

STABILITE EN RUPTURE CIRCULAIRE AVEC COEFFICIENT DE SECURITE GLOBAL

1. Méthode des tranches de Fellenius

Dans cette méthode, on suppose que la surface de rupture potentielle est circulaire

1.1 Stabilité selon un cercle donné

Considérons un talus recoupant un certain nombre de couches de sol de caractéristiques différentes : C_i , γ_i , ϕ_i (figure 1). La stabilité est étudiée en considérant le problème en état plan de déformation (bidimensionnel).

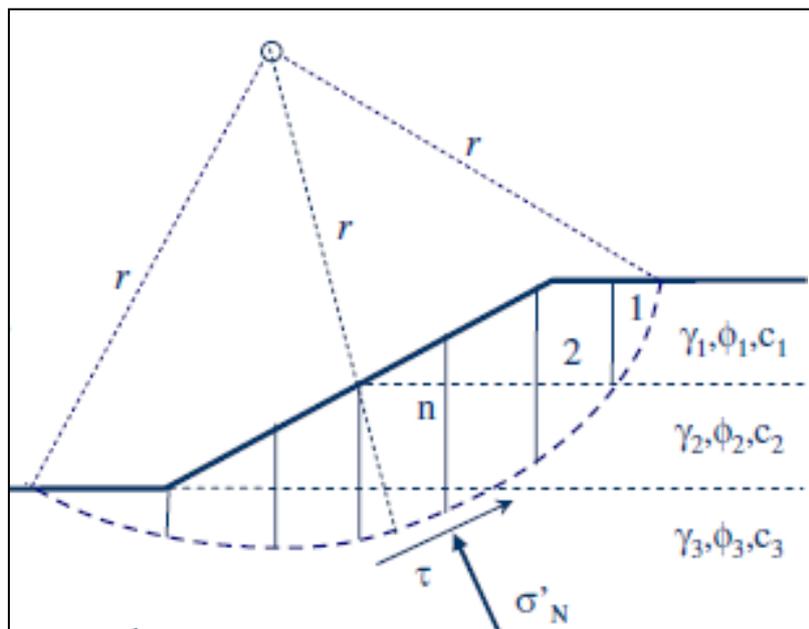


Figure 1. Découpage d'un talus en tranches élémentaires

Soit un cercle quelconque de centre O et de rayon r pour lequel on vérifie la sécurité vis-à-vis du risque de glissement. La méthode consiste à découper le volume de sol susceptible de glisser au-dessus de l'arc à un certain nombre de tranches limitées par des plans verticaux.

Remarques:

- Il convient de réaliser le découpage de telle façon que l'intersection du cercle de glissement et d'une limite de couche corresponde à une limite entre deux tranches,
- L'expérience montre qu'il n'est pas nécessaire de découper le massif en un très grand nombre de tranches pour obtenir une précision satisfaisante

Soit ABCD (figure 2) une des tranches et W_i le poids total du sol situé à l'intérieur de la tranche considérée ; les forces agissant sur cette tranche sont :

- Son poids W_i qui se décompose en une composante normale N_i et une composante tangentielle T_i à l'arc de cercle AB,
- La réaction R_i du milieu sous-jacent le long de l'arc de cercle AB,
- Les réactions des tranches voisines le long de AC et BD, que l'on peut décomposer en réactions horizontales H_i et H_{i+1} et en réactions verticales V_i et V_{i+1} qui sont des forces internes au massif,
- La force U_i due aux pressions interstitielles le long de AB.

