جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الاقتصادية و التجارية
و علوم التسييـــر

مجال العلوم الاقتصادية والتسيير
و العلوم التجارية *LMD-SEGC*
السنـــة الأولـــى.

سلسلة التمارين رقم 05 في مقياس الاحصاء الوصفي.

مقاييس النزعة المركزية: الوسط الهندسي ومعدلات النمو، الوسط التوافقي، الوسط التربيعي.

التمرين الأول: إليك البيانات التالية: 20 10 7 3 5 2

المطلوب: أحسب وسطها الهندسي بطريقتين مختلفتين.

التمرين الثاني: أوجد الوسط الهندسي للبيانات التالية:

الجدول رقم (5-1): بيانات افتراضية.

i	1	2	3	4	المجموع
x_i	5	8	10	15	/
n_i	20	25	15	10	**70**

المصدر: افتراضي.

التمرين الثالث: يبين الجدول التالي إنتاج إحدى المؤسسات لسلعة ما من عام 2000 إلى عام 2003:

المطلوب:

1. أحسب معدلات نمو الإنتاج المحققة من سنة لأخرى ابتداء من عام 2001.
2. أحسب متوسط معدلات النمو في الإنتاج خلال الفترة 2001 – 2003.

الجدول رقم (5-2): انتاج إحدى المؤسسات

السنة	2000	2001	2002	2003
الإنتاج	1000	1250	1875	2625

المصدر: افتراضي.

التمرين الرابع:

تضم مزرعة للخلايا البكتيرية 1000 خلية، تضاعف عدد هذه الخلايا خلال ثلاثة أيام ليصبح 4000 خلية.

المطلوب: ما هو متوسط نسبة زيادة أعداد الخلايا (متوسط معدل النمو) في اليوم ؟

التمرين الخامس:

سيَّرت إحدى المؤسسات ثلاثُ فرق إدارية لمدّة ستّ سنوات كما يلي:

- الفريق الأوّل: عمل لثلاث سنوات وحقّق زيادة في الأرباح بنسبة 5.8% سنويّا.
- الفريق الثاني: عمل لعام واحد، وحقق زيادة في الأرباح بنسبة 4.6%.
- الفريق الثالث: عمل لعامين حقق فيهما زيادة في الأرباح بنسبة 11.2% سنويا.

المطلوب: أحسب متوسط معدلات نمو الأرباح خلال هذه السنوات الست.

التمرين السادس:

إذا كان سعر سلعة ما قد تضاعف في فترة أربع سنوات، ما هو متوسط نسبة الزيادة في السنة؟

التمرين السابع: في عام 1950 كان عدد سكان الولايات المتحدة الأمريكية 151.3 مليون نسمة، وبعد 10 سنوات بلغ 179.3 مليون نسمة. **المطلوب**:

1. ما هو متوسط نسبة زيادة عدد السكان في السنة؟
2. قدِّر عدد السكان في عام 1954.

التمرين الثامن: انتقل شخص من نقطة A إلى نقطة B بمتوسط سرعة 30كلم/سا، ثم عاد من B إلى A مستخدما الطريق نفسه، لكن بمتوسط سرعة 60كلم/سا.

المطلوب: أوجد متوسط السرعة للرحلة كلها ذهابا وإيابا.

التمرين التاسع: قطع سائق المسافة الفاصلة بين مدينتين على أربع مراحل متساوية المسافة، طول كل منها 100كلم، فإذا كانت سرعاته في هذه المراحل الأربعة هي على الترتيب: 100كلم/سا، 120كلم/سا، 150كلم/سا، 80كلم/سا.

1. أحسب الوسط الحسابي لسرعات هذا السائق في هذه المراحل.
2. أحسب الوسط التوافقي لسرعات هذا السائق في هذه المراحل.
3. حسب رأيك، أيهما أحسن تعبيرا وأدق وصفا لهذه السرعات؟ ولماذا؟

التمرين العاشر: إذا كان لدينا 3 آلات تستخدم في كتابة الاستمارة، حيث يمكن كتابة استمارتين في الدقيقة على الآلة الأولى، وأربع استمارات في الدقيقة على الآلة الثانية، وثمان استمارات في الدقيقة على الآلة الثالثة.

المطلوب: أحسب معدل الاستمارات المكتوبة في الدقيقة لهذه الآلات الثلاث.

