحراف معياري قدره 1200 دج.

المطلوب:

1. كيف سيتغير متوسط دخل العمال وانحرافه المعياري إذا فُرضت ضريبة موحدة على الجميع قدرها 3000 دج ؟
2. كيف سيتغير متوسط دخل العمال وانحرافه المعياري إذا فُرضت ضريبة على الجميع بمعدل 30% من الدخل ؟
3. إذا علمت أن متوسط دخول عمال وحدة الغرب للمؤسسة نفسها والانحراف المعياري هما على الترتيب: 30000 دج و 4500 دج، وأن عدد عمال هذه الوحدة يمثل ثلثي مجموع عمال المؤسسة ككل، أحسب متوسط دخول كل عمال المؤسسة والانحراف المعياري لهذه الدخول؟

التمرين السادس:

إذا كان متوسط درجة الحرارة لمدينة ما هو 25^{o} بانحراف معياري 3^{o} ، أوجد المتوسط والانحراف المعياري للدرجات الفهرنهايتية إذا كانت العلاقة بينهما هي:

الدرجة الفهرنهايتية = (32+1.8 الدرجة المئوية)

التمرين السابع: تمثل المعلومات الواردة في الجدول الآتي قيم الرُّبيعين الأول والثالث المحسوبين لبيانات مجموعة من الأعمار والأوزان:

المطلوب: قارن بين تشتت مجموعة الأعمار ومجموعة الأوزان.

المجموعات	Q_1	Q_3
مجموعة الأعمار	22 سنة	37 سنة
مجموعة الأوزان	65 كغ	80 كغ

التمرين الثامن: أجريت تجربة لدراسة طول النبات (سم)، وكمية المحصول (كلغ) لـ (100) نبات من محصول الذرة الصفراء، فكانت النتائج كما هي مبينة في الجدول المقابل:

المطلوب: قارن بين تشتت صفتي الطول وكمية المحصول.

المؤشرات الإحصائية	الطول/سم	كمية المحصول/كغ
الوسط الحسابي	240	900
الانحراف المعياري	16	30

التمرين التاسع:

إذا علمت أن معامل الاختلاف لإنتاج أحد المصانع في فترة ما هو 20% ، أوجد عدد أيام هذه الفترة إذا كان الانحراف المعياري للإنتاج هو 10 وحدات، ومجموع إنتاج الفترة يساوي 500 وحدة.

التمرين العاشر:

يبين التوزيع التكراري الآتي أعمار 50 مصباحا ناتجة عن دراسة قامت بها مصلحة متابعة الجودة في أحد المصانع.

فإذا علمت أن الوسط الحسابي لهذه الأعمار 953 ساعة، والانحراف المعياري يساوي 201.34 ساعة:

الفئـات	n_i
500 – 100	2
800 – 500	4
900 – 800	6
1000 – 900	18
1100 – 1000	15
1500 – 1100	5
المجمـوع	**50**

المطلوب:

- حدد النسبة التي يحتويها المجال $\overline{X} \pm S$.
- ماذا تستنتج بخصوص منحنى هذا التوزيع؟

أسرة المقياس

حلول سلسلة التمارين رقم 06 في مقياس الاحصاء 01
- مقاييس التشتت -

التمرين الأول :

1- حساب : المدى، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري للمجموعتين أ، ب :

المجموعة أ

- حساب المدى : $E_أ$

$$E_أ = (X_{MAX}) - (X_{MIN}) = 18 - 3 = 15$$

- حساب الانحراف المتوسط $EM_أ$

$$EM_أ = \frac{\sum |x_i - \bar{x}_أ|}{n}$$

$$\bar{x}_أ = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{5+8+\cdots+12}{8} = \frac{76}{8} = 9,5$$

$$EM_أ = \frac{|15-9,5| + |18-9,5| + \cdots}{8} = \frac{34}{8} = 4,25$$

- حساب الانحراف المعياري :

$$S_أ = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x}_أ)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{190}{7}} = \sqrt{27,14} = 5,21$$

