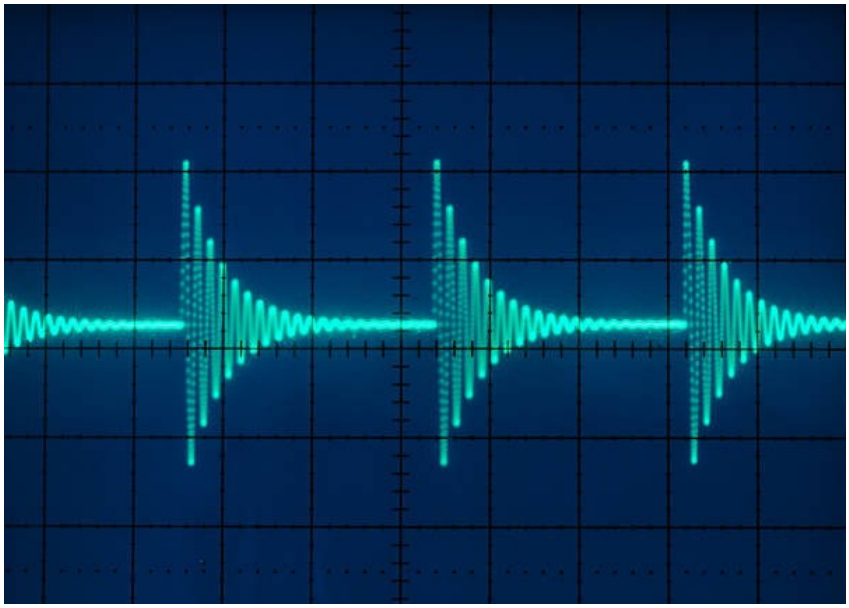
الأعمال التطبيقية الأمواج و الاهتزازات

1.0

حرابي أسماء



14-01-2024

مفتاح المصطلحات

مدخل القاموس

مختصر

مرجع بيبليوغرافي

مرجع عام

قائمة المحتويات

مقدمة 5

I-العمل التطبيقي رقم 1: دراسة نـظـــام حر بـــدرجـــة حـــرية واحـــدة 7

آ. الـــمـــبـــدأ الـــــنـــــظري.....7
1. الاهتزازات الحرة غير المتخامدة.....7
2. الاهتزازات الحرة المتخامدة (التخامد اللزوجي).....10

ب. الجانـــب الـــتجـــريـــبي.....13
1. سعة المكثفة متغيرة.....14
2. المقاومة متغيرة.....14
3. الذاتية متغيرة.....14

قاموس 15

معنى المختصرات 17

مراجع 19

I العمل التطبيقي رقم 1: دراسة نـظـــام حر بـــدرجـــة حـــرية واحـــدة

سنقوم في هذا العمل التطبيقي بدراسة اهتزازات حرة ذات درجة حرية واحدة (1DDL)، و ذلك من خلال دراسة الدارة الكهربائية RLC.

راسم الاهتزاز المهبطي: هو جهاز ملاحظة و قياس. فمن خلاله يمكننا ملاحظة مختلف الإشارات، و قياس دور و سعة هذه الأخيرة.

وبما أننا سنستخدم هذا الجهاز في معظم الأعمال التطبيقية لهذا المقياس، فمن الضروري معرفة طريقة استعماله و ذلك من خلال الضغط هنا[1]

آ. الـــمـــبـــدأ الـــنـــظري

1. الاهتزازات الحرة غير المتخامدة

تعريف

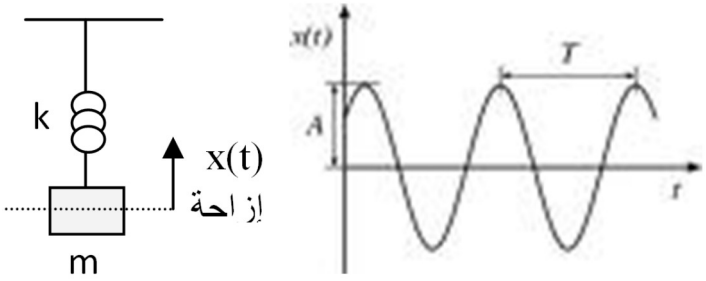
الاهتزازات الحرة غير المخمدة هي تلك الاهتزازات الناتجة عن إزاحة النظام عن وضع توازنه، أو اكتساب إحدى نقاطه المادية سرعة ابتدائية ثم نتركه يهتز بحرية دون أي قوة خارجية.[2]

