Université Mohamed Khider Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Electrique

Année : $3^{ème}$ Année Licence
« Asservissement Linéaire »
Semestre 1

Enoncés TD n° 2

Calcul des Fonctions de Transfert

Exercice n°1

Calculez-les transformées de Laplace des fonctions temporelles suivantes :

a) $f(t) = e^{-at}$

b) $f(t) = \cos(\omega t)$

c) $f(t) = t^n \quad n \geq 1$

d) $f(t) = t^5 e^{2t}$

e) $f(t) = 3(1 - e^{-4t})$

f) $f(t) = \begin{cases} A & 0 \leq t \leq T \\ 0 & ailleurs \end{cases}$

g) $f(t) = \begin{cases} Ae^{-at} & 0 \leq t \leq T \\ 0 & ailleurs \end{cases}$

h) $f(t) = e^{-0.5t} u(t-2)$

i) $f(t) = \dfrac{t^2}{2}$

j) $f(t) = \sin(2t + \dfrac{\pi}{4})$

k) $f(t) = e^{-0.5t} \sin(\omega t) + \cos(\omega t + \varphi)$

l) $f(t) = t.e^{-at}.\delta(t-1)$

m) $f(t) = t.u(t-2) + \sin(2\pi t - \dfrac{\pi}{4}).u(t-3)$

avec : $u(t)$: échelon unitaire
$\delta(t)$: impulsion de Dirac

Exercice n°2

Résolution d'équations différentielles en utilisant les transformées de Laplace :

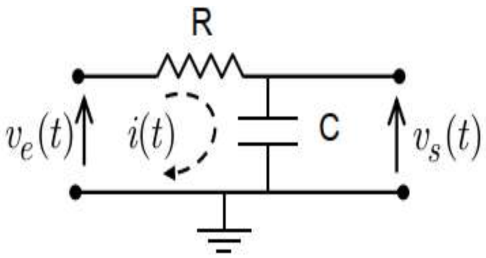
a) $\ddot{y}(t) + 3y(t) = \sin(t) \qquad avec \quad y(0) = 1;\ \dot{y}(0) = 2$

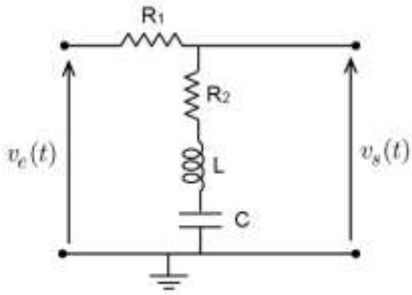
b) $\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 20y(t) = 4 \qquad avec \quad y(0) = -2;\ \dot{y}(0) = 0$

c) $\dfrac{d^3y(t)}{dt^3} + 5\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\dfrac{dy(t)}{dt} = 0 \qquad avec \quad y(0) = 3;\ \dot{y}(0) = -2;\ \ddot{y}(0) = 7$

Exercice n°3

En supposant les conditions initiales nulles (condensateurs déchargés initialement), calculez les fonctions de transfert des circuits électriques suivants : faire l'étude avec et sans charge initiale q0 du condensateur.





Exercice n°4

En utilisant les théorèmes des valeurs initiale et finale, calculez $s(t \to 0^+)$ et $s(t \to \infty)$ pour les fonctions suivantes:

a) $S(p) = \dfrac{p^2 + 2p + 4}{p^3 + 3p^2 + 2p}$

b) $S(p) = \dfrac{p^3 + 2p^2 + 6p + 8}{p^3 + 4p}$

Exercice n°5

Calculez les transformées inverses de Laplace des fonctions suivantes :

a) $F(p) = \dfrac{2}{p(p+1)(p-2)}$

b) $F(p) = \dfrac{p(p+2)}{p^2+2p+2}$

c) $F(p) = \dfrac{2p^2+7p+8}{p^2+3p+2}$

d) $F(p) = \dfrac{5p+16}{(p+2)^2(p+5)}$

e) $F(p) = \dfrac{2(p+2)}{p^2-2p+2}$

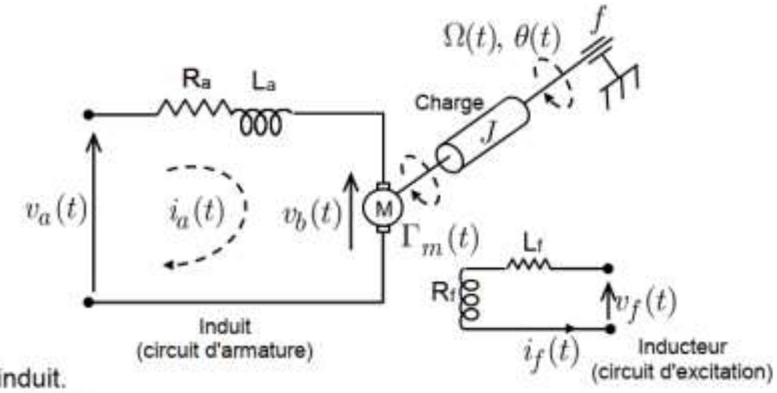
f) $F(p) = \dfrac{5(p+2)}{p^2(p+1)(p+3)}$

<u>Exercice n°6</u>

Commande en boucle ouverte de la vitesse de rotation d'un moteur à courant continu à excitation indépendante.

Soit un moteur à courant continu (appelé également servomoteur) représenté par le schéma électrique ci-dessous.

$i_a(t)$: Courant d'induit
$v_a(t)$: Tension d'induit ou d'armature
$v_b(t)$: Force contre électromotrice
$i_f(t)$: Courant d'excitation
$v_f(t)$: Tension d'excitation
$\theta(t)$: Déplacement angulaire
$\Omega(t)$: Vitesse de rotation
$\Gamma_m(t)$: Couple moteur
R_a, L_a: Résistance et inductance du circuit d'induit.
R_f, L_f: Résistance et inductance du circuit d'excitation.
J : Moment d'inertie équivalent de la charge + moteur.
f : Frottement visqueux équivalent de la charge + moteur.



a) Commande par l'induit : i_f(t)= cte ⇒flux d'excitation Φ(t)=cte

Dans ce cas, le flux inducteur est maintenu constant (ex. moteur à excitation indépendante). La vitesse de rotation est commandée par la tension d'armature $v_a(t)$ aux bornes de l'induit. En considérant les équations électriques et mécaniques du moteur, calculer la fonction de transfert entre cette tension d'induit $v_a(t)$ et le déplacement angulaire θ(t)du moteur.

b) Commande par l'inducteur : i_a(t) =cte I_0

Dans ce cas, le courant inducteur est variable entrainant un flux variable. Le courant d'induit est maintenu constant. La vitesse de rotation est commandée par la tension d'excitation $v_f(t)$. En considérant les équations électriques et mécaniques du moteur, calculer la fonction de transfert entre cette tension d'excitation $v_f(t)$ et le déplacement angulaire θ(t) du moteur.