UNIVERSITE Mohamed Khidder de Biskra le 22/11/2024

Département D’Informatique

Module : Programmation linéaire

Corrigé du TD 03

**Exercice 01**

Forme canonique

Max f(x)= 5x1 + 8x2

x1 + x2 ≤ 13

5x1 +2x2 ≤ 50

4x1 +5x2 ≤ 60

Où xi ≥ 0 pour i =1 ; 2

Forme standard avec les variables d′écarts e1, e2, e3.

Max f(x)= 5x1 + 8x2 +0e1 +0e2 +0e3

x1 + x2 + e1 +0e2 +0e3 =13

5x1 +2x2 + 0e1 + e2 +0e3= 50

4x1 +5x2 +0e1 +0e2 + e3= 60

x1 ≥ 0, x2 ≥ 0, ei ≥ 0 pour i =1 :3.

**1ère Itération** : Construire le premier tableau correspondant à la forme standard.

Min Ration b/x2(≥ 0)

13/1=13 50/5=10 60/4=12

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x1 | x2 | e1 | e2 | e3 | b |
| e1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 13 |
| e2 | 5 | 2 | 0 | 1 | 0 | 50 |
| e3 | 4 | 5 | 0 | 0 | 1 | 60 |
| max | 5 | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Choisir les variables à introduire dans la base : Pour cela choisir le coefficient le plus fort (≥ 0) de la fonction économique.

Le MAX positif est 8. Alors il s’agit de la variable x2 qui va rentrer dans la base.

**2éme Itération :**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x1 | x2 | e1 | e2 | e3 | b |
| e1 | 1/5 | 0 | 1 | 0 | -1/5 | 1 |
| e2 | 17/5 | 0 | 0 | 1 | -2/5 | 26 |
| x2 | 4/5 | 1 | 0 | 0 | 1/5 | 12 |
| max | -7/5 | 0 | 0 | 0 | -8/5 | -96 |

Les coefficients de la fonction économique sont tous nuls ou négatifs, fin de l’algorithme du simplexe(le critère d’arrêt est satisfait).

La solution optimale est : x1=0, x2=12, f(x)=96.

**Exercice 02**

Forme canonique

Max f(x)= 3x1 + 4x2

x1 +2 x2 ≤ 18

x1 +x2 ≤ 10

3x1 +x2 ≤ 20

4x1 +x2 ≤ 26

Où xi ≥ 0 pour i =1 ; 2

Forme standard avec les variables d′écarts e1, e2, e3, e4.

Max f(x)= 5x1 + 8x2 +0e1 +0e2 +0e3+0e4

x1 + 2x2 + e1 +0e2 +0e3+0e4 =18

x1 +x2 + 0e1 + e2 +0e3+0e4= 10

3x1 +x2 +0e1 +0e2 + e3 +0e4=26

4x1 +x2 +0e1 +0e2 + 0e3 +e4=26

x1 ≥ 0, x2 ≥ 0, ei ≥ 0 pour i =1 :4.

**1ère Itération** : Construire le premier tableau correspondant à la forme standard.

Min Ration b/x2(≥ 0) 18/2 10/1 20/1 26/1

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x1 | x2 | e1 | e2 | e3 | e4 | b |
| e1 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 18 |
| e2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 10 |
| e3 | 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 20 |
| e4 | 4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 26 |
| max | 3 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Choisir les variables à introduire dans la base : Pour cela choisir le coefficient le plus fort (≥ 0) de la fonction économique.

Le MAX positif est 4. Alors il s’agit de la variable x2 qui va rentrer dans la base.

**2éme Itération :**

18 2 22/5 34/7

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x1 | x2 | e1 | e2 | e3 | e4 | b |
| x2 | 1/2 | 1 | 1/2 | 0 | 0 | 0 | 9 |
| e2 | 1/2 | 0 | -1/2 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| e3 | 5/2 | 0 | -1/2 | 0 | 1 | 0 | 11 |
| e4 | 7/2 | 0 | -1/2 | 0 | 0 | 1 | 17 |
| max | 1 | 0 | -2 | 0 | 0 | 0 | -36 |

Les coefficients de la fonction économique ne sont pas tous nuls ou négatifs il convient d’effectuer un nouveau passage.

**3éme Itération**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x1 | x2 | e1 | e2 | e3 | e4 | b |
| x2 | 0 | 1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 8 |
| x1 | 1 | 0 | -1 | 2 | 0 | 0 | 2 |
| e3 | 0 | 0 | 2 | -5 | 1 | 0 | 6 |
| e4 | 0 | 0 | 3 | -7 | 0 | 1 | 10 |
| max | 1 | 0 | -2 | -2 | 0 | 0 | -38 |

Les coefficients de la fonction économique sont tous nuls ou négatifs, fin de l’algorithme du simplexe(le critère d’arrêt est satisfait).