التمرين الحادي عشر: خصص تاجر- لمدة أربع سنوات- نفس المبلغ S لشراء سلعة معينة بالأسعار التالية:

5400دج/كغ، 5500دج/كغ، 5800دج/كغ، 6400دج/كغ.

المطلوب: بين أن الوسط التوافقي لهذه الأسعار أنسب من الوسط الحسابي لحساب سعر الشراء المتوسط للكيلوغرام.

التمرين الثاني عشر: التركيز المولاري لمحلول هيدروكسيد البوتاسيوم (KOH) في ثلاث أوانٍ هو على الترتيب 0.2 مول/لتر، 0.5 مول/لتر، 0.3 مول/لتر. سكبنا محتويات الأواني الثلاث في إناء كبير ومزجنا الخليط جيدا.

المطلوب: أحسب التركيز المولاري (المولارية) لمحلول هيدروكسيد البوتاسيوم للمزيج الجديد في الإناء الكبير.

التمرين الثالث عشر: أحسب الوسط التربيعي لبيانات التمرينين الأول والثاني من هذه السلسلة من التمارين.

أسرة المقياس.

ملاحظة: الحلول المفصلة لهذه السلسلة موجودة في فيديو يوتيوب على قناة الدكتور عبابسة الهاشمي. فقط أكتب في خانة البحث: "hachemi ababsa"

جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الاقتصادية و التجارية
و علوم التسييــــر

مجال العلوم الاقتصادية والتسيير
و العلوم التجارية *LMD-SEGC*
السنـــة الأولـــى.

حلول سلسلة التمارين رقم 05 في مقياس الاحصاء الوصفي.

مقاييس النزعة المركزية: الوسط الهندسي ومعدلات النمو، الوسط التوافقي، الوسط التربيعي.

حل التمرين الأول:

حساب الوسط الهندسي:

الطريقة الاولى:

G=$\sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n}$ =$\sqrt[6]{2 \times 5 \times 3 \times 7 \times 10 \times 20} = \mathbf{5.89}$

الطريقة الثانية: نستعين باللوغاريتم سواء العشري *log* أو النيبيري *ln*.

$$log\ G = \frac{\sum logxi}{n} = \frac{\log 2+\log 5+\log 3+\log 7+\log 10+\log 20}{6} = 0.77$$

$$G = 10^{0,77} = \mathbf{5.88}$$

حل التمرين الثاني: حساب الوسط الهندسي لبيانات الجدول رقم (5-1):

الجدول رقم (5-3): بيانات افتراضية من الجدول رقم (5-1)

x_i	5	8	10	15	المجموع
n_i	20	25	15	10	70

المصدر: الجدول رقم (5-1)

$$log\ G = \frac{\sum n_i logxi}{\sum n_i} = \frac{20log5 + 25log8 + 15log10 + 10log15}{70} = 0.9$$

$$G = 10^{0,9} = \mathbf{7.94}$$

حل التمرين الثالث:

1. حساب معدلات نمو الإنتاج t_i:

الجدول رقم (5-4): حساب معدلات نمو الإنتاج

السنة	2000	2001	2002	2003
الإنتاج	1000	1250	1875	2625
t_i	/	0.25	0.50	0.40

المصدر: بيانات الجدول (5-2)

سنة 2001: $t_1 = \frac{Q_{2001}-Q_{2000}}{Q_{2000}} = \frac{1250-1000}{1000} = \frac{250}{1000} = 0.25$

سنة 2002: $t_2 = \frac{Q_{2002}-Q_{2001}}{Q_{2001}} = \frac{1875-1250}{1250} = \frac{625}{1250} = 0.50$

سنة 2003: $t_3 = \frac{Q_{2003}-Q_{2002}}{Q_{2002}} = \frac{2625-1875}{1875} = \frac{750}{1875} = 0.40$

2. حساب متوسط معدلات النمو T_m

بما أن البيانات عبارة عن "نسب (معدلات) نمو مُطَّرد"[1] فإن أفضل متوسط يمثلها هو الوسط الهندسي، حيث نحسب T_m وفقا للقانون الآتي:

$$T_m = \sqrt[n]{\frac{S}{P}} - 1$$

حيث: S يمثل "الكمية" في بداية الفترة المدروسة.

