Guided Work Series Number 2 سلسلة الأعمال الموجهة رقم
Mappings and relations التطبيقات و العلاقات

Exercise N°– 1 – تمرين رقم

حدد ما إذا كانت العلاقات التالية انعكاسية ، تناظرية ، ضد تناظرية أو متعدية:

Determine whether the following relations are reflexive, symmetric, anti-symmetric, or transitive:

$$E = \mathbb{Z} \text{ and } x\mathscr{R}y \iff x = -y \quad (1)$$

$$E = \mathbb{R} \text{ and } x\mathscr{R}y \iff \cos^2 x + \sin^2 y = 1 \quad (2)$$

$$E = \mathbb{N} \text{ and } x\mathscr{R}y \iff \exists p, q \geq 1,\ y = px^q \quad (3)$$

where p and q are natural numbers. حيث p و q أعداد طبيعية.

Exercise N°– 2 – تمرين رقم

In $\mathbb{R}^2$ we define the relationship $\mathscr{R}$ as follows: نعرف في $\mathbb{R}^2$ العلاقة $\mathscr{R}$ كما يلي:

$$(x, y)\mathscr{R}(x', y') \iff x = x'.$$

(1) *Prove that $\mathscr{R}$ is an equivalence relation.* أثبت أن $\mathscr{R}$ علاقة تكافؤ.

(2) *Find the equivalence class of the element* $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ أوجد صنف تكافؤ العنصر

Exercise N°– 3 – تمرين رقم

We define the following relation on the set $\mathbb{R}$ نعرف على المجموعة $\mathbb{R}$ العلاقة التالية

$$x\mathscr{R}y \iff x^2 - y^2 = x - y.$$

(1) *Prove that $\mathscr{R}$ is an equivalence relation.* أثبت أن $\mathscr{R}$ علاقة تكافــؤ.

(2) *Find the equivalence class of the element x of $\mathbb{R}$.* أوجد صنف تكافــؤ العنصر x من $\mathbb{R}$.

(3) *How many elements are there in this category?* كم يوجد من عنصر في هذه الفئة؟

تمرين رقم – 4 – Exercise N°

1) لنكن $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ حيث $x \mapsto x^2$ و لنكن $A = [-1, 4]$. أوجد:

Let $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ where $x \mapsto x^2$ and let $A = [-1, 4]$. Find:

A) الصورة المباشرة للمجموعة A بواسطة التطبيق f

The direct image of the set A by application f.

B) الصورة العكسية للمجموعة A بواسطة التطبيق f.

The inverse image of the set A by the application f.

2) لنكن الدالة $\sin : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *Let the function be* $\sin : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

A) ماهي الصورة المباشرة بواسطة $\sin$ للمجموعة $\mathbb{R}$؟ و المجموعة $[0, 2\pi]$؟ و المجموعة $[0, \pi/2]$؟

What is the direct image by $\sin$ *of the set* $\mathbb{R}$*? The set* $[0, 2\pi]$*? And the set* $[0, \pi/2]$*?*

B) ماهي الصورة العكسية بواسطة $\sin$ للمجموعة $[0, 1]$؟ و المجموعة $[3, 4]$؟ و المجموعة $[1, 2]$؟

What is the inverse image by $\sin$ *of the set* $[0, 1]$*? The set* $[3, 4]$*? And the set* $[1, 2]$*?*

تمرين رقم – 5 – Exercise N°

هل الدوال التالية متباينة؟ غامرة؟ تقابلية؟

Are the following functions Injectionts? surjections? bijections?

$f_1 : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z},\ n \mapsto 2n,\ f_2 : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z},\ n \mapsto -n$

$f_3 : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto x^2,\ f_4 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+,\ x \mapsto x^2$

$f_5 : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, z \mapsto z^2.$

تمرين رقم – 6 – Exercise N°

لنكن f و g الدوال المعرفة من $\mathbb{N}$ نحو $\mathbb{N}$ المعرفة كما يلي $f(x) = 2x$ و

Let f and g be the functions defined from $\mathbb{N}$ towards $\mathbb{N}$ defined as follows $f(x) = 2x$ and

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{إذا كان } x \text{ زوجي} \\ 0 & \text{إذا كان } x \text{ فردي} \end{cases}$$

أوجد $g \circ f$ و $f \circ g$.

Find $g \circ f$ and $f \circ g$.

هل الدوال f و g متباينة؟ غامرة؟ تقابلية؟

Are the functions f and g Injectionts? surjections? bijections?

تمرين رقم – 7 – Exercise N°

بين أن 5 يقسم $n^2 - n$.

Show that 5 divides $n^2 - n$.