

# الفصل الأول

## تاريخ ما قبل النسبية

**1.1. مقدمة**

لقد وضع كل من غاليلي ونيوتن أسس النظرية النسبية القديمة أو النسبية الكلاسيكية والتي تعرف بمعادلات تحويل غاليلي أو معادلات تحويل نيوتن. وقد حدث تعارض بين معادلات تحويل غاليلي (النسبية الكلاسيكية) والنظرية الكهرومغناطيسية التي وضعها ماكسويل. وبعد معرفة الكثير عن طبيعة الضوء، اتضح عدم صحة نظرية الأثير الذي يشغل كل الفضاء واستبعدت النظرية وأصبح الضوء معروفاً على أنه موجة كهرومغناطيسية لا تحتاج إلى وسط لانتشارها.

سوف نقوم في بداية هذا الفصل بالتحدث عن الأطر المرجعية وتحويلات غاليلي وكيف فشلت في إثبات صمود المعادلة الموجية للضوء. بعد ذلك نعرض الوسط الافتراضي لانتشار الأمواج الكهرومغناطيسية، ونتائج تجربة مايكلسون ومورلي لإثبات صحة وجود الأثير.

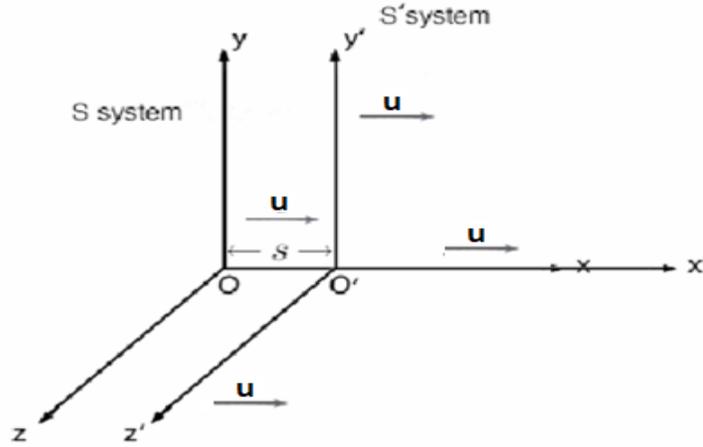
**2.1. النسبية الكلاسيكية****1.2.1. الأطر المرجعية**

يعرف الإطار المرجعي (reference frame) في الفيزياء على أنه نظام الإحداثيات (coordinate system) الذي يستخدم لتحديد حالة الكميات الفيزيائية مع الزمن. وفي نظرية النسبية يطلق اسم الإطار المرجعي المراقب (observational reference frame) على الإطار الذي يوجد فيه مراقب (observer) يكون في حالة السكون (at rest) بالنسبة لهذا الإطار. وتنقسم الأطر المرجعية إلى نوعين رئيسيين وهما الأطر المرجعية القصورية (inertial reference frames) والأطر المرجعية غير القصورية (non-inertial reference frames). والأطر المرجعية القصورية هي تلك التي تتحرك بسرعات ثابتة بالنسبة لبعضها البعض وتكتب فيها القوانين الفيزيائية بأبسط أشكالها الرياضية. أما الأطر المرجعية غير القصورية فهي التي تتحرك بسرعات غير ثابتة أي أنها تتسارع (acceleration) مع الزمن بالنسبة للأطر القصورية. وتتحدد الأحداث (events) في الأطر المرجعية بأربعة إحداثيات ثلاثة منها مكانية (space) والرابع إحداثي الزمن (time).

**2.2.1. نسبية وتحويلات غاليليو**

قد كان العالم الإيطالي الشهير غاليليو (Galileo Galilei 1564 – 1642) أول من تكلم بطريقة علمية عن مفهوم النسبية وخاصة نسبية الحركة وذلك في مطلع القرن السابع عشر وذلك بعد أن أيد العالم البولندي كوبرنيكوس (Nicolaus Copernicus 1473 – 1543) من أن الأرض هي التي تدور حول الشمس وليس العكس. لقد وضع غاليليو أساس مبدأ النسبية (the basic principle of relativity) وهو أن قوانين الفيزياء

هي نفسها في أي إطار مرجعي يتحرك بسرعة ثابتة وفي خط مستقيم مهما كانت السرعة واتجاهها وبهذا فإنه لا يوجد ما يسمى بالحركة المطلقة أو السكون المطلق. وقام غاليليو أيضا بوضع ما يسمى بتحويلات غاليليو (Galilean transformations) والتي تقوم بتحويل إحداثيات الأحداث التي تجري في إطار مرجعي قصوري إلى إحداثيات إطار مرجعي قصوري آخر يتحرك بسرعة منتظمة بالنسبة للأول.



الشكل I.1. تحويلات غاليليو بين إطارين مرجعيين.