المجموعة ب

- حساب المدى : $E_ب$

$$E_ب = (X_{MAX}) - (X_{MIN}) = 18 - 3 = 15$$

- حساب الانحراف المتوسط $EM_ب$

$$EM_ب = \frac{\sum |x_i - \bar{x}_ب|}{n}$$

$$\bar{x}_ب = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{18+9+\cdots+9}{8} = 9$$

$$EM_ب = \frac{|18-9| + |9-9| + \cdots + |9-9|}{8} = \frac{18}{8} = 2,25$$

- حساب الانحراف المعياري :

$$S_ب = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x}_ب)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{120}{7}} = \sqrt{17,14} = 4,14$$

2- تحديد أيُّ المجموعتين أكثر تشتتا :

- وفق المدى : $E_ب = E_أ \Leftarrow$ تشتت أ = تشتت ب.
- وفق EM : $EM_ب < EM_أ \Leftarrow$ تشتت أ > تشتت ب.
- وفق S : $S_ب < S_أ \Leftarrow$ تشتت أ > تشتت ب.

1-

ملاحظة: نلاحظ أن نتيجة المقارنة وفق المدى لا تتناسب ونتيجة المقارنة وفق EM أو S، وسبب ذلك تأثر المدى في المجموعة ب بقيمتين متطرفتين هما 18 و 3. ولذلك عند إسبعادهما نلاحظ أن المدى في "ب" أصبح يساوي 1 (9-8)، وهو أقل من Ef. وبهذا تتناسب النتائج جميعا.

التمرين الثاني

- قياس درجة تشتت الأجور باستخدام: E، EM، S^2، S:

الأجور (د ج)	n_i	x_i	$n_i x_i$	$n_i \lvert x_i - \bar{X} \rvert$	$n_i (x_i - \bar{X})^2$
60 - 50	15	55	825	165	1 815
70 - 60	20	65	1 300	20	20
80 - 70	10	75	750	90	810
90 - 80	5	85	425	95	1 805
المجموع	50		3 300	370	4 450

المدى: حسب طريقتين:

✓ مركز الفئة الأخيرة - مركز الفئة الأولى = 85 - 55 = 30

✓ BMAX للفئة الأخيرة - BMIN للفئة الأولى = 90 - 50 = 40

ولا مشكلة في اختلاف النتيجتين لأن الطريقتين مختلفتان أصلا.

الانحراف المتوسط:

$$EM = \frac{\sum n_i \lvert x_i - \bar{X} \rvert}{\sum n_i} =$$

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{3300}{50} = 66$$

$$EM = \frac{370}{50} = 7,40$$

التباين S^2:

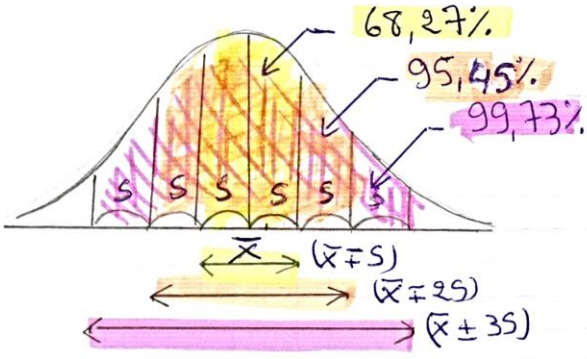
$$S^2 = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{4450}{49} = 90,82$$

-2-

الانحراف المعياري: وهو يساوي الجذر التربيعي للتباين، أي:

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{90,82} = 9,53$$

حل التمرين الثالث:



لحل هذا النوع من التمارين لابد من حفظ النسب المئوية والخاصة فقط بالتوزيع الطبيعي:

$\%68,27 \longleftarrow \bar{X} \pm S$

$\%95,45 \longleftarrow \bar{X} \pm 2S$

$\%99,73 \longleftarrow \bar{X} \pm 3S$

1- حساب عدد الرجال المحصورة أطوالهم في المجال $\bar{X} \pm S$.