La solution optimale est : x1=2, x2=8, f(x)=38.

**Exercice 03**

Forme canonique

Max f(x)= 3x1 + 3x2

x1 + 4x2 ≤ 12

2x1 +x2 ≤ 10

Où xi ≥ 0 pour i =1 ; 2

Forme standard avec les variables d′écarts e1, e2.

Max f(x)= 5x1 + 8x2 +0e1 +0e2

x1 + x2 + e1 +0e2 =12

2x1 +x2 + 0e1 + e2 = 10

x1 ≥ 0, x2 ≥ 0, ei ≥ 0 pour i =1 :2.

**1ère Itération** : Construire le premier tableau correspondant à la forme standard.

Min Ration b/x2(≥ 0)

12/1=13 10/2=10

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x1 | x2 | e1 | e2 | b |
| e1 | 1 | 4 | 1 | 0 | 12 |
| e2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 10 |
| max | 3 | 3 | 0 | 0 | 0 |

Choisir les variables à introduire dans la base : Pour cela choisir le coefficient le plus fort (≥ 0) de la fonction économique.

**2éme Itération**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x1 | x2 | e1 | e2 | b |
| e1 | 0 | 7/2 | 1 | -1/2 | 7 |
| x1 | 1 | 1/2 | 0 | 1/2 | 5 |
| max | 0 | 3/2 | 0 | -3/2 | -15 |

Les coefficients de la fonction économique ne sont pas tous nuls ou négatifs il convient d’effectuer un nouveau passage.

2 10

**3éme Itération**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x1 | x2 | e1 | e2 | b |
| x2 | 0 | 1 | 2/7 | -1/7 | 2 |
| x1 | 1 | 0 | -1/7 | 4/7 | 4 |
| max | 0 | 0 | -3/7 | -9/7 | -18 |

Les coefficients de la fonction économique sont tous nuls ou négatifs, fin de l’algorithme du simplexe(le critère d’arrêt est satisfait).

La solution optimale est : x1=4, x2=2, f(x)=18.

Exercice 04

Forme canonique

Max f(x)= 4x1 + 4x2

x1 + x2 ≤ 13

5x1 +2x2 ≤ 50

4x1 +5x2 ≤ 60

Où xi ≥ 0 pour i =1 ; 2

Forme standard avec les variables d′écarts e1, e2, e3.

Max f(x)= 4x1 + 4x2 +0e1 +0e2 +0e3

x1 + x2 + e1 +0e2 +0e3 =13

5x1 +2x2 + 0e1 + e2 +0e3= 50

4x1 +5x2 +0e1 +0e2 + e3= 60

x1 ≥ 0, x2 ≥ 0, ei ≥ 0 pour i =1 :3.

**1ère Itération** : Construire le premier tableau correspondant à la forme standard.

Min Ration b/x2(≥ 0)

13/1=13 50/5=10 60/4=12

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x1 | x2 | e1 | e2 | e3 | b |
| e1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 13 |
| e2 | 5 | 2 | 0 | 1 | 0 | 50 |
| e3 | 4 | 5 | 0 | 0 | 1 | 60 |
| max | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Choisir les variables à introduire dans la base : Pour cela choisir le coefficient le plus fort (≥ 0) de la fonction économique.

**2éme Itération :**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x1 | x2 | e1 | e2 | e3 | b |
| e1 | 1/5 | 0 | 1 | 0 | -1/5 | 1 |
| e2 | 17/5 | 0 | 0 | 1 | -2/5 | 26 |
| x2 | 4/5 | 1 | 0 | 0 | 1/5 | 12 |
| max | 4/5 | 0 | 0 | 0 | -4/5 | -48 |

**3éme Itération :**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x1 | x2 | e1 | e2 | e3 | b |
| x1 | 1 | 0 | 5 | 0 | -1 | 5 |
| e2 | 0 | 0 | 3 | 1 | -1 | 29 |
| x2 | 0 | 1 | -4 | 0 | 1 | 8 |
| max | 0 | 0 | -4 | 0 | 0 | -52 |

Les coefficients de la fonction économique sont tous nuls ou négatifs, fin de l’algorithme du simplexe(le critère d’arrêt est satisfait).

La solution optimale est : x1=5, x2=8, f(x)=52.