قام غاليليو باشتقاق تحويلاته من خلال اختيار إطارين مرجعيين قصوريين أحدهما ساكن وإحداثيات  $(x, y, z, t)$  والآخر متحرك وإحداثيات  $(x', y', z', t)$  وهو يتحرك بسرعة ثابتة  $(u)$  باتجاه المحور السيني الموجب  $(x +)$  مع افتراض أن الإطارين متطابقين عند لحظة الصفر لكليهما  $(t=t'=0)$ . ويقصد بالتحويلات إيجاد علاقات بين إحداثيات الإطارين للأحداث التي تجري فيهما فعلى سبيل المثال فعند حدوث حدث ما في الإطار الثابت فإن الإحداثيات التي يراها المراقب في الإطار المتحرك ستكون كالتالي  $(x' = x - vt, y' = y, z' = z, t' = t)$ . ومن الملاحظ في هذه التحويلات ولهذه الحالة الخاصة أن جميع الإحداثيات في الإطارين متساوية ما عدا الإحداثي السيني الذي إنزاح بمقدار  $(vt)$ .

$$\begin{cases} x = x' + ut' \\ y' = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases} \quad \text{تحويلات غاليلي المباشرة} \quad (1.1)$$

$$\begin{cases} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases} \quad \text{تحويلات غاليلي العكسية} \quad (2.I)$$

### 3.2.I. تحويلات السرعة والتسارع مع غاليليو

يمكن الحصول على تحويلات السرعة بمفاضلة تحويلات غاليليو كما يلي:

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt} = \frac{d}{dt}(x - ut) = \frac{dx}{dt} - u = v_x - u \quad (3.I)$$

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt} = v_y \quad (4.I)$$

$$v'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt} = v_z \quad (5.I)$$

وبمفاضلة تحويلات السرعة نتحصل على تحويلات التسارع:

$$a'_x = \frac{dv'_x}{dt'} = \frac{d}{dt}(v_x - u) = \frac{dv_x}{dt} = a_x \quad (6.I)$$

$$a'_y = \frac{dv'_y}{dt'} = \frac{dv_y}{dt} = a_y \quad (7.I)$$

$$a'_z = \frac{dv'_z}{dt'} = \frac{dv_z}{dt} = a_z \quad (8.I)$$

نلاحظ ان السرعة والتسارع لا يتغيران مع تحويلات غاليليو.

### 4.2.I. قوانين نيوتن في الحركة

قام اسحاق نيوتن بوضع الصياغة الرياضية لثلاثة قوانين للحركة كان قد استنبطها خلال تأملاته في أعمال الباحث العظيم غاليليو غاليلي ومن سبقه من علماء الطبيعة. و يمكن تلخيص قوانين نيوتن الثلاثة في الحركة بالنصوص التالية:

#### 1.4.2.I. القانون الأول

وينص على ان: "الجسم الساكن يبقى ساكناً والمتحرك يستمر في حركته المستقيمة ما لم تؤثر عليه محصلة قوة خارجية". مضمون هذا القانون أن الحالة الحركية الي جسم هي صفة تخصه وأن تغيير حالته الحركية رهن بتغيير الظروف الخارجية، كأن تطرأ قوة تغير سكون الجسم إلى حركة أو تغير قيمة سرعته (انطلاقه) أو

اتجاه حركته. وفي كل هذه الاحوال يحصل التغير في سرعة الجسم سواء كان التغير في مقدار السرعة (الانطلاق) أو اتجاهها. وتغير السرعة هو التسارع، فالتسارع هو تغير السرعة خلال الزمن. لاحظ أننا نقرن تغير السرعة بمقياس معين، وهذا المقياس هنا هو الزمن. ولما كانت السرعة هي مقدار تغير المسافة خلال الزمن فإن التسارع يصبح هو تغير المسافة مرتين مع الزمن. مما يوحي وكأن الزمن هو معامل أو متغير خارجي مستقل عن الحالة الحركية للجسم.

### 2.4.2.I القانون الثاني

إذن لكي نغير الحالة الحركية للجسم فلا بد من تغيير السرعة أي فرض تسارع. ولكن التغيير في كل الاحوال يعني تسليط قوة خارجية فهل للقوة عاقبة بالتسارع؟ هنا انتبه نيوتن إلى ضرورة تعريف القوة وبيان علاقتها مع التسارع فوضع قانونه الثاني، هذا القانون الذي يربط القوة بالتسارع. في صياغة معاصرة لهذا القانون يمكننا القول أن "القوة هي المعدل الزمني لتغير كمية الحركة الجسم". وكمية الحركة الجسم هو كتلة الجسم  $\times$  سرعته. لذلك وإذا ما قلنا أن كتلة الجسم  $m$  هي كمية ثابتة، أمكننا القول أن القوة تتناسب طردياً مع المعدل الزمني لتغير السرعة مما يعني بالتالي أن القوة تتناسب طردياً مع التسارع. وهكذا يمكن صياغة القانون الثاني لنيوتن كما يلي:

$$F_N = \frac{dP_N}{dt} = \frac{d}{dt}(mv) = m \frac{dv}{dt} = ma \quad (9.I)$$

### 3.4.2.I القانون الثالث

ويسمى قانون الفعل ورد الفعل. لكي يتم تعريف التغير الحركي بصورة متكاملة ولكي يكون هنالك توازن وحفظ للقوة أو الجهد أو الطاقة المبذولة مع أي قوة، فلا بد من وجود قانون يضبط مقدار القوة المسلطة أو الطاقة المصروفة ويوازنها مع التغير الحاصل في كمية الحركة الجسم أو طاقته لذلك عمد نيوتن إلى صياغة قانون ثالث يتكفل بتحقيق هذه الموازنة بالقول إن: "لكل فعل رد فعل يساويه في المقدار ويعاكسه في الاتجاه" ويحفظ هذا القانون التوازن السكوني (الاستاتيكي) والتوازن الحركي (الديناميكي) للأجسام والقوى وكميات الحركة. وذلك بأنه يعني أن الوزن الذي يسلطه كتاب ساكن على منضدة يواجه رد فعل من قبل المنضدة نفسها مساو لوزنه. وهذا هو التوازن السكوني. Equilibrium Static وأن الصاروخ الذي يتحرك بسرعة ثابتة بفعل نفث الغازات من مؤخرته إنما يحقق التوازن الحركي Equilibrium Dynamic اعتماداً على مبدأ انحفاظ كمية الحركة (زخم) حيث يكون للغازات الخارجة منه زخم يعادل زخم حركته أي كتلته مضروبة في سرعته.

