جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية
وعلوم التسيير

مجال العلوم الاقتصادية والتسيير
والعلوم التجارية *LMD-SEGC*
السنة الأولى ليسانس

محاضرات في مقياس

الإحصــــــاء الوصفي

المحور الثاني: عرض المعطيات.

الجزء الثاني: العرض البياني للمعطيات.

إعداد الدكتور:

الهاشمي عبابسة.

h.ababsa@univ-biskra.dz

المحور الثاني: العرض البياني للمعطيات.

يعتبر العرض الجدولي للمعطيات غير كافٍ لوصف ظاهرة معينة وإعطائنا معلومات سهلة التحليل واضحة المعالم، ولهذا يلجأ الإحصائيون إلى طريقة أخرى من طرق العرض ألا وهي العرض البياني للمعطيات، أي بدل تبويب البيانات في جداول يتم صوغها في شكل بياني.

هناك عدد لا يكاد يحصر من الأشكال والرسوم البيانية، يمكن تصنيفها إلى مجموعتين:

- **دياجرامات *(Diagrammes)***: مثل الأعمدة البسيطة، الأعمدة المستطيلة الدوائر... إلخ.
- **الرسوم البيانية**: مثل المدرجات والمضلعات والمنحنيات التكرارية.

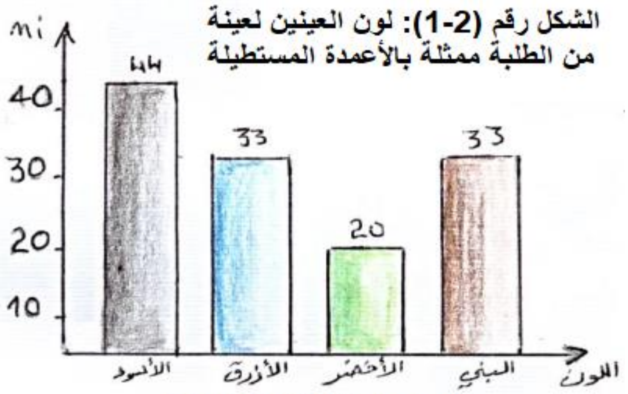
وبشكل عام يختلف استخدامه هذا النوع أو ذاك حسب طبيعة المتغير الإحصائي (نوعي، كمي متقطع، كمي مستمر)، وبيان ذلك فيما يلي:

أ- **بالنسبة للمتغير النوعي:**

✓ في هذه الحالة يمكن استخدام الأعمدة المستطيلة مثلا (سواء البسيطة أو المزدوجة)،كما يمكن اللجوء إلى العرض الدائري أو الدائرة النسبية.

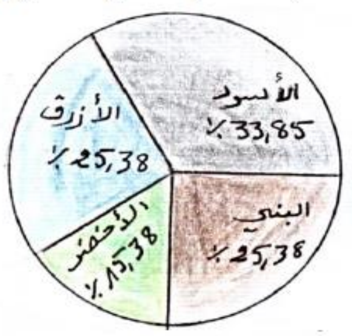
مثال: نأخذ عينة من 130 طالبا وندرس لون العينين. (أنظر الجدول رقم 2-10 السابق)

الشكل رقم (2-1): لون العينين لعينة من الطلبة ممثلة بالأعمدة المستطيلة



المصدر: الجدول رقم (2-10) السابق

الشكل رقم (2-2): لون العينين لعينة من الطلبة ممثلة بالدائرة النسبية.



المصدر: الجدول رقم (2-10) السابق

يمكن إنجاز الدائرة النسبية المبينة في الشكل (2-2) أعلاه باستخدام القاعدة الثلاثية على النحو الآتي:

نحدد أولا مقدار الزاوية التي يشغلها كل لون: مثلا بالنسبة للون الأسود.

$$130 \longrightarrow 360^o \qquad 44 \longrightarrow x^o$$

$$x^o = \frac{44}{130} \times 360 = 0.3385 \times 360 = \mathbf{121.9^o}$$

ثم نحدد هذه الزاوية على الدائرة ونخصصها للون الأسود، لكن لا نكتب مقدار الدرجة بل نكتب تكرار اللون الأسود (44) أو تكراره النسبي المئوي (33.85%).