[1] نمو مُطَّرد أي نمو دائم ومستمر ومتتابع.

P يمثل "الكمية" في نهاية الفترة المدروسة.

n عدد الفترات المدروسة.

يمكن تطبيق قانون آخر هو:

$$T_m = \sqrt[n]{(t_1 + 1) \times (t_2 + 1) \times \ldots \times (t_n + 1)} - 1$$

لنجربهما معا لأن المعطيات والنتائج المتوفرة لدينا تسمح بذلك[1]:

$$T_m = \sqrt[n]{\frac{S}{P}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{2625}{1000}} - 1 = 1.3795 - 1 = 0.3795 = \mathbf{37.95}\%$$

$$T_m = \sqrt[n]{(t_1 + 1) \times (t_2 + 1) \times \ldots \times (t_n + 1)} - 1$$

$$= \sqrt[3]{(0.25 + 1) \times (0.5 + 1) \times (0.4 + 1)} - 1$$

$$= \sqrt[3]{2.625} - 1 = 1.3795 - 1 = 0.3795 = \mathbf{37.95}\%$$

وبهذا ينتهي حل هذا التمرين.

لكن كيف وصلنا إلى هذين القانونين؟ ولماذا لم نستخدم الوسط الحسابي مباشرة $\bar{X}$ ؟ والإجابة كما يلي:

لنفرض أن Tm هو متوسط معدلات النمو المطلوب (الصحيح)، معنى هذا أن كمية الإنتاج الابتدائية (1000) لو زادت سنويا بمعدل Tm فإنها ستبلغ في نهاية السنة الثالثة كمية انتاج تقدر 2625 وحدة. أي بعبارة أخرى:

$$Q_{2001} = Q_{2000} + T_m \times Q_{2000} = Q_{2000}(1 + T_m)$$
$$Q_{2002} = Q_{2001} + T_m \times Q_{2001} = Q_{2001}(1 + T_m) = Q_{2000}(1 + T_m)^2$$
$$Q_{2003} = Q_{2002} + T_m \times Q_{2002} = Q_{2002}(1 + T_m) = Q_{2000}(1 + T_m)^3 = \mathbf{2625} \ldots \ldots (1)$$

$$(1) \Rightarrow \left[(1 + T_m)^3 = \frac{Q_{2003}}{Q_{2000}}\right] \Leftrightarrow \left[(1 + T_m) = \sqrt[3]{\frac{Q_{2003}}{Q_{2000}}}\right] \Leftrightarrow \left[\boldsymbol{T_m} = \sqrt[3]{\frac{\boldsymbol{Q_{2003}}}{\boldsymbol{Q_{2000}}}} - \mathbf{1}\right]$$

وهو ذاته القانون الأول الذي طبقناه، حيث وجدنا متوسط معدلات نمو الإنتاج يساوي 0.3795، وهذا يختلف عما يمكن الحصول عليه لو طبقنا قانون الوسط الحسابي، لنجرب:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{0.25 + 0.50 + 0.40}{3} = \mathbf{0.3833} = \mathbf{38.33}\%$$

وهذه نتيجة مبالغ فيها لأنها أكبر من السابقة، ومعنى هذا الكلام أننا لو طبقنا $\bar{X}$ عوض Tm العلاقة رقم (1) لوصلنا إلى كمية انتاج في نهاية العام الثالث (2003) أكبر من الموجود فعلا في مخازن المؤسسة وهو 2625 وحدة. لنتأكد:

[1] يتوقف اختيار هذا القانون أو ذاك على المعطيات والبيانات المتوفرة لديك في التمرين.

$$Q_{2000}(1+\bar{X})^3 = 1000(1+0.3833) = \mathbf{2647.16} > 2625$$

هذا عن القانون الأول وكيف وصلنا إليه. طيب ماذا عن القانون الثاني عندما يكون لدينا عدة معدلات ti لكل فترة؟