## 3.I. وسط انتشار الموجات الكهرومغناطيسية

درس جيمس كلارك ماكسويل المجالين الكهربائي والمغناطيسي، وكشف عن وجود نقص في معادلة أمبير للحث الكهرومغناطيسي ولاحظ، كما كان قد لاحظ غيره من قبل مثل مايكل فارداي و هنريش لنز و أندريه أمبير و هانز أورستد، أن تغيير المجال المغناطيسي قرب موصل يولد تيارا حثيا في ذلك الموصل. وكما هو معلوم فإن التيار المار حوله في سلك يولد مجالا مغناطيسيا. وبعد محاولات عديدة تمكن ماكسويل من صياغة جملة معادلات رياضية تصف نشوء المجال الكهربائي في الموصل نتيجة تغير المجال المغناطيسي على مقربة منه، وظهور المجال المغناطيسي مرافقا للتيار الكهربائي المار في موصل. و في عام 1860م قام ماكسويل بصياغة جميع القوانين المتعلقة بالمجالات الكهربائية والمغناطيسية وتفاعلها مع بعضهما البعض ومع الشحنات والتيارات الكهربائية التي تنتجها في أربع معادلات تفاضلية اتجاهية:

$$\text{Div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (14.I) \quad \text{معادلة ماكسويل}$$

$$(15.I) \quad \text{معادلة ماكسويل فراداي}$$

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{Div } \vec{B} = 0 \quad (16.I) \quad \text{معادلة التدفق}$$

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (17.I) \quad \text{معادلة ماكسويل امبير}$$

وفي عام 1865م تمكن ماكسويل من خلال دمج معادلات فارادي وأمبير بشكلها التفاضلي الحصول على معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية وعند حل هذه المعادلة تبين له أن المجالات الكهربائية والمغناطيسية لا بد وأنها تنتشر في الفضاء على شكل موجات وبهذا فقد أثبت وتنبأ من خلال التحليل الرياضي البحث وجود ما يسمى بالموجات الكهرومغناطيسية (electromagnetic waves) وتتكون الموجة الكهرومغناطيسية من مجال كهربائي وآخر مغناطيسي متعامدان في الفضاء ويتغيران بشكل دوري مع الزمن وتنتشر الموجة في الفضاء باتجاه يتعامد مع اتجاهي المجالين الكهربائي والمغناطيسي. وقد أكد ماكسويل في بحثه هذا على أن الضوء ما هو إلا شكل من أشكال الموجات الكهرومغناطيسية وأن هذه الموجات تنتشر في الأوساط المختلفة بسرعة تتحدد من قيم السماحية الكهربائية (permittivity) والنفذية المغناطيسية (permeability) للوسط. وقد تمكن من حساب سرعة الانتشار في الفضاء الحر من خلال حل هذه المعادلات ووجد أنها تساوي ثلاثمائة ألف كيلومتر في الثانية تقريبا. وقد تمكن الفيزيائيان الأمريكيان ألبرت مايكلسون (Albert Michelson) وإدوارد مورلي (Edward Morley) في عام 1887م من قياس سرعة الضوء في الفراغ ووجدوها مطابقة تماما

لسرعة انتشار الموجات الكهرومغناطيسية التي تنبأ بها ماكسويل. توفي ماكسويل في عام 1878م وذلك قبل أن تتحقق نبوءته بوجود الموجات الكهرومغناطيسية على يد عالم الفيزياء الألماني هينريتش هيرتز (Heinrich Hertz) (1857-1894م) وذلك في عام 1887م حيث تمكن من توليد الموجات الكهرومغناطيسية باستخدام أشكال بسيطة من الهوائيات.