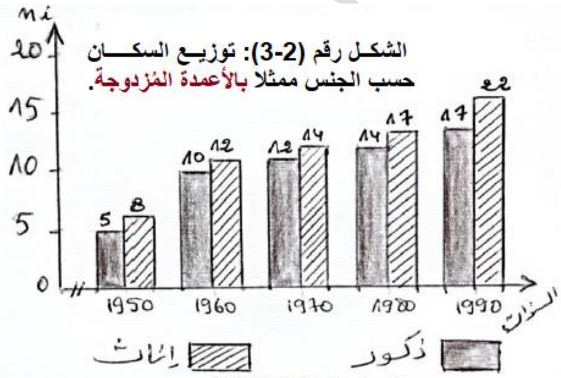
✓ بإمكاننا أيضا استخدام "**الأعمدة المزدوجة**" أو "**الأعمدة المُجزَّأة**" لتمثيل هذا المتغير.

مثال: لدينا توزيع السكان بين ذكور وإناث في إحدى الدول لخمسة عقود. (أنظر الجدول رقم 2-13 أسفله).

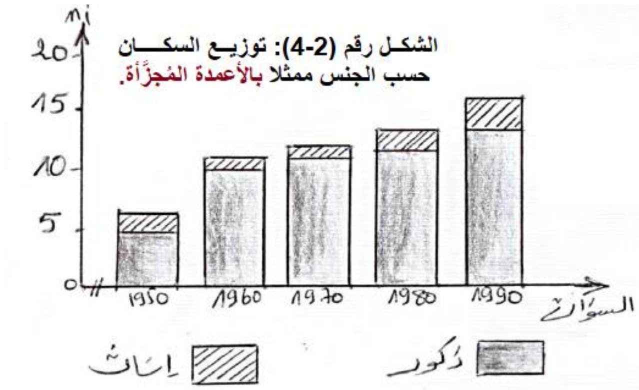
الجدول رقم (2-13): **توزيع السكان حسب الجنس لخمسة عقود. (الوحدة: مليون نسمة)**

	1950	1960	1970	1980	1990
ذكـور	5	10	12	14	17
إنــاث	8	12	14	17	22

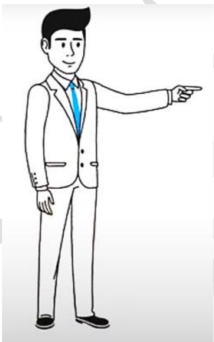
المصدر: افتراضي.



المصدر: الجدول رقم (2-13)



المصدر: الجدول رقم (2-13)



تنبيه.

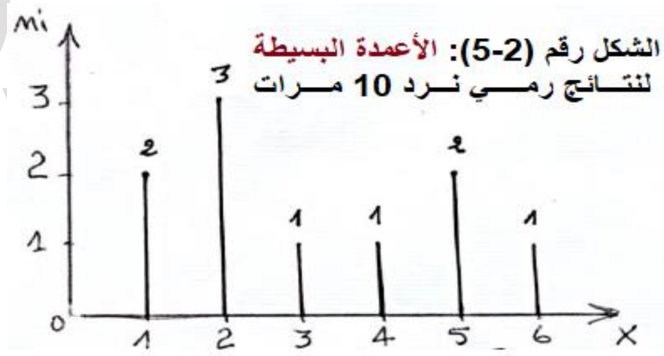
عند رسم الأعمدة المُجزأة نحرص دائما على وضع المستطيل الأقصر في المقدمة، والمستطيل الأطول خلفه مباشرة، حيث لا يظهر من المستطيل الأطول إلى الجزء الذي يزيد به عن المستطيل الأقصر، ولهذا سُميت "مستطيلاتٍ مُجزأةً".

الأستاذ / هاشمي عبابسة

ب- بالنسبة لمتغير كمي متقطع:

في هذه الحالة يمكننا استخدام "الأعمدة البسيطة" أو "القضبان"، التي تُبرِزُ بوضوح الطبيعةَ المتقطعة لهذا المتغير.

مثال: لنطبق هذا على المثال الوارد في الجدول رقم (2-1) السابق، الذي يلخص نتائج رمي زهرة نرد 10 مرات.