إن ما حدث فعلا في هذه المؤسسة أن مخزون بداية الفترة (1000 وحدة) زاد خلال ثلاث سنوات بمعدلات نمو مختلفة هي $t_1=0.25$ و $t_2=0.50$ و $t_3=0.40$ حتى أعطى لنا مخزون نهاية الفترة وهو 2625 وحدة، بعبارة أخرى:

$$Q_{2001} = Q_{2000} + t_1 \times Q_{2000} = Q_{2000}(1+t_1)$$
$$Q_{2002} = Q_{2001} + t_2 \times Q_{2001} = Q_{2001}(1+t_2) = Q_{2000}(1+t_1)(1+t_2)$$
$$Q_{2003} = Q_{2002} + t_3 \times Q_{2002} = Q_{2002}(1+t_3) = Q_{2000}(1+t_1)(1+t_2)(1+t_3) = \mathbf{2625} \ldots\ldots (2)$$

نلاحظ أن:

$$(1) = (2) \Leftrightarrow Q_{2000}(1+T_m)^3 = Q_{2000}(1+t_1)(1+t_2)(1+t_3) = 2625$$
$$\Leftrightarrow (1+T_m)^3 = (1+t_1)(1+t_2)(1+t_3)$$
$$\Leftrightarrow (1+T_m) = \sqrt[3]{(1+t_1)(1+t_2)(1+t_3)} \ldots\ldots\ldots (3)$$
$$\Leftrightarrow T_m = \sqrt[3]{(1+t_1)(1+t_2)(1+t_3)} - 1$$

وهو ذاته القانون الثاني الذي طبقناه.

سؤال آخر قد يطرح: *علمنا أنه في مثل هذه الظواهر فإن الوسط الهندسي G أفضل من الوسط الحسابي $\bar{X}$، لكن أين هو تطبيق الوسط الهندسي في هذا التمرين؟*

الجواب: نعلم أن الوسط الهندسي يحسب كما يلي:

$$G=\sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n}$$

بالعودة الى الصيغة رقم (3) أعلاه، وبوضع:

$$(1+t_1) = x_1\ ;\ (1+t_2) = x_2\ ;\ (1+t_3) = x_3\ ;\ (1+T_m) = G$$

فإننا نحصل على قانون الوسط الهندسي بالضبط، حيث: $(1+T_m)$ يسمى الرقم القياسي المتوسط[1]، و $(1+t_i)$ هو الرقم القياسي للسنة (للفترة) i . بعبارة أخرى فإن **معدل النمو المتوسط T_m هو عبارة عن الوسط الهندسي للأرقام القياسية مطروحا منه واحد.**

حل التمرين الرابع: حساب متوسط نسبة الزيادة (متوسط معدل النمو) في اليوم:

P | 1000 خلية ← 3 أيام | n ← 4000 خلية | S

$$T_m = \sqrt[n]{\frac{S}{P}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{4000}{1000}} - 1 = 1.5874 - 1 = \mathbf{0.5874} = \mathbf{58.74\%}$$

---

[1] أنظر درس الأرقام القياسية، وحلول سلسلة التمارين رقم 08 حول الأرقام القياسية.

حل التمرين الخامس:

حساب متوسط معدلات نمو الأرباح: خلال السنوات الست.

الجدول رقم (**5-5**): نسبة نمو الأرباح السنوية للشركة حسب كل فريق إداري.

الفريق الإداري	الفريق الأول			الفريق الثاني	الفريق الثالث	
السنوات	1	2	3	4	5	6
نسب الزيادة في الأرباح	%5.8	%5.8	%5.8	%4.6	%11.2	%11.2

المصدر: معطيات التمرين الخامس.

$$T_m = \sqrt[6]{(1+t_1)^3(1+t_2)(1+t_3)^2} - 1 = \sqrt[6]{(1.058)^3(1.046)(1.112)^2} - 1$$

$$= \sqrt[6]{1{,}6521} - 1 = 1.0873 - 1 = \mathbf{0.0873} = \mathbf{8.73}\%$$

حل التمرين السادس:

P ← **4 سنوات** ← **S= 2P**

$$T_m = \sqrt[n]{\frac{S}{P}} - 1 = T_m = \sqrt[4]{\frac{2P}{P}} - 1 = \sqrt[4]{2} - 1 = 1.1892 - 1 = \mathbf{0.1892} = \mathbf{18.92}\%$$

حل التمرين السابع:

P **151.3** ← **10 سنين** **n** ← **179.3** **S**

1. حساب متوسط نسبة زيادة عدد السكان في السنة:

$$T_m = \sqrt[n]{\frac{S}{P}} - 1 = T_m = \sqrt[10]{\frac{179.3}{151.3}} - 1 = \mathbf{0.017} = \mathbf{1.7}\%$$

2.تقدير عدد السكان في عام 1954: أي بعد 4 سنين من العام الأول.