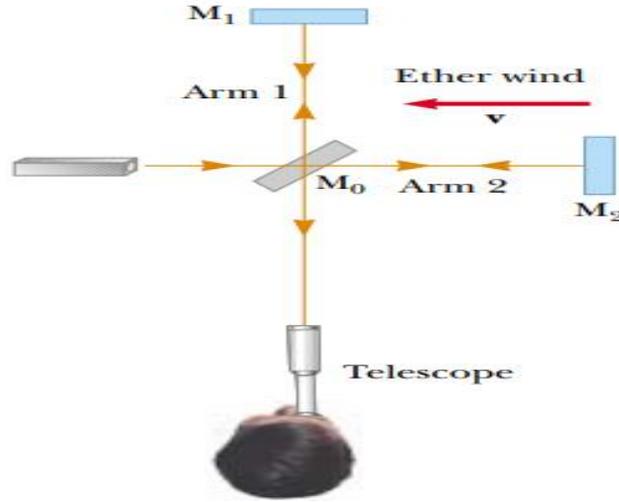
#### 4.I. فرضية الأثير

يعرّف الأثير في علم الفيزياء على أنه وسط مادي افتراضي خفي، لا لون له ولا رائحة، وقد درسه الفيزيائيون لتفسير ظاهرة انتشار الضوء على شكل موجات في الفراغ، وذلك في القرن التاسع عشر الميلادي، وقد واجهت هذه الفرضية العديد من الصعوبات العلمية، بعد فشل العديد من التجارب العلمية، ومنها تجربة مايكلسون ومورلي. كان علماء القرن السابع والثامن عشر قد افترضوا وجود وسط يملأ الكون أطلقوا عليه اسم الأثير (Aether) يمكن الضوء من الانتشار خلاله على غرار الهواء اللازم لانتشار الموجات الصوتية. ومع اكتشاف الموجات الكهرومغناطيسية في النصف الثاني من القرن التاسع عشر واعتبار الضوء أحد أشكالها قاموا أيضا بافتراض وجود الأثير كوسط يلزم لانتشار هذه الموجات. وقد وضعوا خواص نظرية لهذا الأثير كإعدام الكتلة التي تسمح للأجرام السماوية للحركة دون أي مقاومة والمرونة التي تسمح باهتزاز الموجات الكهرومغناطيسية. أما الخاصية التي أتعبت علماء القرن التاسع عشر هي أنه ثابت ثباتا مطلقا في الفضاء وعليه فإنه يمكن اعتباره كإطار مرجعي مطلق (absolute reference frames) تكون فيه الأبعاد المكانية وكذلك الزمن مطلقة. وبناء على هذه الخاصية فإن سرعة الضوء المنطلق من مصدر متحرك تكون حاصل جمع سرعة الضوء في الأثير مضافا عليه سرعة المصدر وعليه فإنه يمكن التأكد من وجود الأثير من خلال تجارب تقيس سرعة الضوء المنطلق من مصادر متحركة. وقد قام علماء القرن التاسع عشر بعشرات التجارب المختلفة للتأكد من وجود الأثير أو عدمه وكان أهم هذه التجارب تجربة مايكلسون ومورلي (Michelson–Morley experiment) التي أجراها هذان العالمان الأمريكيان في عام 1887م. وكانت نتيجة هذه التجربة أنه لا وجود لأي تأخير زمني بين الشعاعين وبالتالي لا وجود للأثير المزعوم وبهذا سميت التجربة بأشهر تجربة فاشلة في التاريخ (the most famous failed experiment in history) وقد ساعدت مايكلسون بالفوز بجائزة نوبل في الفيزياء. وبينما كان العلماء يبحثون عن تفسير آخر لانتشار الضوء على ضوء فرضية الأثير المبنية على ميكانيكا نيوتن، جاء الحل في عام 1905 على يد الفيزيائي ألبرت أينشتاين، من خلال نظريته الخاصة في النسبية، التي فسّرت كيف يسلك الضوء، وكيف أنه لا يعتمد على وجود

الأثير. وفسر مسألة انتشار الضوء على أساس أن الضوء هو أقصى سرعة في الكون، وأنها ثابتة في الفراغ لا تتغير. وتبلغ 300.000 كيلومتر في الثانية (أي يلف شعاع كهرومغناطيسي مثل الضوء حول الأرض سبع مرات في ثانية واحدة).

### 5.I تجربة مايكلسون ومورلي The Michelson-Morley experiment

تجربة مايكلسون ومورلي هي واحدة من أهم التجارب في حقل الفيزياء قام بها ألبرت مايكلسون وادوارد مورلي، وتعتبر من أول الأدلة القوية المعارضة لنظرية الأثير. في عام 1886 بدأ مايكلسون ومورلي بتجارب عن انتشار الضوء وسرعته في الفضاء. وكان يعتقد أنه يستطيع تعيين هذه السرعة عن طريق تعيين سرعة الأرض في مدارها حول الشمس بالنسبة للأثير الذي كان يعتقد بأنه الوسط الذي يملأ الفراغ، أي موجود في كل مكان مثل الهواء الذي يحيط بنا بخلاف أن الأثير يجب أن يوجد في كل الكون ليبرر حركة الضوء في الفضاء. وكانت نظرية ماكسويل الكهرومغناطيسية قد أثبتت أن الضوء ينتشر في الفضاء على صورة أمواج، فهي إذن تحتاج إلى وسط افتراض أنه الأثير الحامل للضوء، وفكر مايكلسون بأن يثبت وجود الأثير بمقارنة سرعة الضوء المتحرك في اتجاه حركة الأرض بسرعة ضوء يتحرك في اتجاه متعامد مع حركة الأرض، وعندئذ لن يبرهن الفرق بين السرعتين فحسب بل انه سيحدد فعليا سرعة الأرض في مدارها حول الشمس. وقد بنيت هذه التجربة على أساس نظري هو أنه إذا وجد الأثير فإن حركة الأرض فيه تولد تيارا أثيريا معاكسا لسرعة الأرض مثلما تولد المركبة تيارا هوائيا يجري معاكسا لحركتها، فحين تقاس سرعة الضوء على الأرض فإن تأثيرها بتيار الأثير يتوقف على حركة الضوء هل هي موازية لحركة الأرض أو معاكسة أم هي متعامدة مع التيار. تشبه هذه التجربة بسباحين اثنين يسبحان في نهر واحد، وفي حين يسبح أحدهما مع النهر ذهابا وإيابا فإن الآخر يبدأ من نفس النقطة الأولى، يسبح ويقطع نفس المسافة التي هي عرض النهر ذهابا وإيابا. يتبين أن الأول والثاني يقطعان المسافة في نفس الوقت، ويتضح من قانون جمع السرعات انه لا يمكن أن يعود السباحان في نفس الوقت لان السباح العرضي يصل أولا وهذا هو الأمر بالنسبة للضوء أيضا .



