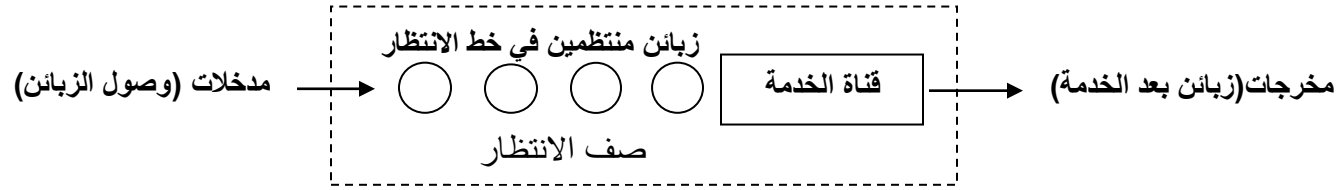
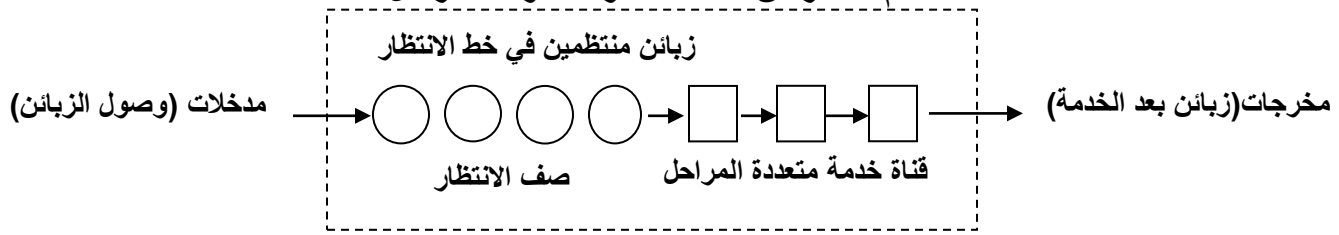
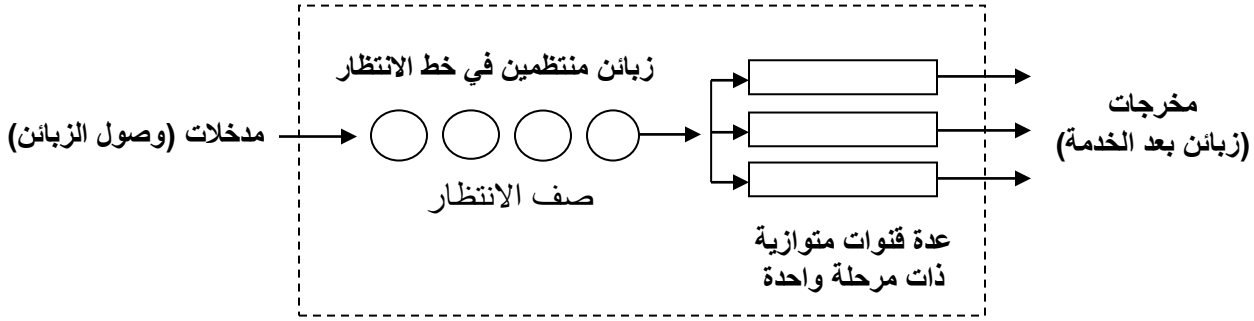
نظام انتظار من قناة خدمة واحدة ومرحلة واحدة



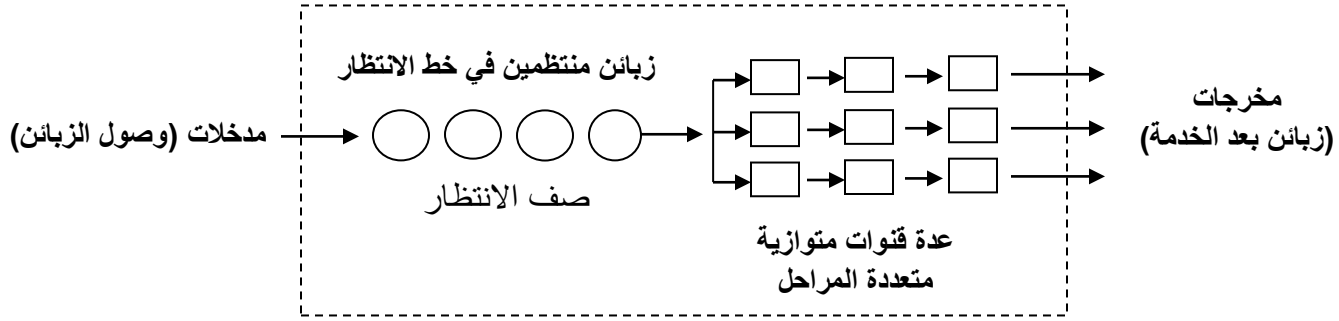
نظام انتظار من قناة خدمة واحدة وعدة مراحل