ببساطة ... نطبق القاعدة الثلاثية أو الرابع المتناسب:

75 رجلا $\longleftarrow \%100$

$X_1 \longleftarrow \%68,27$

$$X_1 = \frac{75 \times 68,27}{100} = 51,2 \simeq 51 \text{ رجلا}$$

2- حساب عدد الطلبة المحصورة نقاطهم في المجال $\bar{X} \pm 2S$.

30 طالبا $\longleftarrow \%100$

$X_2 \longleftarrow \%95,45$

$$X_2 = \frac{30 \times 95,45}{100} = 28,63 \simeq 29 \text{ طالبا}$$

3- تحديد التوزيع الأكثر تشتتا:

بما أن التوزيعين يمثلان ظاهرتين غير متجانستين، فإنه لمعرفة أي التوزيعين أكثر تشتتا لابد من استخدام مؤشر نسبي من مؤشرات التشتت، والأفضل من بينها هو CV. حيث:

$$CV = \frac{S}{\bar{X}}$$

* بالنسبة للتوزيع الأول:

لابد أولا حساب S_1 و $\bar{X}_1$، وذلك تماما كما حسبناهما في السابقة: نجد أن $S_1 = 19,49$ $\bar{X}_1 = 163,40$

وعليه $CV_1 = \frac{S_1}{\bar{X}_1} = \frac{19,49}{163,40} = 0,1193 = 11,93\%$

- بالنسبة للتوزيع الثاني: $S_2 = 11,55$ ، $\bar{X}_2 = 49,17$

$$CV_2 = \frac{S_2}{\bar{X}_2} = \frac{11,55}{49,17} = 0,2349 = 23,49\%$$

بما أن $CV_1 < CV_2$ فإن التوزيع الثاني هو الأكثر تشتتا.

حل التمرين الرابع:

إن الشركة الأكثر جذبا للمستثمرين [المساهمين] هي الأكثر استقرارا في تحقيق الأرباح، أي الأقل خطورة والأقل تشتتا.

الشركة X:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{180}{5} = 36$$

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} = 24,85$$

الشركة Y:

$$\bar{Y} = \frac{180}{5} = 36 = \bar{X}$$

$$S_Y = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}{n-1}} = 4,18$$

رغم أن متوسط الأرباح المحققة في الشركتين هو نفسه، إلا أن الشركة Y الأكثر استقرارا وجذبا للمستثمرين، لأن بياناتها الأقل تشتتا.

حل التمرين الخامس:

1- مقدار التغير الحاصل في كل من $\bar{X}$ و S عند فرض ضريبة 3000 دج.

نفرض أن:

$\bar{X}_c$ هو الوسط الحسابي الجديد

$\bar{X}_ق$ " " " القديم.

A هو مقدار الضريبة.

S_c هو الانحراف المعياري الجديد

$S_ق$ " " " القديم

* $\bar{X}_c = \bar{X}_ق - A$

$= 25000 - 3000 = 22000$ DA.

لأن الضريبة قيمة ثابتة خرجت من أجر جميع العمال ولذلك نستطرح من $\bar{X}$.

* $S_c = S_ق = 1200$ DA

لأن التشتت لا يتغير بطرح قيمة ثابتة أو بإضافتها.

-4-

ج- مقدار التغير الحاصل في $\bar{X}$ و S عندما تفرض ضريبة نسبتها 30٪ الأجر.

لقد تحولت الآن الضريبة $A = 3000$ الى نسبة $t = 0,3$ ، أي

$$\bar{X}_c = \bar{X}_{\hat{q}} - t\bar{X}_{\hat{q}} = \bar{X}_{\hat{q}}(1-t)$$

$$= \bar{X}_{\hat{q}}(0,7) = 25000(0,7) = 17500\ DA.$$

لأننا ضربنا جميع الأجور في 0,7 ، وبالتالي ضرب $\bar{X}$ في النسبة 70%

$$S_c = S_{\hat{q}}(0,7) = 1200(0,7) = 840\ DA.$$

لأن التشتت يتأثر بالضرب في قيمة ما أو القسمة عليها.

