المحور الثاني: الاستهلاك في حالة وجود عدة فترات

نتطرق في هذا المحور إلى دراسة اختيارات المستهلك إذا أدخلنا عنصر الزمن كمتغير بحيث يفاضل الفرد بين الاستهلاك في الوقت الحالي أو التوفير والاستهلاك في المستقبل.
تحديد توازن المستهلك يتجسد في تعظيم المنفعة - في ظل قيود الميزانية. ولتبسيط الدراسة قدر الإمكان، فإننا سنعتمد على فترتين فقط.($t_1; t_2$)

I. خط الميزانية في وجود فترات زمنية: (قيد الميزانية)

نعني باختيارات أو تفضيلات المستهلك عبر فترات زمنية بان المستهلك يختار توليفة معينة، بحيث يعظم إشباعه عبر الزمن
إذا كان للمستهلك فترتين ويعلم علما أكيدا أن لديه دخل في الفترة الأولى (R_1) وفي الفترة الثانية (R_2) وكان إنفاقه في الفترة الأولى (C_1) والفترة الثانية (C_2) ، يمكن أن تنشأ ثلاث حالات عن استهلاك ودخل المستهلك خلال الفترتين:

الحالة الأولى: إذا استهلك المستهلك كل دخله في كل فترة فان:

$$C_1 = R_1 \ \text{et} \ C_2 = R_2 \rightarrow C_1 + C_2 = R_1 + R_2$$

تعتبر هذه الحالة مجرد الجمع بين تحليلين ثابتين دون تدخل زمني، ولذلك فهو ليس موضع اهتمام تحليلنا الزمني.

الحالة الثانية: في حالة التوفير(E_1)

يقرر المستهلك عدم إنفاق كل دخله في الفترة الأولى، وبالتالي فإن المدخرات E_1 التي يولدها المستهلك تنتج دخلاً يساوي iE_1،
حيث قيمة التوفير تعطى بالعلاقة التالية:

$$E_1 = R_1 - C_1$$

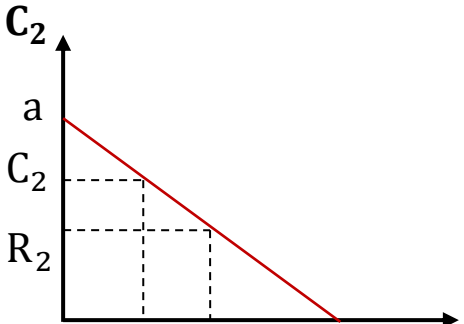
إذا قام المستهلك بتوفير جزء من دخله الأول ووظفه بمعدل فائدة سنوية (i) فان قيمة استهلاكه في الفترة الاولى اقل من دخله في الفترة الأولى اي:

$$C_1 + C_2 = R_1 + R_2 + iR_1 - iC_1$$

$$C_1(1+i) + C_2 = R_1(1+i) + R_2$$

يتبنى المستهلك سلوكا مقتصدا؛ إذ يقوم بنقل الموارد الحالية إلى المستقبل.

الشكل رقم (03): خط الميزانية في حالة التوفير



ولحساب قيمتي a، b نعطي قيمة 0 ل C_2 لنحصل على قيمة b، والعكس نعطي قيمة 0 ل C_1 لنحصل على قيمة a، ومنه:

$$a = R_1(1+i) + R_2$$

$$b = R_1 + \frac{R_2}{(1+i)}$$

الحالة الثالثة: الحاجة إلى التمويل (الاقتراض) (F_1)

إذا قرر المستهلك أن يستهلك في الفترة الأولى أكثر من مقدار دخله في الفترة الأولى فانه في هذه الحالة بحاجة إلى تمويل وبالتالي سيقترض بمعدل فائدة (i)،

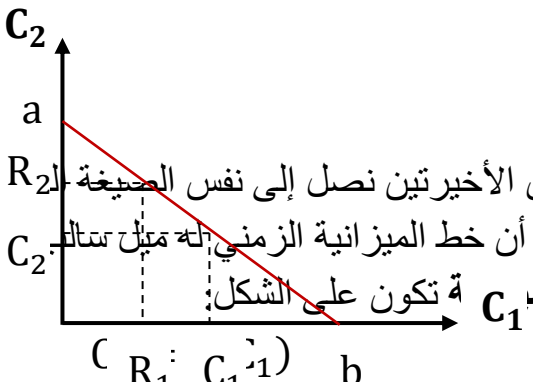
$$C_1 + C_2 + iC_1 - iR_1 = R_1 + R_2$$

$$C_1(1+i) + C_2 = R_1(1+i) + R_2$$

المعادلة الأخيرة هي قيد الميزانية (على شكل القيمة المستقبلية)، ويمكن استخراج قيد الميزانية (على شكل القيمة الحالية) كمايلي:

$$C_1 + \frac{C_2}{(1+i)} = R_1 + \frac{R_2}{(1+i)}$$

الشكل رقم (04): خط الميزانية في حالة الاقتراض



ملاحظة: في كلتا الحالتين الأخيرتين نصل إلى نفس الصيغة الـ للتعبير عن قيود ميزانية المستهلك.