الجدول رقم (**5-6**): حساب عدد سكان الولايات المتحدة في عام **1954.**

السنوات	1950	←	**1954**	←	1960
عدد السكان	P = 151.3	←	**S_{54} = ?**	←	179.3

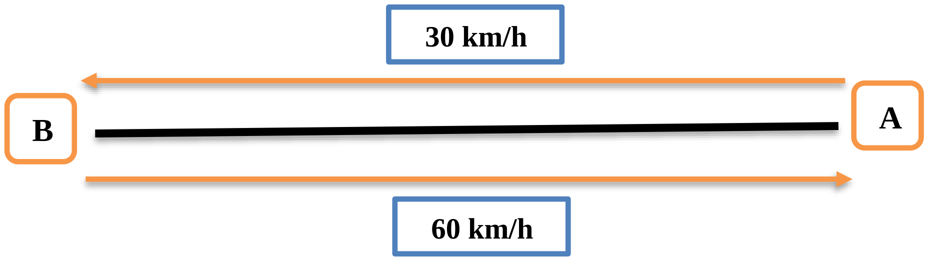
المصدر: معطيات التمرين السابع.

اعتمادا على العلاقة رقم (1) أعلاه (أنظر الصفحة رقم 4) يمكن القول أن:

$$S_{54} = P(1+T_m)^4 = 151.3(1+0.017)^4 = \mathbf{161.93}$$

أي أن عدد سكان أمريكا سيكون عام 1954 حوالي 161930000 نسمة.

حل التمرين الثامن:



-**ايجاد متوسط السرعة للرحلة كلها ذهابا وإيابا**: بما أن البيانات عبارة عن سرعات فإن أفضل متوسط هو الوسط التوافقي H.

$$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}} = \frac{2}{\frac{1}{30} + \frac{1}{60}} = \boldsymbol{40km/h}$$

وهذه قيمة أفضل من القيمة التي كان يمكن أن يعطيها لنا الوسط الحسابي... (هنا انتهى حل التمرين)

لنجرب حساب الوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{30 + 60}{2} = \boldsymbol{45km/h}$$

لاحظوا أنها قيمة أكبر من قيمة H، لكن ما الدليل على انها قيمة مبالغ فيها؟

الجواب: لو فرضنا أن المسافة بين A و B هي 60 كلم. معنى هذا أن:

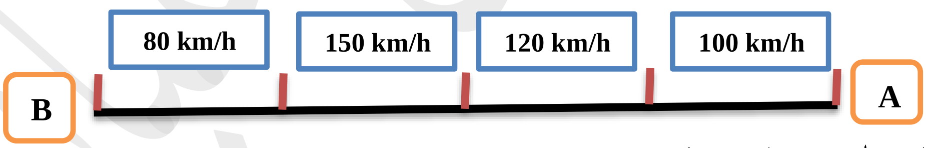
- ✓ المسافة الكلية ذهابا وإيابا تساوي 120 كلم، (60+60).
- ✓ زمن الرحلة ذهابا هو 2 سا، وإيابا هو 1 سا، وزمن الرحلة ككل هو 3 سا.

ونعلم من معادلة الحركة المنتظمة أن المسافة (120كلم) تساوي السرعة جداء الزمن، أي: $D = V \times T$

لنعوض مرة بالوسط الحسابي ومرة بالوسط التوافقي مكان السرعة V ونرى أي المعادلتين تعطينا مسافة كلية 120 كلم.

$$D = V_{\bar{X}} \times T = 45 \times 3 = \boldsymbol{135km/h} > 120km/h$$
$$D = V_H \times T = 40 \times 3 = \boldsymbol{120km/h}$$

حل التمرين التاسع:



1-حساب الوسط الحسابي لسرعات هذا السائق في هذه المراحل

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{100+120+150+80}{4} = \mathbf{112,5km/h}$$

2-حساب الوسط التوافقي

$$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}} = \frac{4}{\frac{1}{100} + \frac{1}{120} + \frac{1}{150} + \frac{1}{80}} = \mathbf{106,67km/h}$$