3- حساب $\bar{X}$ و S لتحول كافة عمال الشركة بوحدتيها :

المؤسسة	
$\bar{X}_2 = 30000$	$\bar{X}_1 = 25000$
$S_2 = 4500$	$S_1 = 1200$
$n_2 = \frac{2}{3}n$	$n_1 = \frac{1}{3}n$
وحدة الغرب	وحدة الشرق

$$\bar{X} = \frac{n_1\bar{X}_1 + n_2\bar{X}_2}{n_1+n_2} = \frac{(\frac{1}{3}n)\bar{X}_1 + (\frac{2}{3}n)\bar{X}_2}{n}$$

$$= \frac{\bar{X}_1 + 2\bar{X}_2}{3} = \frac{25000 + 2(30000)}{3}$$

$$= \frac{85000}{3} = 28333,33\ DA.$$

$$S = \sqrt{\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2 + n_1(\bar{X}_1 - \bar{X})^2 + n_2(\bar{X}_2 - \bar{X})^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{(\frac{1}{3}n)S_1^2 + (\frac{2}{3}n)S_2^2 + (\frac{1}{3}n)(\bar{X}_1 - \bar{X})^2 + (\frac{2}{3}n)(\bar{X}_2 - \bar{X})^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{S_1^2 + 2S_2^2 + (\bar{X}_1 - \bar{X})^2 + 2(\bar{X}_2 - \bar{X})^2}{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1200)^2 + 2(4500)^2 + (25000 - 28333,33)^2 + 2(30000 - 28333,33)^2}{3}}$$

$$= 4419,90\ DA$$

-5-

حل التمرين السادس:

التحويل من الدرجات المئوية الى درجات الفهرنهايت:

الدرجة المئوية	درجة الفهرنهايت
$\bar{X}_D = 25°$	$\bar{X}_F = ?$
$S_D = 3°$	$S_F = ?$

$\Leftarrow$

$$\bar{X}_F = 1,8\,\bar{X}_D + 32 = 1,8(25) + 32 = 77F$$

$$S = 1,8\,S_D = 1,8(3) = 5,4F$$

وهذا لأن S لا تتأثر بإضافة قيمة ثابتة كما أسلفنا الذكر.

حل التمرين السابع:

بالنظر الى معطيات التمرين، ولمعرفة أي الظاهرتين أكثر تشتتا نحسب معامل التغير الربيعي CQV حيث

$$CQV = \frac{(Q_3 - Q_1)}{(Q_3 + Q_1)}$$

بالنسبة الأعمار:

$$CQV_1 = \frac{37-22}{37+22} = \frac{15}{59} = 0,2542 = 25,42\%$$

بالنسبة للأوزان:

$$CQV_2 = \frac{80-65}{80+65} = \frac{15}{145} = 0,1034 = 10,34\%$$

نلاحظ أن $CQV_2 < CQV_1$، إذن مجموعة الأعمار أكثر تشتتا من مجموعة الأوزان.

حل التمرين الثامن:

يحل هذا التمرين بالطريقة ذاتها المتبعة في التمرين السابق، الفرق الوحيد أننا بدل استخدام CQV نستخدم معامل الاختلاف CV لأن الظاهرتين غير متجانستين: حيث $CV = \frac{S}{\bar{X}}$

بالنسبة للأطوال:

$$CV_1 = \frac{S_1}{\bar{X}_1} = \frac{16}{240} = 0,0667 = 6,67\%$$

بالنسبة للكمية:

$$CV_2 = \frac{S_2}{\bar{X}_2} = \frac{30}{900} = 0,0333 = 3,33\%$$

$CV_1 > CV_2$ وعليه فأطوال النبات أكثر تشتتا من كمية المحصول.

-6-

حل التمرين التاسع :-

المتغير المدروس هنا هو إنتاج المصنع (X_i).

وكمية الإنتاج هي $\sum X_i$ ، أي $X_1 + X_2 + \dots + X_n = \sum X_i$

حيث X_1 هي كمية الإنتاج في اليوم الأول.

X_2 " " " " " " الثاني.