من خلال ما سبق نلاحظ أن خط الميزانية الزمني له ميل سالـ .(1 +

نستنتج أن **معادلة خط الم** ة تكون على الشكل:

أي: $C_2 = R_2 + (1+i)R_1 - (1+i)C_1$

II.توازن المستهلك في وجود عدة فترات زمنية:

1. **مفهوم منحنى السواء عبر الزمن**: يتم تمثيل منحنى السواء بواسطة دالة المنفعة التي تقيس درجة الرضا ومستوى إشباع المستهلك، وبعد معرفة دالة المنفعة للمستهلك وقيد ميزانيته لعدة فترات (اقتصرنا على وجود فترتين) يمكن تحديد توازن المستهلك عبر الزمن .

$$UT = UT(C_1, C_2)$$

حيث يمثل C1 و C2 استهلاك الفترة 1 والفترة 2 على التوالي، مع ملاحظة أن C2 هي في نفس الوقت مدخرات الفترة1

يقود المستهلك من أجل قبول تضحية الاستهلاك الفوري، بالتعويض عن طريق ربح في الاستهلاك المستقبلي مقابل هذه التضحية، ويريد دفع علاوة مساوية للسعر الذي يحمله الزمن له.. وهذا السعر ليس سوى سعر الخصم. يرمز له بالرمز **t**.

بالمطابقة للمعدل الحدي للاحلال $\mathbf{MRS_{X,Y}}$ ، يمكننا حساب المعدل الحدي للتفضيل الزمني $\mathbf{MRTP_{C_1,C_2}}$

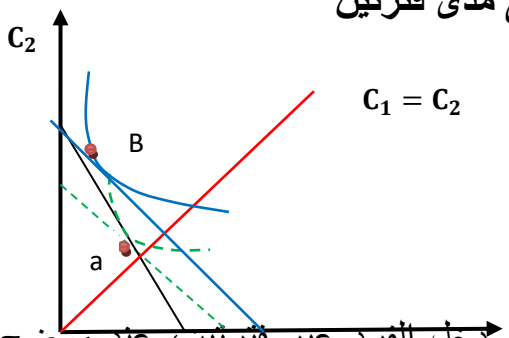
$$MRTP_{C_1,C_2} = \frac{\delta C_2}{\delta C_1} = \left(\frac{\frac{\delta U}{\delta C_1}}{\frac{\delta U}{\delta C_2}}\right) = -(1+t)$$

يقيس معدل الحدي للتفضيل الزمني الاستهلاك الإضافي المؤجل (أو المستقبلي) الذي يعوض عن انخفاض الوحدة في الاستهلاك الفوري (أو الحالي)، مع فائدة ثابتة بين الفترات الزمنية.

يحدث التوازن (عند تعظيم المنفعة) في نقطة التماس لخط الميزانية مع أحد منحنيات السواء عبر الفترات الزمنية، وبالتالي تساوي الميلين في القيمة المطلقة: |ميل خط الميزانية| = |ميل منحنى السواء(MRTP)

$$1 + t = 1 + i$$
$$t = i$$

الشكل 2: الاختيار الزمني على مدى فترتين



من خلال الشكل أعلاه يتبين دخل الفرد عبر فترتين، عند موضح النقطة A يكون معدل تفضيله الزمني أقل من سعر الفائدة على رأس المال. ومن ثم يمكنه التخلي عن وحدات الاستهلاك في الفترة

الأولى للحصول على وحدات إضافية في الفترة الثانية حتى يتساوى معدل تفضيله مع سعر الفائدة، أي حتى النقطة B. عند هذه النقطة، يكون رضاه أكبر من ذلك

تعظيم دالة المنفعة تحت قيد ميزانية المستهلك .

$$\begin{cases} \text{Max:} \quad U = f(C_1, C_2) \\ \frac{s}{c}: \quad C_1(1+i) + C_2 = R_1(1+i) + R_2 \end{cases}$$

ولحل هذه المشكلة (ايجاد التوليفة المثلى التي تعظم المنفعة) يمكن الاعتماد على طريقتين:

الطريقة الأولى: الطريقة الجبرية

يتم استخدام طريقة لاغرانج

يتم أولا تشكيل دالة لاغرانج على الشكل الآتي:

$$L = f(C_1, C_2) + \lambda[R_1(1+i) + R_2 - C_1(1+i) - C_2]$$

و يتطلب حل دالة لاغرانج تحقق شرطين هما : الشرط الازم و الشرط الكافي

1. الشرط اللازم : المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج تساوي الصفر بمعنى:

$$\begin{cases} \frac{\delta L}{\delta C_1} = 0 \quad ; \quad \dots\dots\dots 1 \\ \frac{\delta L}{\delta C_2} = 0 \quad ; \quad \dots\dots 2 \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \quad , \quad \dots\dots 3 \end{cases}$$

نستخرج قيمة C_1, C_1 من المعادلات الثلاث السابقة

الطريقة الثانية: الطريقة البيانية: وهي نقطة التماس بين خط الميزانية ومنحنى السواء المستخرج من دالة المنفعة.

الطريقة الثالثة الجبرية: بواسطة مساواة ميل خط الميزانية وميل منحنى السواء الذي يساوي المعدل الحدي للتفضيل الزمنيMRTP

اثر تغير سعر الفائدة على توازن المستهلك.

تنعكس التغيرات في معل الفائدة بيانيا من خلال خط الميزانية ودورانه حول النقطة المقابلة لمبالغ الدخل لكل من الفترتين. ومن خلال تحديد نقطة توازن جديدة عن طريق انتقال خط الميزانية في موضعه الجديد، ذات الميل $1 + i_2$ إذا كان i_2 هو سعر الفائدة الجديد، ومنحنى جديد للسواء ضمن خريطة سواء المستهلك. يمكن تفسير الانتقال من نقطة التوازن الأولى إلى نقطة التوازن الثانية كما في حالة توازن المستهلك في فترة ثابتة (تم دراسته في المحور السابق) عندما يتغير سعر إحدى السلع وما ينتج عنه من اثر السعر او ما يسمى بالاثر الكلي والذي يتجزء الى أثر الإحلال واثر الدخل.

في حالة التوفير (المستهلك موفر): ففي حالة ارتفاع أسعار الفائدة من i_1 الى i_2 أي $i_2 > i_1$. سينتقل خط الميزانية إلى الأسفل وستظهر نقطة التوازن الثانية ناتجة عن زيادة في الاستهلاك المؤجل

والمستقبلي (C2) على حساب الاستهلاك الفوري (C1). كما أن ارتفاع أسعار الفائدة جعل المستهلك يقوم بتوفير المزيد في الفترة الأولى وإحلال الاستهلاك المؤجل مقابل الاستهلاك الفوري، أما اثر الدخل فحقيقة أن الزيادة في سعر الفائدة تسمح بزيادة الدخل في الفترة الثانية بفضل أن استثمارات الادخار تدر المزيد.

كما ان التباين في ثروة المستهلك W تأثير على توازن المستهلك، عندما تختلف الثروة بصورة إيجابية أو سلبية، فإن خط الميزانية ينتقل بالتوازي مع نفسه، إلى الأعلى وإلى اليمين إذا زادت الثروة وإلى الأسفل وإلى اليسار إذا انخفضت الثروة.

(يجب على الفرد أن يفصل بين خيارات الاستثمار وخيارات الاستهلاك. ولا يحقق الفرد أقصى قدر من رفاهيته إلا من خلال التخصيص الأمثل للاستهلاك على مدى الفترتين بعد اختيار جميع المشاريع الاستثمارية التي تزيد من ثروته عبر الزمن)

مثال: لدينا مستهلك دالة منفعته عبر الزمن كمايلي:

$$U = ln(\mathrm{C_1}) + \frac{1}{2}\ln(\mathrm{C_2})$$

يمكن للمستهلك ان يدخر جزء من دخله في الفترة الأولى لينفقه في الفترة الثانية بمعدل فائدة i ولنفترض قيم دخله كمايلي:

$$\mathrm{R_1} = 1000, \quad \mathrm{R_2} = 1650\,, \quad \mathrm{i} = 0.1$$

المطلوب:

1. ايجاد معادلة خط الميزانية للمستهلك؟
2. أوجد قيمة الانفاق في الفترتين الاولى والثانية $(\mathrm{C_1}, \mathrm{C_2})$ ؟

مثال: لدينا مستهلك دالة منفعته عبر الزمن كمايلي:

$$U = \mathrm{C_1 C_2}$$

حيث $\mathrm{R_1} = 100$، و $\mathrm{C_2} = 121$ ، معدل فائدة $i = 10\%$.

1. اوجد قيمة الانفاق في الفترتين الاولى والثانية لهذا المستهلك $(\mathrm{C_1}, \mathrm{C_2})$لتعظيم منفعته؟
2. ماهو الخيار الذي سلكه هذا المستهلك في الفترتين؟