3- الوسط التوافقي أحسن من الوسط الحسابي هنا، لأن هذا الأخير أعطى متوسط سرعة مبالغا فيه، والدليل هو الآتي:

لنحسب الزمن الكلي للرحلة T: مع العلم أن $T = \frac{D}{V}$ أي يساوي المسافة على الزمن (قانون فيزيائي معروف)

✓ زمن قطع المرحلة الأولى $T_1 = \frac{100}{100} = 1h$

✓ زمن قطع المرحلة الثانية $T_2 = \frac{100}{120} = \frac{5}{6}h$

✓ زمن قطع المرحلة الثالثة $T_3 = \frac{100}{150} = \frac{2}{3}h$

✓ زمن قطع المرحلة الرابعة $T_4 = \frac{100}{80} = \frac{5}{4}h$

ومنه الزمن الكلي للرحلة هو T : $T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 = 1 + \frac{5}{6} + \frac{2}{3} + \frac{5}{4} = \frac{45}{12} = 3.75h$

ولدينا المسافة الكلية المقطوعة هي 400 كلم

فيزيائيا نعلم أن السرعة تساوي المسافة على الزمن أي: $V = \frac{D}{T} = \frac{400}{3.75} = \mathbf{106.67km/h}$

وهذا يتطابق مع النتيجة التي وصلنا إليها من خلال الوسط التوافقي، بعبارة أخرى فإن السائق لو تحرك بين المدينتين بسرعة أكبر من هذه السرعة (تساوي الوسط الحسابي مثلا) فإنه بعد 3.75 ساعة سيقطع مسافة أكبر من المسافة التي بين المدينتين، لنجرب:

$$D = V_{\bar{X}} \times T = 112.5 \times 3.75 = \mathbf{422km} > 400km$$

<u>حل التمرين العاشر</u>: حساب معدل الاستمارات المكتوبة في الدقيقة لهذه الآلات الثلاث:

8 استمارة/د

4 استمارة/د

2 استمارة/د

في هذه الحالة نستخدم الوسط التوافقي لأنه هو الأنسب في حساب متوسط السرعة في الكتابة:

$$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}} = \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \mathbf{3,428}$$

أي أن الآلات الثلاث تكتب لنا ما معدله 3 استمارات ونصف استمارة في الدقيقة تقريبا.

<u>حل التمرين الحادي عشر</u>:

إثبات أن الوسط التوافقي أفضل من الوسط الحسابي لحساب متوسط أسعار شراء السلعة:

$$P_1 = 5400DA/kg \ ; \ P_2 = 5500DA/kg \ , \ P_3 = 5800DA/kg \ , \ P_4 = 6400DA/kg$$

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{5400+5500+5800+6400}{4} = \mathbf{5775DA/kg}$$

$$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}} = \frac{4}{\frac{1}{5400} + \frac{1}{5500} + \frac{1}{5800} + \frac{1}{6400}} = \mathbf{5749.88DA/kg}$$

طيب... ما الدليل على أن الثاني أفضل من الأول؟

الجواب: نعلم أن التاجر خصص مبلغا ثابتا كل سنة لشراء هذه السلعة، وليكن S ، معنى هذا أن كمية السلعة التي يشتريها كل عام متغيرة، وتتوقف على سعر الكيلوغرام الواحد منها، لأن S ثابت كل سنة، وأنه دفع خلال أربع سنين مبلغا قدرة $4S$ وذلك لشراء الكميات الآتية:

في السنة الأولى اشترى كمية قدرها Q_1 حيث: $Q_1 = \frac{S}{P_1} = \frac{S}{5400}$

في السنة الثانية اشترى كمية قدرها Q_2 حيث: $Q_2 = \frac{S}{P_2} = \frac{S}{5500}$

في السنة الثالثة اشترى كمية قدرها Q_3 حيث: $Q_3 = \frac{S}{P_3} = \frac{S}{5800}$

في السنة الرابعة اشترى كمية قدرها Q_4 حيث: $Q_4 = \frac{S}{P_4} = \frac{S}{6400}$