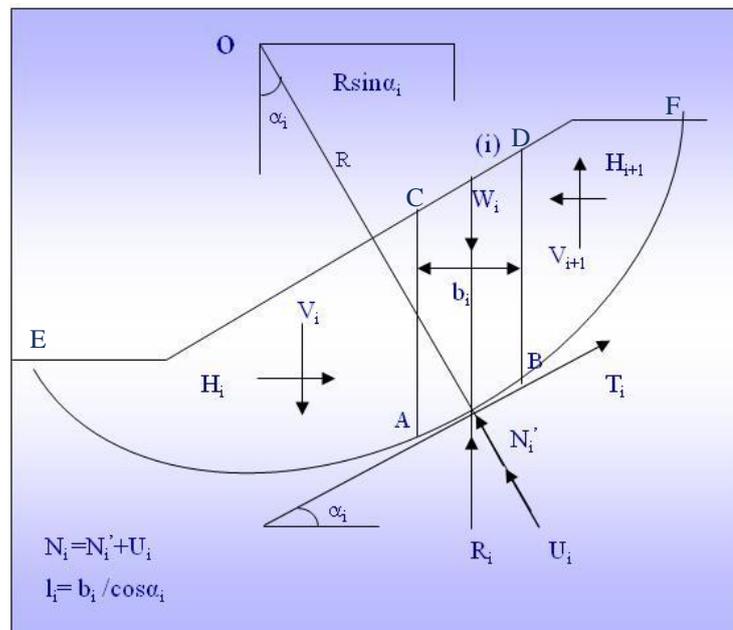


Figure 2. Etude de l'équilibre d'une tranche (i)

Fellenius a fait une hypothèse qui simplifie considérablement les calculs, à savoir que les forces H_i , H_{i+1} , V_i et V_{i+1} deviennent des réactions intérieures lorsque l'on passe d'une tranche donnée à l'ensemble des tranches. La somme de leurs moments est négligée.

Ainsi: $H_i - H_{i+1} = 0$, $V_i - V_{i+1} = 0$

La seule force agissant sur l'arc AB est le poids W. dans ce cas:

$$W_i = R_i$$

Le moment moteur, causé uniquement par la composante T_i , est égal à $T_i \times R$ (N_i composante normale passant par le centre O d'où de moment nul).

Le moment résistant maximal mobilisable par le sol est fourni par la valeur maximale que peut prendre la composante tangentielle de R_i .

D'après la loi de Coulomb, elle s'écrit:

$$(R_i)_t = C_i \cdot AB + N_i \cdot \text{tg } \varphi_i$$

La somme des moments pour toutes les tranches est:

$$\sum_{i=1}^{i=m} R(C_i \cdot AB + N_i \cdot \text{tg } \varphi_i)$$

avec :

m: nombre total des tranches;

c_i et φ_i étant les caractéristiques mécaniques de la couche dans laquelle est situé l'arc AB;

La surface de rupture étant limitée par les points E et F, le coefficient de sécurité global F_s est défini par le quotient:

$$F_s = \frac{\sum_{EF} \text{des moments résistants maximaux}}{\sum_{EF} \text{des moments moteurs}}$$

D'où:

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^{i=m} (C_i \cdot AB + N_i \cdot \text{tg} \varphi_i)}{\sum_{i=1}^{i=m} T_i} = \frac{\sum_{i=1}^{i=m} (C_i \cdot \frac{b_i}{\cos \alpha_i} + W_i \cdot \cos \alpha_i \cdot \text{tg} \varphi_i)}{\sum_{i=1}^{i=m} W_i \cdot \sin \alpha_i} \quad (1)$$

A noter:

- Dans la formule de F_s la $\sum_{i=1}^{i=m} T_i$ est une somme algébrique
- Le F_s peut être appliqué directement sur les caractéristiques mécaniques. En affectant les caractéristiques mécaniques c_i et φ_i de chaque couche du coefficient de sécurité minimal recherché F_{sa} :

$$C_i^* = \frac{C_i}{F_{sa}} \quad \text{tg} \varphi_i^* = \frac{\text{tg} \varphi_i}{F_{sa}} \quad (2)$$

La condition de stabilité du talus devient:

$$\frac{\sum_{i=1}^{i=m} (C_i^* \cdot AB + N_i \cdot \text{tg} \varphi_i^*)}{\sum_{i=1}^{i=m} T_i} > 1 \quad (3)$$

1.2 Recherche du facteur de sécurité minimal

Pour déterminer le F_s réel d'un talus, il faut rechercher le cercle donnant la valeur minimale de F_s puisque c'est le long de cette surface de glissement que la rupture risque de se produire. Il n'y a pas de méthode précise permettant de définir, à priori, la position de ce cercle critique.

La plupart des programmes disponibles sur le marché procédant par tâtonnement en calculant le F_s pour un nombre suffisant de cercles, et ceci en quadrillant des surfaces de rupture géométriquement compatibles avec la topographie des lieux.

A titre d'exemple la figure 3 présente un exemple du logiciel Geo-Slope.

