15

المحور الثالث : مقاييس النزعة المركزية.

تمثل المرحلة الثالثة من مراحل المنهج الإحصائي في المعالجة الرياضية للمعطيات للحصول على نتائج رقمية ذات دلالات إحصائية، ويمكن أن تظهر كثير من هذه النتائج الرقمية في شكل مقاييس تسمى **المقاييس الإحصائية الوصفية**.

تساعد هذه المقاييس على وصف المعطيات وصفًا دقيقًا ومختصرًا، ويمكن تلخيص أهمها في المجموعات الرئيسية التالية:

* مقاييس النزعة المركزية.
* مقاييس التشتت (التبعثر).
* مقاييس التشكل.
* مقاييس التركز.
* الأرقام القياسية.

الأستاذ / هاشمي عبابسة

تسمى مقاييس النزعة المركزية كذلك "المتوسطات"، والمتوسط هو القيمة التي تنزع وتميل إلى الوقوع في مركز مجموعة من المعطيات المرتبة، حيث تستخدم كممثل لهذه المعطيات، ولهذا سميت بمقاييس النزعة المركزية. وفيما يلي نتناول أشهر هذه المقاييس:

I- الوسط الحسابي (La moyenne arithmétique). ($\overline{X}$)

1- تعريفه: عمومًا الوسط الحسابي هو أشهر مقاييس النزعة المركزية وأكثرها استخدامًا، فإذا كان لدينا مجموعة من المعطيات، فإن وسطها الحسابي يساوي مجموع هذه القيم مقسومًا على عددها. يرمز له عادة بالرمز $\overline{X}$.(1)

2- حسابه: يمكن حساب $\overline{X}$ كما يلي:

أ- بالنسبة لسلسلة عددية بدون تكرارات: اذا كان لدينا مجموعة من المعطيات X_1، X_2، ...، X_N، فإن متوسطها الحسابي يحسب كما يلي:

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N} \quad (1)$$

ب- بالنسبة لسلسلة عددية ذات تكرارات:

اذا كانت لدينا الاعداد X_1، X_2، ...، X_K وتكراراتها n_1، n_2، ...، n_K على الترتيب فإن:

$$\overline{X} = \frac{n_1 \cdot X_1 + n_2 \cdot X_2 + \cdots + n_K \cdot X_K}{n_1 + n_2 + \cdots + n_K} = \frac{\sum_{i=1}^{K} n_i \cdot X_i}{\sum_{i=1}^{K} n_i} = \frac{\sum nX}{N} \quad (2)$$

1- هذا الرمز يمثل "إحصاءة العينة"، أما بالنسبة للمجتمع، فيرمز للوسط الحسابي بالرمز "μ".

جـ - بالنسبة لمعطيات مبوبة : (توزيع تكراري). اذا كانت لدينا معطيات مبوبة في توزيع تكراري مكون من "K" فئة ، فإن :

$$\bar{X} = \frac{n_1 X_1 + n_2 X_2 + \cdots n_k X_k}{n_1 + n_2 + \cdots + n_k}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i X_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{\sum nX}{n} \quad — ③$$

حيث :

X_i : مراكز الفئات .

n_i : تكرارات الفئات .

n : مجموع التكرارات $(\sum n)$.

د - الوسط الحسابي المرجح بالأوزان (المعاملات) :- لا تختلف هذه الطريقة عن سابقتها فإذا كان لدينا مجموعة من القيم X_1 ، X_2 ، ... X_k ، أوزانها أو معاملات ترجيحها هي على التوالي w_1 ، w_2 ، ... ، w_k ، فإن $\bar{X}$ المرجح تحسب كمايلي :

$$\bar{X} = \frac{w_1 \cdot X_1 + w_2 \cdot X_2 + \cdots + w_k X_k}{w_1 + w_2 + \cdots + w_k} = \frac{\sum wX}{\sum w} \quad — ④$$

3 - خصائصه :- اذا كانت لدينا مجموعة من القيم X_1 ، X_2 ، ... ، X_k وكانت تكراراتها على الترتيب هي n_1 ، n_2 ، ... ، n_k ، وكان $\bar{X}$ وسطها الحسابي ، فإن هذا الأخير تحقق الخصائص التالية :-

أ - المجموع الجبري لانحرافات القيم X_i حول وسطها الحسابي $\bar{X}$ يساوي صفر ، أي :

$$\sum_{i=1}^{k} n_i (X_i - \bar{X}) = 0 \quad — ⑤$$

ب - المجموع الانحرافات المربعة للقيم X_i حول أي عدد A $\sum n(X - A)^2$ يصل الى أدنى قيمة ممكنة له فقط إذا كان " $A = \bar{X}$ " .

جـ - اذا كان لدينا مجموعة من القيم Z_i ، حيث $Z_1 = X_1 - A$ ، $Z_2 = X_2 - A$ ، ... ، $Z_k = X_k - A$ و A عدد كيفي من مجموعة الاعداد الحقيقية ، فإن :-

$$\bar{X} = \bar{Z} + A \quad — ⑥$$

حيث $\bar{Z}$ هو الوسط الحسابي للقيم Z_i ذات التكرارات n_i .

وكذلك الحال إذا كان $Z_i = X_i + A$ فإن $\bar{X} = \bar{Z} - A$

د - إذا كان لدينا مجموعة من القيم Y_i ، حيث $Y_i = C \cdot X_i$ و C عدد حقيقي كيفي .

فإن :

$$\bar{X} = \frac{\bar{Y}}{C} \quad — ⑦$$

أما إذا كان $Y_i = \frac{X_i}{C}$ ، فإن $\bar{X} = C \cdot \bar{Y}$

حيث $\bar{Y}$ هو الوسط الحسابي للقيم Y_i ذات التكرارات n_i .