الشكل 2.I: رسم تخطيطي لتجربة مايكلسون ومورلي.

### 1.5.I. فكرة عمل التجربة

تم إعداد جهاز يقوم على فصل شعاع ضوئي آت من مصدر واحد، وتوجيهه في اتجاهين متعامدين معه. وبهذا الشكل فإن أحدًا لمحور دوران الأرض حول الشمس والآخر متعامدا على أن يكون أحدهما موازيا للشعاعين سيستفيد من حركة الأرض فيصير أسرع، أما الثاني فهو متعامد مع حركة الأرض وبالتالي يفترض أن سرعته لن تتغير. بعد ذلك سيعاد دمج الشعاعين مع بعض ويتم إسقاطهما على سطح مقابل، فإذا ما حصل أي تغيير في سرعة أي من الشعاعين فسيؤثر ذلك على شكل الارتسام الخاص بهما على السطح المقابل، ورغم حساسية هذا الجهاز العالية جدا إلا أنه لم يسجل أي فرق بين سرعتي الشعاعين.

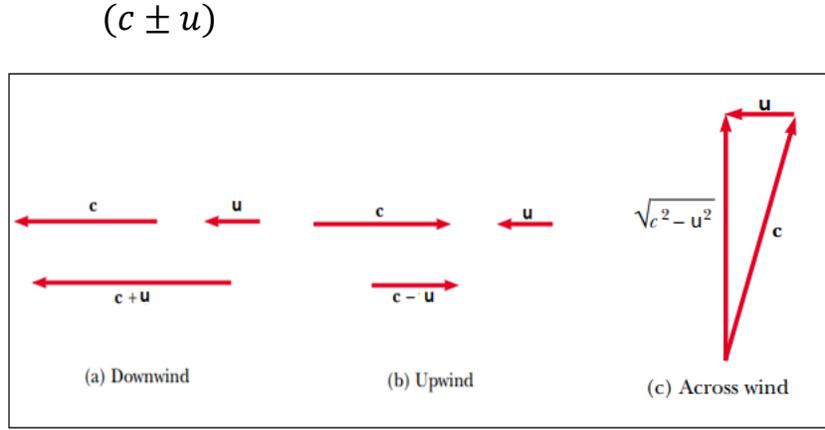
- إذا سقط شعاع ضوئي من المصدر (S) فإنه ينكسر خلال المرآة النصف شفافة ( $M_0$ ) ويتجزأ إلى شعاعين متساويين في الشدة أحدهما ينفذ إلى المرآة ( $M_1$ ) حيث ينعكس ويعود إلى المرآة ( $M_0$ )، أما الشعاع الآخر فإنه ينعكس من على المرآة ( $M_2$ ) ثم يعود إلى المرآة ( $M_0$ ).

- عند تلاقي الشعاعين عند المرآة ( $M_0$ ) ينتج نموذج هذب تداخل يمكن مشاهدتها من الكاشف (منظار Telescope).

- لحساب الزمن الذي يحتاجه كلا الشعاعين للعودة إلى المرآة ( $M_0$ ) نعتبر حالتين:

الحالة الأولى الشكل (a.3.I) و (b.3.I):

إذا كان اتجاه انتشار الموجات الضوئية في اتجاه أو عكس حركة الأرض خلال الاثير، فإنه تبعاً لقانون إضافة السرعات لنيوتن:



الشكل 3.I. اتجاه انتشار الموجات الضوئية.

الحالة الثانية الشكل (c.3.I):

إذا كان اتجاه انتشار الموجات الضوئية عمودي على اتجاه حركة الأرض خلال الاثير، فإن السرعة النسبية لانتشار هذه الموجات تساوي:

$$\sqrt{c^2 - u^2} \quad (10.I)$$

- الزمن الذي يستغرقه الشعاع في الحركة من  $M_0$  الى  $M_1$  ثم العودة الى  $M_0$ :

$$\Delta t_{M1} = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - u^2}} = \frac{2L/c}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (11.I)$$

- الزمن الذي يستغرقه الشعاع في الحركة من  $M_0$  الى  $M_2$  ثم العودة الى  $M_0$ :

$$\Delta t_{M2} = \frac{L}{c+u} + \frac{L}{c-u} = \frac{2Lc}{c^2 - u^2} = \frac{2L/c}{1 - \frac{u^2}{c^2}} \quad (12.I)$$

$$\Delta t = \Delta t_{M2} - \Delta t_{M1} = 2L/C \left[ \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-1} - \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \right] \quad (13.I)$$

باستخدام نظرية ذات الحدين اذا كان  $x \ll 1$  فان نشرها يكون  $(1 - x)^n = 1 - nx$

يمكن الاكتفاء بالحدين الاول والثاني في مفكوك المقدار

$$(1 - \frac{u^2}{c^2})^{-1} = 1 + \frac{u^2}{c^2} + \dots \quad (14.I)$$

وكذلك المقدار :

$$(1 - \frac{u^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \dots \quad (15.I)$$

وعليه يكون:

$$\Delta t = \frac{Lu^2}{c^3} \quad (16.I)$$

يؤدي هذا الفارق الزمني بين اللحظتين اللتين تصل فيهما الحزم المنعكسة إلى تلسكوب المشاهدة إلى نشوء فرق طور بين الحزمتين، مما ينتج نمط تداخل عندما تتحدان في موضع التلسكوب.

