Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique

Année : 3ème Année Licence
« Asservissement Linéaire »
Semestre 1

TP N°2: Transformée de Laplace et la Détermination de la fonction de transfert

L'objectif du TP :

- Déterminer la transformée de Laplace et son inverse.
- Créer une fonction de transfert.
- Manipuler des schémas blocs.

I. LA TRANSFORMEE DE LAPLACE:

I.1. Fonction de transfert

La fonction de transfert est un modèle de comportement entrée/sortie qui s'obtient à partir de l'équation différentielle linéaire à coefficients constants. Plutôt que de chercher à obtenir s(t) en fonction de e(t), l'on cherche à obtenir S(p) = L(s(t)) en fonction de E(p) = L(e(t)). Comme il s'agit de déterminer un modèle qui soit indépendant des conditions initiales, ces dernières sont considérées nulles et l'on applique tout simplement la transformée de Laplace à l'équation différentielle suivante:

$$a_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}s(t)}{dt^{n-1}} + \cdots a_1 \dot{s}(t) + a_0 s(t) = b_m \frac{d^m e(t)}{dt^m} + b_{m-1}\frac{d^{m-1}e(t)}{dt^{m-1}} + \cdots b_1 \dot{e}(t) + b_0 e(t)$$

Ce qui conduit à l'expression suivante :

$$\frac{S(p)}{E(p)} = G(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1} + \cdots b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \cdots a_1 p + a_0}$$

G(p) est une fraction rationnelle dépendant de la variable de Laplace, de numérateur N(p) et de dénominateur D(p). Elle est **appelée fonction de transfert** et se révèle très utile pour l'étude des systèmes linéaires mono variables.

G(p) est dite d'ordre n et selon la règle de causalité, l'on aura généralement $m \leq n$.
L'on note que les racines de **N(p)** sont **appelées zéros** du système et celles de D(p) sont **appelées pôles du système**.

Matlab permet de calculer les transformées de Laplace et les transformées inverses de Laplace.

I.1.1. Détermination de la transformée de Laplace.

Syms : définit les symboles "t" et "s"…………

laplace : calcule la transformée de Laplace de l'expression donnée

I.1.2. Détermination de la transformée inverse.

ilaplace : calcule la transformée inverse de Laplace de l'expression donnée.

Remarque : Matlab utilise **(s)** qui est la variable **(p)** de la TL.

I.2. DEFINITION D'UN SYSTEME LINEAIRE:

I.2.1 définition d'un système linéaire par sa fonction de Transfert:

1. A l'aide de Matlab, on peut définir une fonction de transfert par les instructions suivantes :

F =tf(num,den),

Où num, den : vecteur contenant respectivement, les coefficients des polynôme du numérateur et de dénominateur.

tf : définit une fonction de transfert

```
num=[………………..] ;  charger le polynôme du numérateur
den=[…………………] ;  charger le polynôme de dénominateur
  F=tf(num,den)
```

2. On peut directement écrire la fonction de transfert

```
G = tf([num],[den])
```

I.2.2. Définition d'un système linéaire par ses pôles et zéros:

On peut aussi crée une fonction de transfert

```
Sys= zpk (zer,pol,gain)
```

zer: vecteur ligne qui donne la liste des zéros. (Les zéros sont les racines du numérateur)

pol: vecteur ligne qui donne la liste des pôles. (Les pôles sont les racines du dénominateur)

gain: est un scalaire, c'est le gain global que l'on peut mettre en facteur de l'ensemble.

I.2.3. Définition d'un système linéaire en introduisant sa Fonction de transfert directement :

On peut écrire la fonction de transfert directement.

Syms : définit les symboles "t" et "s"………..

```
syms s
 s=tf('s');
sys=(function de transfert)
```

I.3. REPRESENTATIONS POLES/ZEROS/GAIN :

On peut obtenir diverses informations sur le système défini par sa représentation.

```
» pole(G) % donne les pôles du système
» zero(G) % donne les zéros du système
» zpk(G) % convertie n'importe quel système dynamique en une
représentation zéro - pôle - gain
» pzmap(G) % place les pôles et les zéros dans le plan complexe
```

I.4. Représentation graphique des pôles et zéros dans le plan complexe

On utilise l'instruction sous Matlab :

```
pzmap(nom de la fonction)
```

TRAVAIL DEMANDE :

1. La transformation de Laplace :

a) La Transformée de Laplace direct

Soient les fonctions suivantes :

1. $e(t) = 5t$
2. $e(t) = t^2 + 3$
3. $e(t) = t^2 \, exp(-3t)u(t)$
4. $e(t) = 5\cos(3t)$

- Déterminer leurs transformées de Laplace utilisant la fonction Matlab « laplace(.) »
- Comparer les résultats trouvés par le calcul théorique.

b) La Transformée de Laplace inverse

- Déterminer en utilisant la fonction Matlab « ilaplace(.) » la T.L inverse de :

1- $y(s) = \dfrac{1-s}{s(1+s)}$

2- $y(s) = \dfrac{5-s}{(1+s)(4+s)}$

3- $y(s) = \dfrac{s^3+5s^2+9s+7}{s^2+s+2}$

- Comparer les résultats trouvés par le calcul théorique

2. Exercice :

Soient les systèmes qui régissent par les équations différentielles suivantes, tel que e(t) est la grandeur d'entrée et s(t) la grandeur de sortie de chaque système avec toutes les conditions initiales sont nulles.

$$0.5\frac{d^2s(t)}{dt^2} + 1.5\frac{ds(t)}{dt} + s(t) = -0.5\frac{de(t)}{dt} + 0.5e(t)$$

$$2\frac{ds^3(t)}{dt^3} + \frac{ds^2(t)}{dt^2} + 3\frac{ds(t)}{dt} + 5s(t) = e(t) + \frac{de(t)}{dt} + 2\frac{de^2(t)}{dt^2}$$

- Déterminer la fonction de transfert de chaque système.
- Définir ces fonctions de transfert en Matlab.
- Déterminer les pôles, les zéros et la classe (type) de chaque système.
- Déterminer la représentation graphique des fonctions de transfert dans le plan complexe