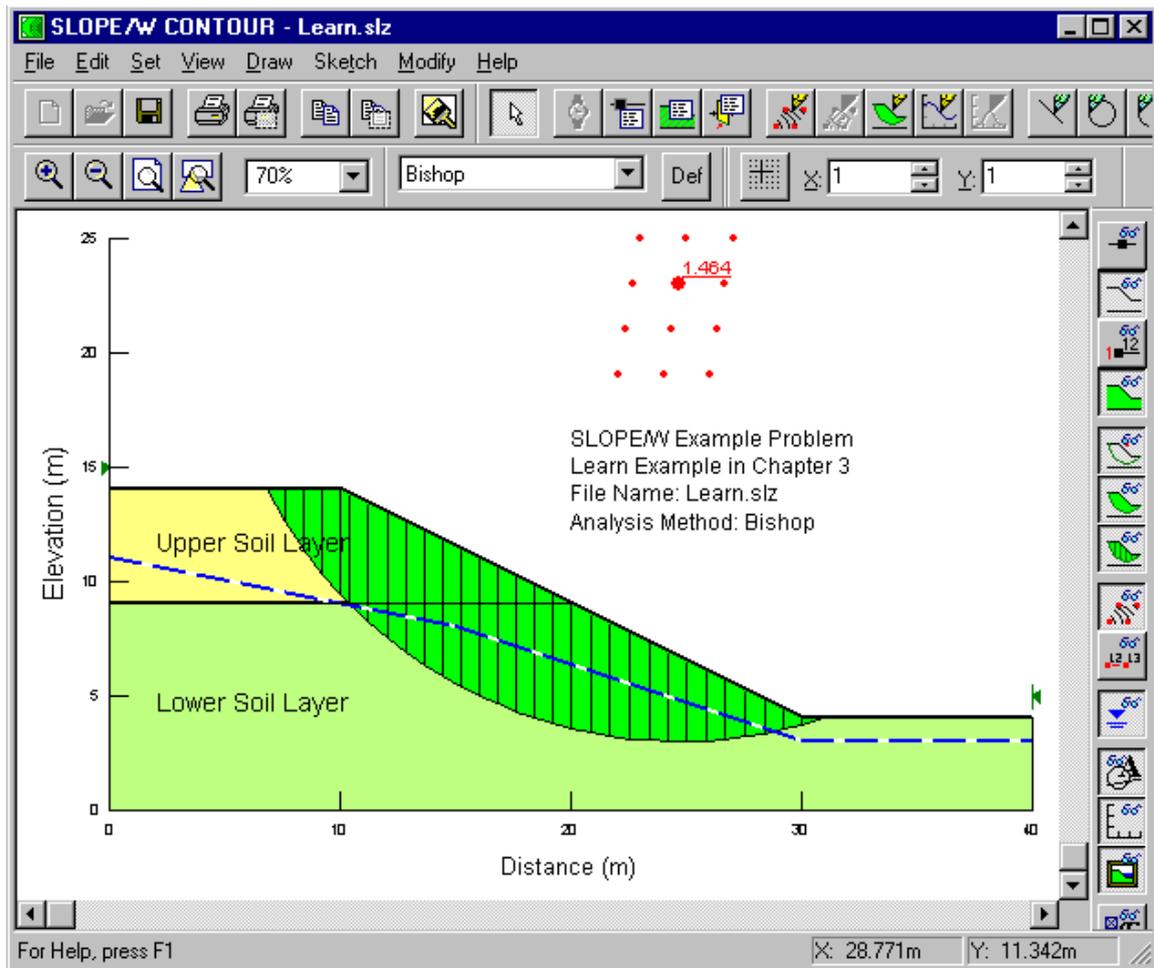


Figure 3 : Exemple de résultat de calcul de stabilité

1.3 Prise en compte des nappes et des écoulements

Si on veut exprimer F_S en fonction de la contrainte effective $\sigma' = \sigma - u$

$$F = \frac{\sum_1^n \left(W_i \times \cos \alpha_i - \left(\frac{u_i \times b_i}{\cos \alpha_i} \right) \right) \tan \phi'_i + \frac{C'_i \times b_i}{\cos \alpha_i}}{\sum_1^n W_i \times \sin \alpha_i}$$

2 Méthode des tranches de BISHOP

Dans cette méthode, on suppose également que la surface de rupture potentielle est circulaire.

on découpe le sol en tranches élémentaires et on adopte comme hypothèse que les composantes V_n , V_{n+1} , H_n , H_{n+1} interviennent dans les efforts appliqués sur la tranche (i) (figure 4).