- إذا ادير جهاز التداخل بزاوية 90 بحيث تتبادل الحزمتان موضعيهما حيث تصبح الحزمة في اتجاه موازية سرعة الارض في الاثير بينما الحزمة الاخرى تصبح عمودية على اتجاه سرعة الارض في الاثير، هذا التبادل يجعل الفارق الزمني ضعف ما كان عليه، وبالتالي فإن فارق المسار الذي يتوافق مع هذا الفارق الزمني هو:

$$\Delta d = c(2\Delta t) = 2 \frac{Lu^2}{c^3} \quad (17.I)$$

تم إعادة التجربة على فترات خلال العام بتوقع أن يحدث فيها تغير في مقدار واتجاه رياح الأثير ولكن النتائج كانت واحدة دائماً: ليس هناك تغير يمكن تسجيله في إزاحة الهدب.

أسئلة الفصل الأول

- س1- ماهي الظروف التي جاءت فيها النظرية النسبية الخاصة؟
- س2- على ماذا ينص مبدأ نسبية غاليليو؟
- س3- هل نتائج تطبيقات تحويلات غاليليو مع قوانين نيوتن وقوانين الكهرومغناطيسية؟
- س4- هل الضوء له طبيعة موجية ام جسيمية؟
- س5- أي من قوانين التحويلات تتبع قوانين نيوتن في الحركة؟ وأي من التحويلات تتبع قوانين ماكسويل في الكهرومغناطيسية؟
- س6- ما لهدف من تجربة مايكلسون ومورلي وما النتائج التي خرجت بها؟

تمارين الفصل الأولالتمرين الأول:

إذا كانت معادلة الموجة للضوء في المعلم (R) هي كالآتي:

$$\Delta\psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$$

هل يمكن اثبات صمود المعادلة الموجية للضوء بتحويلات غاليليو؟

التمرين الثاني:

1- تأكد من صمود المبدأ الأساسي للتحريك بتحويلات غاليليو.

قوة لورنتز  $\vec{F}_{ext}$  التي تؤثر على شحنة  $q$  سرعتها  $\vec{u}$  عن طريق الحقل الكهرومغناطيسي  $(\vec{E}, \vec{B})$

$$\vec{F}_{ext} = q(\vec{E} + \vec{u} \wedge \vec{B})$$

2- باستعمال صمود هذه القوة بتحويلات غاليليو تأكد من صمود معادلات ماكسويل بتحويلات غاليليو.

التمرين الثالث:

1- تأكد من صمود المبدأ الأساسي للتحريك بتحويلات لورنتز.

قوة لورنتز  $\vec{F}_{ext}$  التي تؤثر على شحنة  $q$  سرعتها  $\vec{u}$  عن طريق الحقل الكهرومغناطيسي  $(\vec{E}, \vec{B})$

2- باستعمال صمود هذه القوة بتحويلات لورنتز تأكد من صمود معادلات ماكسويل بتحويلات لورنتز.

حلول تمارين الفصل الاول

حل التمرين الأول:

إذا كانت معادلة انتشار الموجة في المعلم (R) هي كالاتي:

$$\Delta\psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$$

معنى ذلك ان:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$$

باعتبار ان الدالة  $\psi$  هي دالة في  $\psi(x', y', z', t')$  وباستخدام تحويلات غاليليو، فان الاشتقاق يكون كالاتي:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial x'}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial y'}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{\partial \psi}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial z} = \frac{\partial \psi}{\partial z'}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial t'} - u \frac{\partial \psi}{\partial x'}$$

بالاشتقاق المرة الثانية نتحصل على:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x'} \right) = \frac{\partial}{\partial x'} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x'} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x'} \right) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x'^2}$$

بنفس الطريقة نجد:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \psi}{\partial y'} \right) = \frac{\partial}{\partial y'} \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y'} \left( \frac{\partial \psi}{\partial y'} \right) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y'^2}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \psi}{\partial z'} \right) = \frac{\partial}{\partial z'} \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z'} \left( \frac{\partial \psi}{\partial z'} \right) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial z'^2}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \psi}{\partial t'} - u \frac{\partial \psi}{\partial x'} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \psi}{\partial t'} \right) - u \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x'} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial t'} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - u \frac{\partial}{\partial x'} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \\ &= \frac{\partial^2 \psi}{\partial t'^2} - 2u \frac{\partial^2 \psi}{\partial t' \partial x'} \\ &\quad + u^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x'^2}\end{aligned}$$

بالتعويض في معادلة الانتشار نجد:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x'^2} - \frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial t'^2} - 2u \frac{\partial^2 \psi}{\partial t' \partial x'} + u^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x'^2} \right) = 0$$

هذه المعادلة لا تكافئ المعادلة:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t'^2} = 0$$

ومن هنا نستنتج أن تحويلات غاليليو فشلت في اثبات صمود معادلة انتشار الموجة.

### حل التمرين الثاني:

1- حسب تحويلات غاليليو لدينا عبارة شعاع الموضع هي:

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u}$$

حيث  $\vec{u}$  هي سرعة المعلم المتحرك بالنسبة للمعلم الثابت.