تساعد الخاصيتان "جـ" و "د" على تبسيط حساب $\bar{X}$ كما سنرى .

الأستاذ /
هاشمي عبانسة

هـ - اذا كانت لدينا مجموعة من القيم ذات N_1 عنصرا، ووسطها الحسابي هو $\bar{X}_1$، وكانت لدينا مجموعة أخرى ذات N_2 من القيم ووسطها الحسابي هو $\bar{X}_2$، فإن الوسط الحسابي المشترك $\bar{X}$ للمجموعة N حيث $N=N_1+N_2$ يساوي :.

$$\bar{X} = \frac{N_1 \cdot \bar{X}_1 + N_2 \bar{X}_2}{N_1 + N_2} \quad \text{—— ⑧}$$

يمكن تعميم هذا على عدد K من المجموعات، فيكون :-

$$\bar{X} = \frac{N_1 \cdot \bar{X}_1 + N_2 \bar{X}_2 + \dots + N_k \bar{X}_k}{N_1 + N_2 + \dots + N_k}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} N_i \bar{X}_i}{\sum_{i=1}^{k} N_i} \quad \text{—— ⑨}$$

4 - طرق أخرى لحساب $\bar{X}$:.

إنطلاقا من الخاصيتين "ج" و "د" من خصائص $\bar{X}$، يمكن حساب هذا الأخير بطرق أخرى أكثر بساطة، خاصة إذا كانت المعطيات كثيرة وقيمها كبيرة. حيث نستعين بوسط حسابي إفتراضي، وذلك على النحو التالي :.

أ- **طريقة الإنحرافات** : يمكن حساب $\bar{X}$ وفق هذه الطريقة بإتباع الخطوات التالية :.

* نفرض قيمة A . (يستحسن أن تكون قيمة وسطى من قيم السلسلة أو من قيم مراكز الفئات) .
* نحسب قيم المتغير الجديد Z_i حيث $Z_i = X_i - A$.
* نحسب قيمة الوسط الحسابي الفرضي (المساعد) $\bar{Z}$. للقيم Z_i .
* نحسب قيمة الوسط الحسابي المطلوب $\bar{X}$ للقيم X_i حيث : $\bar{X} = \bar{Z} + A$. (انظر القانون ⑥)

ب- **طريقة الترميز**[1] : لحساب $\bar{X}$ بهذه الطريقة نتبع الخطوات التالية :.

* نفرض قيمة A .
* نستخرج القيمة L، حيث L عبارة عن :-
  - طول الفئات اذا كانت متساوية .
  - القاسم المشترك الأكبر لأطوال الفئات إذا لم تكن متساوية .
  - الفرق بين كل عددين متتاليين من سلسلة عددية إذا كان هذا الفرق ثابتا .
  - القاسم المشترك الأكبر لهذه الفروقات بين الأعداد إذا لم تكن متساوية .
* نحسب قيم المتغير الجديد U_i حيث : $U_i = \frac{X_i - A}{L}$.
* نحسب قيمة الوسط الحسابي المساعد $\bar{U}$ للقيم U_i .
* نحسب قيمة الوسط الحسابي المطلوب $\bar{X}$ للقيم X_i حيث :. $\bar{X} = L\bar{U} + A$ —— ⑩

(1) يمكن أن نجد أسماء أخرى مختلفة لهذه الطريقة .

18

5- مزايا الوسط الحسابي :.

أ- لسهولة حسابه .

ب- يُبنى على جميع قيم المشاهدات ، حيث يأخذها كلها بالحسبان .

ج- يعطي وصفا دقيقا لقيم الظاهرة إذا لم يكن هناك قيم متطرفة . عادة

6- عيوب الوسط الحسابي :.

أ- يتأثر كثيرا بالقيم المتطرفة . (الشاذة).

ب- يصعب حسابه في التوزيعات التكرارية المفتوحة.

ج- يعطي أحيانا نتائج مبالغا فيها .

ملاحظة :. $\bar{X}$ هو رمز الوسط الحسابي للعينة (الإحصاءة) أما الوسط الحسابي للمجتمع (المعلمة) فرمزه "μ"

II- الوسيط: (Me) (La mediane)

1- تعريفه :. الوسيط هو القيمة التي تقسم مجموعة المعطيات إلى قسمين متساويين ، أي أنه القيمة الواقعة في منتصف المعطيات ، يرمز له بـ "Me" .

2- حسابه :. يمكن حسابه كما يلي :-

أ- بالنسبة لسلسلة عددية :. نحسب Me باتباع خطوتين :-

* ترتيب البيانات تصاعديا أو تنازليا .
* حساب Me بتطبيق الصيغة العامة التالية :. $Me = X_{(\frac{n}{2}+\frac{1}{2})}$ —— (11)

ب- بالنسبة لمعطيات مبوبة :. نحسب Me باتباع خطوتين :-

* تحديد الفئة الوسيطية ، أي الفئة التي يقع فيها الوسيط ، وهي الفئة التي تقابل نصف إجمالي التكرارات المتجمعة الصاعدة .
* حساب Me بتطبيق القانون التالي :. $Me = B_{min} + \frac{n/2 - F(B_{min})}{n_M} L$ —— (12)

حيث: B_{min} :. الحد الأدنى الفعلي للفئة الوسيطية .

$n/2$:. مجموع التكرارات المطلقة على 2.

$F(B_{min})$:. التكرار التجميعي الصاعد للفئة ما قبل الفئة الوسيطية .

n_M :. التكرار المطلق للفئة الوسيطية .

L :. طول الفئة الوسيطية .

ملاحظة :. يمكن استبدال التكرارات المطلقة والتجميعية المطلقة في القانون (12) بالتكرارات النسبية والتجميعية النسبية .