المصدر: الجدول رقم (1-2)

ج- بالنسبة لمتغير كمي مستمر:

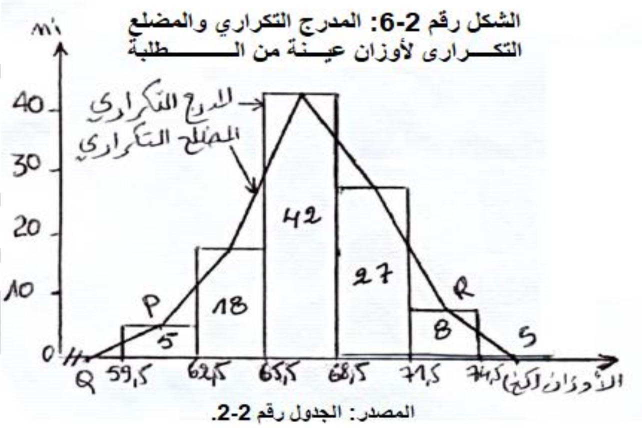
يمكن تمثيله بعدة أشكال أشهرها: المدرج التكراري، المضلع التكراري، المنحنى التكراري.

1. المدرج التكراري: *Histogramme*

هو عباره عن مجموعة من المستطيلات المتلاصقة المرسومة في معلم مدرج بحيث تحقق الشروط الآتية:

- ✓ يخصص المحور الأفقي لفئات المتغير، ويخصص المحور العمودي للتكرارات.
- ✓ قاعدة مستطيل تقع على المحور الأفقي، وحدودها هي "الحدود الفعلية للفئات".
- ✓ مركز قاعدة كل مستطيل عند مركز الفئة وطولها يساوي طول الفئة.
- ✓ **تحقق قاعدة التناسب**: أي أن تكون مساحات المستطيلات متناسبة مع تكرارات الفئات. ومعنى هذا أنه إذا قسمنا مساحة المستطيل الأول على تكرار الفئة الأولى سنجد القيمة ذاتها لو فعلنا هذا مع باقي الفئات. وهذه القاعدة دوما صحيحة طالما أن الفئات متساوية الطول، أما إذا كانت الفئات غير متساوية الطول فإنه لابد من تصحيح التكرارات المرسومة بما يكفل تحقق قاعدة التناسب، وهذا ما سنشرحه بعد قليل.

مثال: ارسم المدرج التكراري لمثال أوزان الطلبة المبين في الجدول رقم (2-2) السابق.



ملاحظة هامة: إذا كانت الفئات متساوية الطول (وبالتالي قاعدة التناسب المذكورة محققة آليا) فإن ارتفاعات المستطيلات في الشكل تؤخذ مساوية للتكرارات الظاهرة في الجدول، أما إذا كانت الفئات غير متساوية الطول (وبالتالي اختلال قاعدة التناسب)، فإنه لا بد من "**تعديل هذه الارتفاعات**" (التكرارات المرسومة) بما يكفل تحقيق قاعدة التناسب.

وتعديل هذه الارتفاعات معناه الحصول على تكرارات جديدة معدّلة n_i' توضع في الشكل بدل التكرارات الأصلية n_i المبينة في الجدول.

يمكن الحصول على n_i' باتباع إحدى طريقتين:

➢ **الطريقة الأولى**: طريقة القاسم المشترك الأكبر، خطواتها كما يلي.

- استخراج القاسم المشترك الأكبر *(PGCD)* لأطوال الفئات المختلفة.
- حساب القيم a_i لكل فئة، حيث a_i يساوي طول كل فئة مقسوما على *(PGCD)* المستخرج في الخطوة السابقة.
- حساب n'_i حيث: $n'_i = \frac{n_i}{a_i}$

➢ **الطريقة الثانية**: تُستخدم كبديل عن الطريقة السابقة، وتظهر أهميتها عندما لا يكون بالإمكان استخرج *(PGCD)* لأطوال الفئات، ويمكن استخدامها حتى مع إمكانية استخراج *(PGCD)*.