ومجموع ما اشترى من كميات طوال هذه السنوات الأربع هو Q حيث: $Q=Q_1+Q_2+Q_3+Q_4$

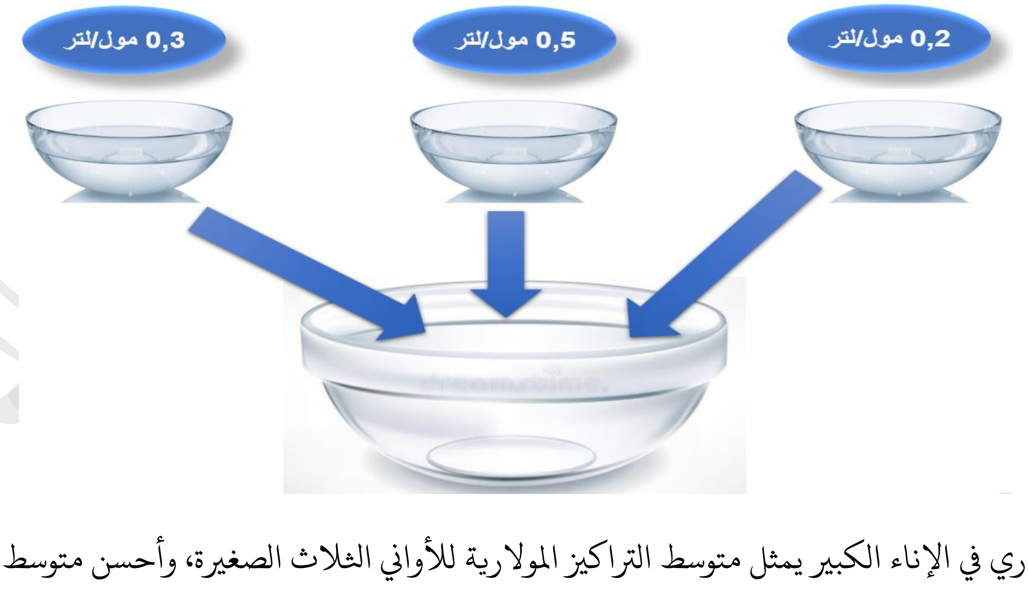
لو افترضنا أن P_m هو متوسط السعر السنوي المطلوب، فإن هذا معناه أن:

إجمالي المبلغ المدفوع في 4 سنوات $= 4S = Q \times P_m$

$$\Leftrightarrow P_m = \frac{4S}{Q} = \frac{4S}{Q_1+Q_2+Q_3+Q_4} = \frac{4S}{\frac{S}{5400}+\frac{S}{5500}+\frac{S}{5800}+\frac{S}{6400}} = \frac{4}{\frac{1}{5400}+\frac{1}{5500}+\frac{1}{5800}+\frac{1}{6400}} = 5749.88 = H$$

حل التمرين الثاني عشر:

حساب التركيز المولاري (المولارية) لمحلول هيدروكسيد البوتاسيوم في الإناء الكبير.



التركيز المولاري في الإناء الكبير يمثل متوسط التراكيز المولارية للأواني الثلاث الصغيرة، وأحسن متوسط يستخدم في هذه الحالة هو الوسط التوافقي.

حل التمرين الثالث عشر: حساب الوسط $H = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}} = \frac{3}{\frac{1}{0.2} + \frac{1}{0.5} + \frac{1}{0.3}} = \frac{3}{10.33} = \mathbf{0.29\ mol/l}$

التربيعي لبيانا

✓ الوسط التربيعي لبيانات التمرين الأول:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{20^2 + 10^2 + 7^2 + 3^2 + 5^2 + 2^2}{6}} = \sqrt{\frac{587}{6}} = \sqrt{97.83} = \mathbf{9.89}$$

✓ الوسط التربيعي لبيانات التمرين الثاني:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{20(5)^2 + 25(8)^2 + 15(10)^2 + 10(15)^2}{70}} = \sqrt{\frac{5850}{70}} = \sqrt{83.57} = \mathbf{9.14}$$

انتهى حل سلسلة التمارين رقم 05 في مقياس الإحصاء الوصفي.

أستاذ المقياس الدكتور الهاشمي عبابسة.

h.ababsa@univ-biskra.dz

ملاحظة: الحلول المفصلة لهذه السلسلة موجودة في فيديو يوتيوب على قناة الدكتور عبابسة الهاشمي. فقط أكتب في خانة البحث:

"hachemi ababsa"