X_n " " " " " " n. (الأخير).

أي طول الفترة هو n يوما.

طيب ... من معطيات التمرين لدينا:

$$\begin{cases} CV = 20\% = 0,2 \\ S = 10 \\ \sum X_i = 500 \end{cases} \quad \Big| \quad n = ? \text{ (عدد الأيام)}$$

ونعلم أن :

$$CV = \frac{S}{\bar{X}} = \frac{S}{\frac{\sum X_i}{n}} = 0,2 \quad \text{---} (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{S \cdot n}{\sum X_i} = CV = 0,2 \Leftrightarrow n = \frac{(\sum X_i)\,0,2}{S}$$

$$= \frac{(500)\,0,2}{10}$$

$$= \frac{100}{10} = 10$$

إذن ... عدد أيام هذه الفترة هو 10 أيام.

-7-

التمرين العاشر :

n_i	أعمار المصابيح
2	500 - 100
4	800 - 500
6	900 - 800
18	1000 - 900
15	1100 - 1000
5	1500 - 1100
50	المجموع

751,67

1154,36

- تحديد النسبة التي يحويها المجال $\bar{X} \pm S$

لاحظ أن التمرين لم يقل أن توزيع أعمار المصابيح "طبيعي"، ولا لملئ دليلاً يثبت ذلك، إذن لا يمكننا استخدام النسبة المشهورة في هذا المجال 68,27% المبينة في التمرين الثالث.

إذن ... لحل هذا السؤال لا يمكننا إلا أن نقوم بما يلي :-

- ✓ تحديد حدود المجال $\bar{X} \pm S$.
- ✓ تحديد عدد المصابيح في هذا المجال.
- ✓ تحديد نسبة المصابيح في هذا المجال

* تحديد حدود المجال $\bar{X} \pm S$:-

من المعطيات : $\bar{X} = 953\,h$ ، $S = 201,34\,h$

إذن :

- الحد الأدنى للمجال : $\bar{X} - S = 953 - 201,34 = 751,67\,h$
- الحد الأعلى للمجال : $\bar{X} + S = 953 + 201,34 = 1154,36\,h$

* تحديد عدد المصابيح في هذا المجال :-

نلاحظ أن هذا المجال يشمل الفئات 3، 4، 5، وجزءاً من الفئة 1 وجزءاً من الفئة 6 (الأخيرة).

ولتحديد مقدار ما نأخذ من هاتين الفئتين لا يمكننا سوى اتباع القاعدة الثلاثية :

✓ بالنسبة للفئة 1 :

$(800 - 500) \longrightarrow 4$

$(800 - 751,67) \longrightarrow n_1$

$$n_1 = \frac{(800 - 751,67)\,4}{(800 - 500)} = 0,64 \simeq 1$$ مصباح.

-8-

ب- بالنسبة للفئة 6:

$(1500 - 1100) \longrightarrow 5$

$(1154,36 - 1100) \longrightarrow n_2$

$$n_2 = \frac{(1154,36 - 1100)5}{1500 - 1100} = 0,67 \simeq 1$$

ومنه: عدد الصنابل في هذا المجال $= 1 + 15 + 18 + 6 + 1 =$

$= 41$ صنبلا.

* تحديد نسبة الصنابل في هذا المجال:

نسبة الصنابل تساوي عدد الصنابل مقسومًا على حجم العينة، أي

$$\frac{41}{50} = 0,82 = 82\%.$$

- الاستنتاج:

نستنتج أن منحنى هذا التوزيع غير طبيعي، لأن النسبة الموجودة في هذا المجال تختلف عن النسبة النظرية المعروفة وهي $\%68,27$.

- انتهى حل سلسلة التمارين رقم 06 في الإحصاء الوصفي -

- أستاذ المقياس الدكتور الهاشمي عباسة -

h. ababsa@univ-biskra.dz.

ملاحظة: الحلول المفصلة لهذه السلسلة موجودة في فيديو يوتيوب على قناة الدكتور الهاشمي عباسة، فقط اكتب في محرك البحث hachemi ababsa.