بالاشتقاق بالنسبة للزمن

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \frac{d\vec{u}}{dt}$$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$$

باشتقاق السرعة نجد:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d\vec{u}}{dt}$$

بما ان ثابتة  $u$  فان اشتقاقها بالنسبة للزمن يساوي الصفر. وعليه يصبح بعد ضرب طرفي المساواة في

الكتلة  $m$ :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \frac{d\vec{v}'}{dt} \Leftrightarrow \vec{F} = \vec{F}'$$

وعليه فان القوة صامدة بتحويلات غاليلي وعليه فان المبدأ الأساسي للتحريك صامد بتحويلات غاليلي أيضا.

2- لنثبت صمود معادلات ماكسويل بتحويلات غاليلي

قوة لورنتز تعطى بالشكل:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{u}\Lambda\vec{B})$$

$$\vec{F}' = q(\vec{E}' + \vec{u}'\Lambda\vec{B}')$$

من السؤال السابق وجدنا بتحويلات غاليلي:  $\vec{F} = \vec{F}'$

$$\vec{E} + \vec{u}\Lambda\vec{B} = \vec{E}' + \vec{u}'\Lambda\vec{B}'$$

وبالتالي:

من قانون تركيب السرعات لدينا:

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$$

$$\vec{E} + \vec{u}\Lambda\vec{B} = \vec{E}' + (\vec{v} - \vec{u})\Lambda\vec{B}' = \vec{E}' + \vec{v}\Lambda\vec{B}' - \vec{u}\Lambda\vec{B}'$$

بالتعويض يكون:

بمطابقة الطرفين الطرفين نجد:

$$\vec{E} = \vec{E}' - \vec{u}\Lambda\vec{B}'$$

$$\vec{u}\Lambda\vec{B} = \vec{v}\Lambda\vec{B}' \Rightarrow \vec{B} = \vec{B}'$$

اذن يصبح:

$$\vec{E} = \vec{E}' - \vec{u}\Lambda\vec{B}'$$

$$\begin{cases} E_x = E'_x \\ E_y = E'_y + uB'_z \\ E_z = E'_z - uB'_y \end{cases} \text{ بعد الحساب يكون:}$$

لدينا معادلة ماكسويل:  $Div\vec{E} = 0$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

معناه

باستعمال تحويلات غاليلي نجد:

$$\begin{cases} x = x' + ut' \\ y' = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial E'_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial E'_x}{\partial x'} \cdot \frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial E'_x}{\partial x'}$$

بنفس الطريقة نكمل فنجد:

$$\frac{\partial E_y}{\partial y} = \frac{\partial E'_y}{\partial y'} + u \frac{\partial B_z}{\partial y'}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\partial E'_z}{\partial z'} - u \frac{\partial B_y}{\partial z'}$$

نعوض المعادلات الثلاث في معادلة ماكسويل فنجد:

$$\text{Div} \vec{E} = \frac{\partial E'_x}{\partial x'} + \frac{\partial E'_y}{\partial y'} + \frac{\partial E'_z}{\partial z'} + u \left( \frac{\partial B_z}{\partial y'} - \frac{\partial B_y}{\partial z'} \right)$$

وعليه:

$$\text{Div} \vec{E} = \text{Div} \vec{E}' + u \left( \frac{\partial B_z}{\partial y'} - \frac{\partial B_y}{\partial z'} \right)$$

ومنه معادلة ماكسويل غير صامدة وبالتالي جميع المعادلات الأربعة غير صامدة بتحويلات لورنتز.

### حل التمرين الثالث:

1- اثبات صمود المبدأ الأساسي للتحريك بتحويلات لورنتز

تعطى معادلات لورنتز بالشكل:

$$\begin{cases} ct = \gamma(ct' + \beta x') \\ x = \gamma(x' + c\beta t') \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$$

قانون المبدأ الأساسي للتحريك :

$$\vec{F}_{ext} = m\vec{a} = m \left( \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \vec{i} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \vec{j} + \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \vec{k} \right)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial x}{\partial t} &= \frac{\partial x}{\partial t} \cdot \frac{\partial x'}{\partial x'} + \frac{\partial x}{\partial t} \cdot \frac{\partial t'}{\partial t'} = \frac{\partial x}{\partial x'} \cdot \frac{\partial x'}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial t'} \cdot \frac{\partial t'}{\partial t} \\ &= \gamma \frac{\partial x'}{\partial t} + \gamma \frac{\partial x}{\partial t'} = \gamma \frac{\partial x'}{\partial t} \cdot \frac{\partial t'}{\partial t'} + \gamma \frac{\partial x}{\partial t'} \cdot \frac{\partial x'}{\partial x'} \\ &= 2\gamma^2 \cdot \frac{\partial x'}{\partial t'}\end{aligned}$$

فنجد:

وعليه:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial x}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left( 2 \cdot \gamma \frac{\partial x'}{\partial t'} \right) = 2 \cdot \gamma^2 \frac{\partial^2 x'}{\partial t \partial t'} \left( \frac{\partial t'}{\partial t} \right) = 2\gamma^3 \frac{\partial^2 x'}{\partial t'^2}$$

بنفس الطريقة نجد:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \gamma^2 \frac{\partial^2 y'}{\partial t'^2}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \gamma^2 \frac{\partial^2 z'}{\partial t'^2}$$

$$\vec{F} \neq \vec{F}'$$

ومنه فان:

ومنه فان المبدأ الأساسي للتحريك غير صامد بتحويلات لورنتز.