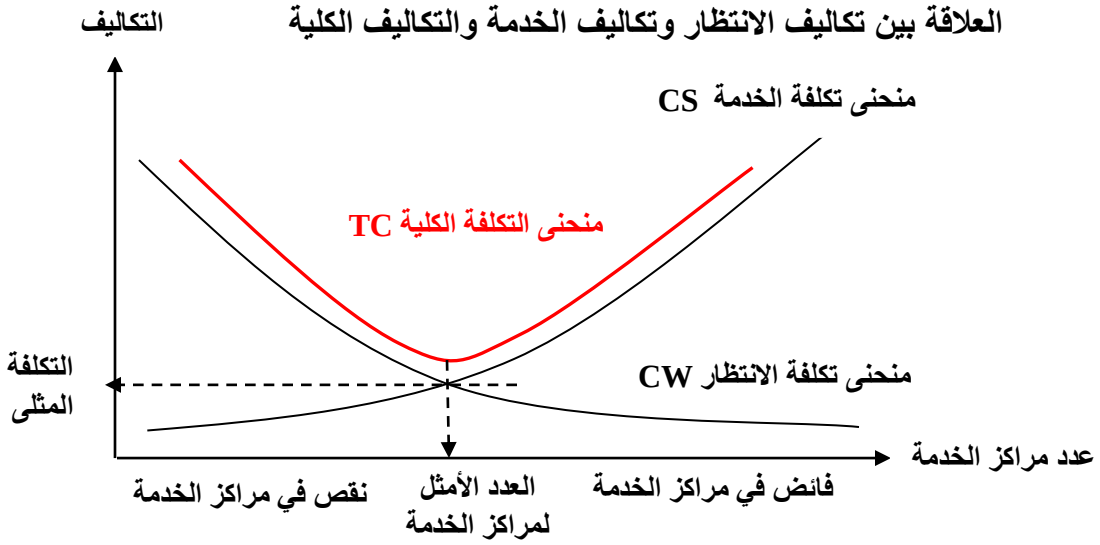
نظام انتظار من عدة قنوات متوازية ومرحلة واحدة



نظام انتظار من عدة قنوات متعددة المراحل



العلاقة بين تكاليف الانتظار وتكاليف الخدمة والتكاليف الكلية



النمذجة الرياضية لنظرية صفوف الانتظار

إن نماذج صفوف الانتظار تبنى على 6 عناصر أساسية تصف خصائص نظام الانتظار، وهي تصنف على الشكل: **(a / b / c) : (d / e / f)**، كما هي موضحة في الشكل التالي:

(a / b / c) : (d / e / f)

- **a:** قانون توزيع وقت قدوم الوحدات إلى النظام. **M: القانون بوسوني؛ GI: أي قانون آخر**
- **b:** يشير إلى قانون توزيع أوقات أداء الخدمة. **M: القانون الأسي؛ G: أي قانون آخر.**
- **c:** عدد قنوات الخدمة: **S= 1, 2, …**
- **d:** نظام الخدمة: **FCFS؛ LCFS؛ GD نظام خدمة عام؛ STRO: نظام شوائي؛ SOP: حسب أولوية**
- **e:** طاقة النظام في استقبال الوحدات:محدودة N أو ∞
- **f:** مصدر مولد للوحدات من خارج النظام: N أو ∞

قانون توزيع بواسون:

$$P(x)= \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

حيث: P(x) احتمال وصول x زبون خلال فترة زمنية معينة: x= 0, 1, 2 … +∞

λ معدل الوصول المتوسط للزبائن(متوسط عدد الزبائن الذين يصلون خلال فترة محددة إلى صف الانتظار).

x عدد الزبائن الذين يصلون في لحظة معينة. e العدد اللوغاريتمي الطبيعي، ويساوي 2.71828.

x! القيمة العاملية للمتغير x(مضروب x)، حيث: x!= 1 × 2×3 …. × x

قانون التوزيع الأسي:

$$P(T \leq t)= 1 - e^{-\mu t}$$

حيث: P(T≤ t) احتمال أداء الخدمة للزبون في زمن أقل أو يساوي t؛ وT: متغير عشوائي زمن أداء الخدمة لزبون ما.

μ متوسط عدد الزبائن الذين تتم خدمتهم في فترة زمنية معينة (معدل الخدمة)؛

t زمن الخدمة: t> 0 → +∞؛ e أساس اللوغاريتم الطبيعي وقيمته 2.71828

نموذج أحادي مركز أو قناة خدمة: (M/M/1) : (FCFS/∞/∞)

$$\rho= \frac{\lambda}{\mu} \qquad P_0= 1- \rho= 1- \frac{\lambda}{\mu}$$

n عدد الوحدات (الزبائن) في النظام.

λ متوسط عدد الزبائن الذين يصلون للنظام في فترة زمنية واحدة.

μ متوسط عدد الزبئن الذين تقدم لهم الخدمة في فترة زمنية واحدة.

ρ معامل الاستخدام (احتمام أن يكون مركز الخدمة مشغول أو احتمال أن يكون هناك زبائن في النظام).

P_0 معامل عدم الاستخدام (النظام شاغر)، أو احتمال عدم وجود زبائن في النظام (صف الانظار ومركز الخدمة)

P_n احتمال وجود n من الزبائن في النظام. $P_n= (\rho)^n P_0 = (\rho)^n (1 - \rho)$ $P_n= (\lambda/\mu)^n (1 - \lambda/\mu)$

Ls متوسط عدد الزبائن المتوقع في النظام.

Lq متوسط عدد الزبائن المتوقع في خط الانتظار.

Ws متوسط الوقت المستغرق للزبون الواحد في النظام.

Wq متوسط الوقت المستغرق للزبون الواحد في صف الانتظار.

$$Ls= \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \qquad Lq= \frac{\lambda^2}{\mu (\mu - \lambda)}$$

$$Ws= \frac{1}{\mu - \lambda} \qquad Wq = \frac{\lambda}{\mu (\mu - \lambda)}$$