خطواتها بسيطة وهي اثنتان فقط:

- **اختيار أحد أطوال الفئات كطول مرجعي**: يُستحسن أن يكون الطولُ المختارُ هو الطول الأكثر انتشارا، ويستحسن أيضا أن يكون الأصغر من بين الأطوال.
- **تطبيق القانون الآتي**: $\boxed{n'_i = n_i \times \frac{ls}{l_i}}$ حيث:

n'_i التكرار المعدل للفئة i ls الطول المختار من بين أطوال الفئات.

n_i التكرار الأصلي للفئة i l_i الطول الأصلي للفئة i

(التمرين 02 من السلسلة رقم 03 يشرح هذه الفكرة بعمق واستفاضة، يمكن الرجوع إليه لمزيد من التوضيح)

2. المضلع التكراري: *Polygone de fréquences*

هو خط بياني يُرسم انطلاقا من توصيل النقاط التي فواصلها مراكزُ الفئات، وتراتيبُها التكرارات، أي النقاط المنَصِّفة للأضلاع العليا لمستطيلات المدرج التكراري والمقابلة لمراكز الفئات، حيث يكون هذا المضلع ذا شكلٍ منكسر (انظر شكل رقم 2-6 أعلاه).

يشترط أن يكون المضلع مغلقا، وذلك بإضافة الوصلتين QP و RS بحيث تنطبق كل من S و Q على مركزي فئتين افتراضيتين فارغتين تقع إحداهما قبل الفئة الأولى وتقع الأخرى بعد الفئة الأخيرة، وهذا حتى يكون إجمالي مساحة المستطيلات يساوي المساحة المحصورة بين المضلع التكراري والمحور الأفقي للمعلم.

3. المنحنى التكراري: *Courbe de fréquences*

الفرق الوحيد بين المضلع التكراري والمنحنى التكراري هو أن الأول يُرسم بالمسطرة، بينما نوصل النقاط في الثاني باليد فقط، وهذا يجعل المنحنى التكراري أملسا مقارنة بالمضلع التكراري.

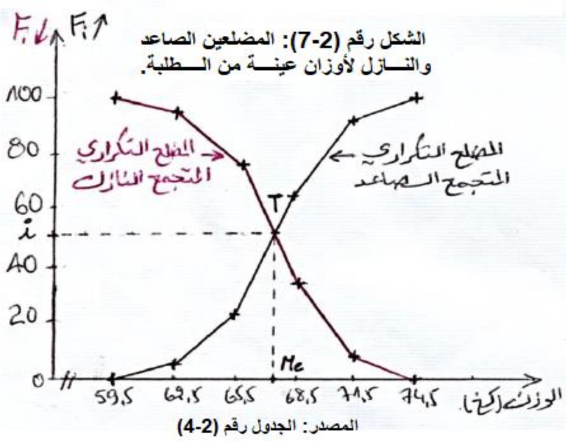
4. المضلع التكراري المتجمع:

يمكن الحصول على المضلع التكراري المتجمع الصاعد بتوصيل النقاط التي فواصلها الحدود العليا الفعلية للفئات، وتراتيبها التكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة، ثم نربط هذه النقاط بالمسطرة.

وبالكيفية نفسها يمكن رسم المضلع التكراري المتجمع النازل بتوصيل النقاط التي فواصلها الحدود الدنيا الفعلية للفئات، وتراتيبها التكرارات المتجمعة النازلة المقابلة، ثم نربط هذه النقاط بالمسطرة.

مثال: لنطبق هذا على الجدول رقم (2-5) الخاص بأوزان الطلبة فنحصل على الشكل رقم (2-7) المقابل..

الشكل رقم (2-7): المضلعين الصاعد والنازل لأوزان عينة من الطلبة.



المصدر: الجدول رقم (2-4)

5. المنحنى التكراري المتجمع:

يمكن الحصول على المنحنين المتجمعين الصاعد والنازل باتباع الخطوات السابقة نفسها، لكن بدل استخدام المسطرة في التوصيل بين النقاط نستخدم اليد، لنحصل على شكل أملس مقارنة بالمضلع.