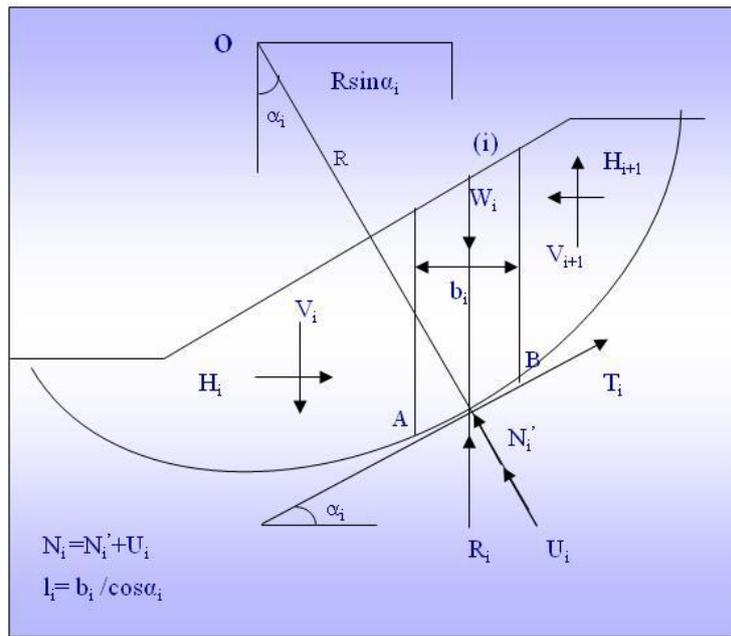


Figure 4 : Etude de l'équilibre d'une tranche (i)

- **L'équilibre des forces verticales:**

$$W_i + \Delta V_i - (N_i' + u_i \cdot l_i) \cos \alpha_i - \left(\frac{C_i'}{F_s} l_i + N_i' \frac{\text{tg } \varphi_i'}{F_s} \right) \sin \alpha_i = 0$$

$$N_i' \left(\cos \alpha_i + \frac{\text{tg } \varphi_i' \sin \alpha_i}{F_s} \right) = W_i + \Delta V_i - u_i l_i \cos \alpha_i - \frac{C_i' l_i}{F_s} \sin \alpha_i$$

$$N_i' = \frac{W_i + \Delta V_i - u_i l_i \cos \alpha_i - \frac{C_i' l_i}{F_s} \sin \alpha_i}{\cos \alpha_i + \frac{\text{tg } \varphi_i' \cdot \sin \alpha_i}{F_s}}$$

- **L'équilibre des moments:**

- Le moment des forces motrices :

$$\sum_1^n W_i R \sin \alpha_i$$

- Le moment des forces résistantes s'opposant au mouvement :

$$\sum_1^n R \left(\frac{C_i' l_i}{F_S} + N_i' \cdot \frac{tg \varphi_i'}{F_S} \right)$$

En égalant les deux moments et en remplaçant (N_i') par sa valeur et en simplifiant par R :

$$F_S \left(\sum_1^n W_i \sin \alpha_i \right) = \sum_1^n C_i' l_i + \frac{W_i + \Delta V_i - u_i l_i \cos \alpha_i - \frac{C_i' l_i}{F_S} \sin \alpha_i}{\cos \alpha_i + \frac{tg \varphi_i' \sin \alpha_i}{F_S}} tg \varphi_i'$$

Le numérateur des termes du second membre s'écrit après réduction au même dénominateur :

$$C_i' l_i \cos \alpha_i + \frac{1}{F_S} C_i' l_i . tg \varphi_i' \sin \alpha_i + (W_i + \Delta V_i - u_i l_i \cos \alpha_i - \frac{1}{F_S} C_i' l_i \sin \alpha_i) tg \varphi_i'.$$

- Le coefficient de sécurité est donné par la formule générale suivante :

$$F_S = \frac{1}{\sum_1^n W_i \sin \alpha_i} \sum \frac{C_i' l_i \cos \alpha_i + (W_i + \Delta V_i - u_i l_i \cos \alpha_i) tg \varphi_i'}{\cos \alpha_i + \frac{1}{F_S} tg \varphi_i' \sin \alpha_i}$$

Cette équation s'appelle la formule de BISHOP exacte.

Pour déterminer "F_S" il faut:

- 1- procéder par itérations successives car "F_S" figure aux deux membres de l'équation
- 2- définir Δ V_i, pour cela il faut faire une hypothèse supplémentaire.