2- اثبات صمود معادلات ماكسويل بتحويلات لورنتز

مركبات شعاعي الحقل الكهربائي والحقل المغناطيسي تكتبان :

$$\begin{cases} E_x = E'_x \\ E_y = \gamma(E'_y + vB'_z) \\ E_z = \gamma(E'_z - vB'_y) \end{cases} \quad \begin{cases} B_x = B'_x \\ B_y = \gamma(B'_y - \frac{v}{c^2} E'_z) \\ B_z = \gamma(B'_z + \frac{v}{c^2} E'_y) \end{cases}$$

معادلة ماكسويل- غوص

$$\text{Div } \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

بالتعويض:

$$\frac{\partial E'_x}{\partial x} + \frac{\gamma(\partial E'_y + v\partial B'_z)}{\partial y'} + \frac{\gamma(\partial E'_z - v\partial B'_y)}{\partial z} = 0$$

لننجز كل حد وحده:

$$\frac{\partial E'_x}{\partial x} = \frac{\partial E'_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial x'}{\partial x'} + \frac{\partial E'_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial t'}{\partial t'} = \gamma \cdot \frac{\partial E'_x}{\partial x'} + \left(-\gamma \cdot \frac{v}{c^2}\right) \cdot \frac{\partial E'_x}{\partial t'}$$

بالتعويض في المعادلة نجد:

$$\gamma \cdot \frac{\partial E'_x}{\partial x'} + \left(-\gamma \cdot \frac{v}{c^2}\right) \cdot \frac{\partial E'_x}{\partial t'} + \frac{\gamma(\partial E'_y + v\partial B'_z)}{\partial y'} + \frac{\gamma(\partial E'_z - v\partial B'_y)}{\partial z'} = 0$$

بعد التبسيط نجد:

$$\frac{\partial E'_x}{\partial x'} + \frac{\partial E'_y}{\partial y'} + \frac{\partial E'_z}{\partial z'} - \gamma \cdot \frac{v}{c^2} \left(\frac{\partial E'_x}{\partial t'}\right) + \gamma v \left(\frac{\partial E'_z}{\partial y'} - \frac{\partial E'_y}{\partial z'}\right) = 0$$

لدينا:

$$\left(\frac{\partial E'_z}{\partial y'} - \frac{\partial E'_y}{\partial z'}\right) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial E'_x}{\partial t'} = \overrightarrow{Rot\vec{B}}(\vec{i})$$

بعد التعويض نجد:

$$\frac{\partial E'_x}{\partial x'} + \frac{\partial E'_y}{\partial y'} + \frac{\partial E'_z}{\partial z'} = \text{Div}\vec{E}' = 0$$

ومنه المعادلة صامدة بتحويلات لورنتز.

بنفس الطريقة نثبت أن معادلة التدفق  $\text{Div}\vec{B} = 0$  صامدة بتحويلات لورنتز

معادلة ماكسويل - فرداي

$$\overrightarrow{Rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\vec{i} - \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\vec{k} = -\frac{\partial B_x}{\partial t}\vec{i} - \frac{\partial B_y}{\partial t}\vec{j} - \frac{\partial B_z}{\partial t}\vec{k}$$

وفق الاتجاه  $\vec{i}$  نجد:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial B_x}{\partial t}$$

$$\frac{\gamma(\partial E'_z - v\partial E'_y)}{\partial y'} - \frac{\gamma(\partial E'_y + v\partial E'_z)}{\partial z'} = -\frac{\partial B'_x}{\partial t} \cdot \frac{\partial x'}{\partial x'} - \frac{\partial B'_x}{\partial t} \cdot \frac{\partial t'}{\partial t'} = -v\gamma \frac{\partial B'_x}{\partial x'} - \gamma \frac{\partial B'_x}{\partial t'}$$

بالقسمة على  $\gamma$  نجد:

$$\frac{(\partial E'_z - v\partial E'_y)}{\partial y'} - \frac{(\partial E'_y + v\partial E'_z)}{\partial z'} = -v \frac{\partial B'_x}{\partial x'} - \frac{\partial B'_x}{\partial t'}$$

$$\left(\frac{\partial E'_z}{\partial y'} - \frac{\partial E'_y}{\partial z'}\right) - v \left(\frac{\partial B'_x}{\partial x'} + \frac{\partial B'_y}{\partial y'} + \frac{\partial B'_z}{\partial z'}\right) = -\frac{\partial B'_x}{\partial t'}$$

$$\left(\frac{\partial E'_z}{\partial y'} - \frac{\partial E'_y}{\partial z'}\right) - \text{Div} \vec{B} = -\frac{\partial B'_x}{\partial t'}$$

$$\left(\frac{\partial E'_z}{\partial y'} - \frac{\partial E'_y}{\partial z'}\right) = -\frac{\partial B'_x}{\partial t'}$$

بنفس الطريقة نجد:

وفق الاتجاه  $\vec{y}$  نجد:

$$\left(\frac{\partial E'_x}{\partial z'} - \frac{\partial E'_z}{\partial x'}\right) = -\frac{\partial B'_y}{\partial t'}$$

وفق الاتجاه  $\vec{k}$  نجد:

$$\left(\frac{\partial E'_y}{\partial x'} - \frac{\partial E'_x}{\partial y'}\right) = -\frac{\partial B'_z}{\partial t'}$$

بعد التعويض نجد

$$\overrightarrow{\text{Rot}} E' = -\frac{\partial \vec{B}'}{\partial t'}$$

وبالتالي المعادلة صامدة بتحويلات لورنتز.

بنفس الطريقة نجد ان

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{B} = -\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

وعليه يمكن القول ان معادلات ماكسويل الأربعة صامدة بتحويلات لورنتز.