❖ **التكرار المتجمع الصاعد المقابل لقيمة معينة داخل فئة ما:**

بالعودة إلى الجدول رقم (2-5) يمكننا تحديد التكرار المتجمع الصاعد لأية فئة، أي عدد المشاهدات الأقل من حدّها الأعلى الفعلي. لكن ماذا لو أردنا استخراج عددالمشاهدات الأقل من قيمة معينة تقع داخل إحدى الفئات، بعبارة أخرى تحديد التكرار المتجمع الصاعد عند هذه القيمة التي ليست حدّا أعلى لهذه الفئة. (أنظر الشكل رقم 2-8) أسفله.

الشكل رقم 2-8: التكرار الصاعد لقيمة معينة ضمن فئة معينة.

المصدر: افتراضي

في هذه الحالة سنفترض أن المشاهدات التي تنتمي إلى هذه الفئة **موزعة بانتظام داخلها**، كي نطبق القاعدة الثلاثية الآتية:

$$[Bmax - Bmin] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots [F(Bmax) - F(Bmin)]$$
$$[x - Bmin] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots [\boldsymbol{F(x)} - F(Bmin)]$$

حيث:

Bmin الحد الأدنى الفعلي للفئة المعنية.

Bmax الحد الأعلى الفعلي للفئة المعنية.

x القيمة التي نبحث عن عدد المشاهدات الأقل منها.

F(Bmin) التكرار المتجمع الصاعد للفئة ما قبل الفئة المعنية.

F(Bmax) التكرار المتجمع الصاعد للفئة المعنية.

F(x) التكرار المتجمع الصاعد **وهو المجهول والمطلوب.**

نطبق القاعدة الثلاثية السابقة فنحصل على القانون الآتي:

$$F(x) = F(Bmin) + \left[\left(F(Bmax) - F(Bmin)\right) \times \frac{x - Bmin}{Bmax - Bmin}\right]$$

يعطينا هذا القانون عدد المشاهدات الأقل من القيمة x ، لكن قد يُطلب إلينا عدد المشاهدات الأكبر من القيمة x ، أي التكرار المتجمع النازل عند هذه القيمة.

يمكن القيام بذلك بتطبيق القانون السّالف الذكر، ثم نطرح النتيجة التي نحصل عليها من مجموع التكرارات فنجد المطلوب.

وعلى العكس مما قمنا به أعلاه، قد يُطلب إلينا تحديد x بدل $F(x)$ ، أي أن المطلوب هو القيمة x التي يقع دونها (أقل منها) عددٌ معلوم من القيم$F(x)$ ، بمعنى أن هذا الأخير أصبح معلوما بعد أن كان مجهولا.

وللقيام بذلك نعود الى تطبيق القاعدة الثلاثية السابقة نفسها اعتمادا على الشكل السابق نفسه، الفرق الوحيد أن المجهول هنا هو القيمة x وليس التكرار المتجمع الصاعد *F(x)*.

$$[F(Bmax) - F(Bmin)] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots [Bmax - Bmin]$$
$$[F(x) - F(Bmin)] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots [\overset{?}{x} - Bmin]$$

$$x = Bmin + \left[Bmax - Bmin \times \frac{\mathrm{F(x)} - \mathrm{F}(Bmin)}{\mathrm{F(Bmax)} - \mathrm{F(Bmin)}}\right]$$

مثال: *بالرجوع إلى الجدول رقم (2-5) السابق، ما هو عدد الطلبة الذين تقل أوزانهم عن 67 كغ؟*

نلاحظ أن الوزن 67 كغ يقع في الفئة الثالثة بين 65.5 كغ (Bmin) و 68.5 كغ(Bmax) ، بذلك يمكننا تطبيق القانون السابق كما يلي:

$$F(x) = F(Bmin) + \left[\left(F(Bmax) - F(Bmin)\right) \times \frac{x - Bmin}{Bmax - Bmin}\right]$$
$$= 23 + \left[(65 - 23) \times \frac{67 - 65.5}{68.5 - 65.5}\right] = 44$$

أي أن هناك 44 طالبا أوزانهم أقل 67 كغ.

انتهى الجزء الثاني من المحور الثاني: العرض البياني للمعطيات.

أستاذ المقياس الدكتور الهاشمي عبابسة.

h.ababsa@univ-biskra.dz