3. Méthode de BISHOP simplifiée

On adopte comme hypothèse qu'il y a seulement une réaction horizontale entre les tranches : $V_i = 0$ et $H_i \neq 0$ (Fig. 5)

A partir de l'équation de F_s et en faisant l'hypothèse $\Delta V_i = V_i - V_{i+1} = 0$, l'équation devient:

$$F_s = \frac{1}{\sum_1^n W_i \sin \alpha_i} \sum_1^n \frac{C_i' l_i \cos \alpha_i + (W_i - u_i l_i \cos \alpha_i) \operatorname{tg} \varphi_i'}{\cos \alpha_i + \frac{1}{F_s} \operatorname{tg} \varphi_i' \sin \alpha_i}$$

Ou

$$F_s = \frac{1}{\sum_1^n W_i \sin \alpha_i} \sum_1^n \frac{C_i' b_i + (W_i - u_i b_i) \operatorname{tg} \varphi_i'}{\cos \alpha_i + \frac{1}{F_s} \operatorname{tg} \varphi_i' \sin \alpha_i}$$

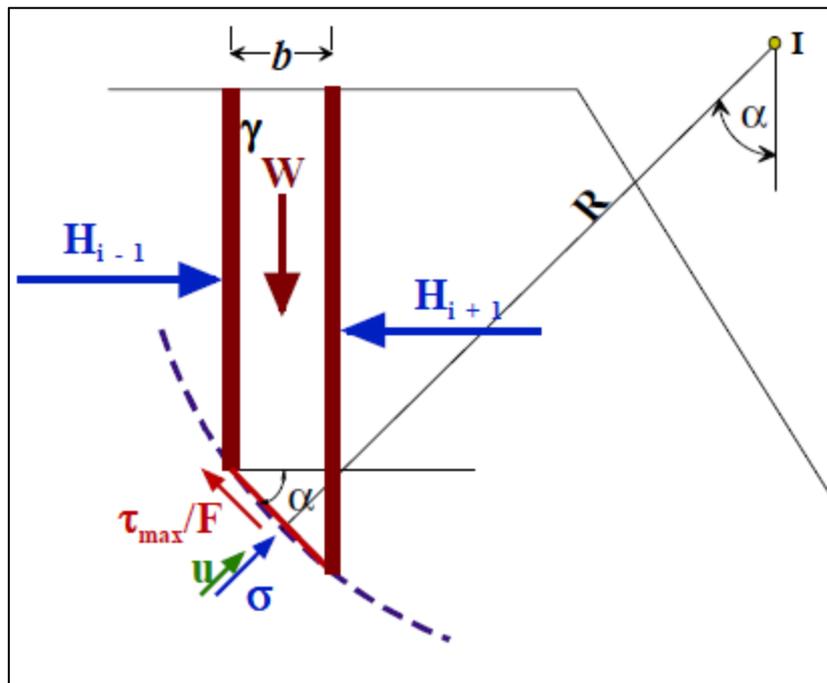


Figure 5. Equilibre d'une tranche de sol (Bishop simplifié)

L'expression de F_s n'est pas explicite. On ne peut donc pas calculer F_s directement. On utilisera donc une méthode implicite de la forme $F_{m+1}=f(F_m)$.

La valeur de F_s de départ peut être prise égale à F_{s0} , la valeur trouvée par la méthode de FELLENIUS. La convergence est en général assez rapide. On s'arrêtera lorsque $(F_{m+1}-F_m)$ est inférieur à un seuil fixé à l'avance.

Remarque

La méthode de Bishop est plus précise que celle de Fellenius, mais elle nécessite trois à quatre fois plus de calcul (trois itérations); les coefficients de sécurité obtenus sont en général un peu plus élevés. Le plus souvent, pour éviter d'alourdir exagérément la masse de calcul, on détermine le cercle le plus critique par la méthode de Fellenius et on vérifie que la valeur du coefficient de sécurité calculé par la méthode de Bishop est supérieure à celle du coefficient calculé par la méthode de Fellenius. Si ce n'est pas le cas, il faut reprendre la recherche du cercle selon la méthode de Bishop (Philipponnat G. & Hubert B, 2000).

4. Choix du coefficient de sécurité

Il faut attacher au F_s global une valeur probabiliste. L'expérience a montré que sauf erreur grossière sur les hypothèses de calcul :

- les talus restent toujours stables si $F_s > 1.5$
- le glissement est pratiquement inévitable si $F_s < 1$
- un risque de glissement d'autant plus grand que F_s est petit si $1 < F_s < 1.5$