1 - https://www.youtube.com/watch?v=gsICoDTcpC8

ا) دراسة نظام ميكانيكي

لتكـن الجملـة الميكانيكيـة فـي الشـكل المقابـل, نزيـح الكتلـة عـن موضـع التـوازن بالمقدار..ثم نتركها تهتز بصورة عمودية بدون سرعة ابتدائية, يكون منحـى الإراحـة بدلالـة الزمن على صورة دالة جيبية و التعبير الرياضي لهذه الدالة يعطى بالشكل :

$$x(t)=A\cos(\omega t).....(1.1)$$



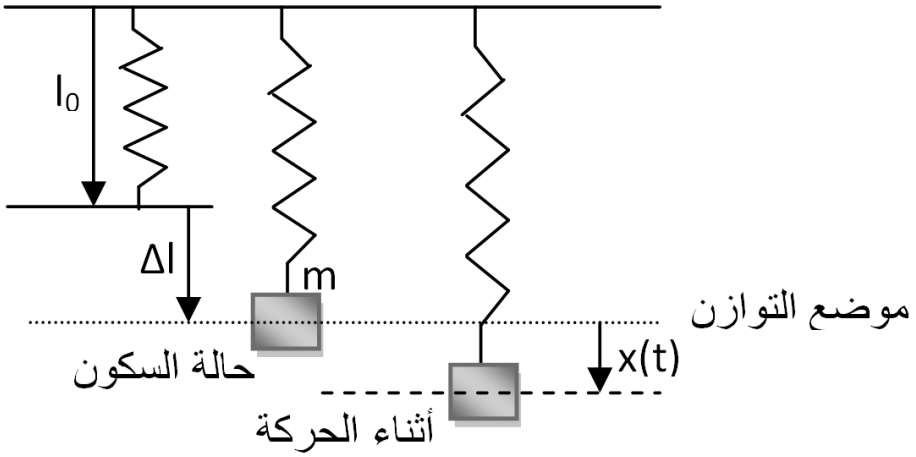
الشكل 1.1 : هزاز مروني

نشتق العبارة مرتين:

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2 A\cos(\omega t)$$

$$\ddot{x}(t)+\omega^2 x(t)=0.....(1.2)$$

تمثل المعادلة التفاضلية المعممة لحركة كتلة



الشكل 2.1 : حركة كتلة معلقة بنابض

1في حالة السكون

نبحث عن ω: نطبق قانون نيوتن الثاني (مبدأ الأساسي للتحريك)

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

نجد:

$$mg = K\,\Delta l \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.3)$$

2في حالة الحركة

نطبق قانون نيوتن الثاني (مبدأ الأساسي للتحريك)

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{\gamma}$$

و منه:

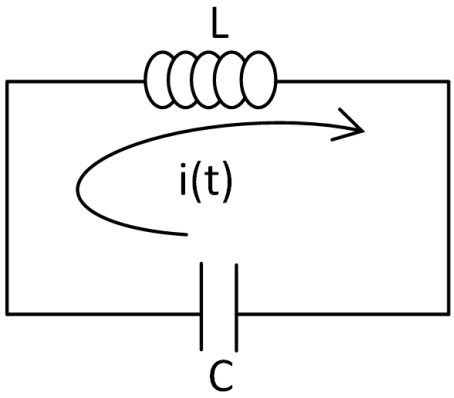
$$\ddot{X}(t) + \frac{K}{m} \cdot X(t) = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots (1.4)$$

و هي تمثل المعادلة التفاضلية لحركة الكتلة الاهتزازية غير المتخامدة (EDM★).
بمقارنـة المعـادلتين (1.2) و (1.4) نجـد أن الـتردد الطـبيعي لحركـة الكتلـة فـي النظـام الميكانيكي هو :

$$\omega_0^2 = \frac{K}{m}$$

ب) التطبيق على النظام الكهربائي

بتطبيق قانون كيرشوف على الدارة الكهربائية الموافقة للجملة الميكانيكية السابقة.



الشكل 3.1 : الدارة LC

نجد:

$$V_L(t)+V_C(t)=0 \ldots\ldots\ldots\ldots (1.5)$$

و منه:

$$\ddot{q}+\frac{1}{LC}\cdot q=0 \ldots\ldots\ldots\ldots (1.6)$$

تمثل معادلـة تفاضـلية مـن الدرجـة "2" للإهـتزازات التوافقيـة الموافقـة للصـيغة المعممـة (1.2)

بمقارنة المعادلتين (1.2) و (1.6) نجد:

$$\omega_0^2=\frac{1}{LC}$$

يمكننا عمل مماثلة بين النظم المهتزة الكهربائية و الميكانيكية كما هو موضح في الجدول الموالي:

نظام ميكانيكي	نظام كهربائي
كـتلة m	وشيعة L
نـابض k	مـكثفة (1/C)
مـخمد α	مـقاومة R
موضع X	شـحنة q
سـرعة v	تـيار I
قـوة F	تـوتر V

2. الاهتزازات الحرة المتخامدة (التخامد اللزوجي)

تعريف

هي تلك الاهتزازات التي تتناقص سعتها مع مرور الزمن حتى تنعدم و ذلك بسبب تبدد طاقتها نتيجة تأثير قوى التخامد أو الاحتكاك عليها [3]. و هناك أنواع من التخامد نذكر منها:

1- التخامد اللزوجي.

2- التخامد الصلب (تخامد كولومب).

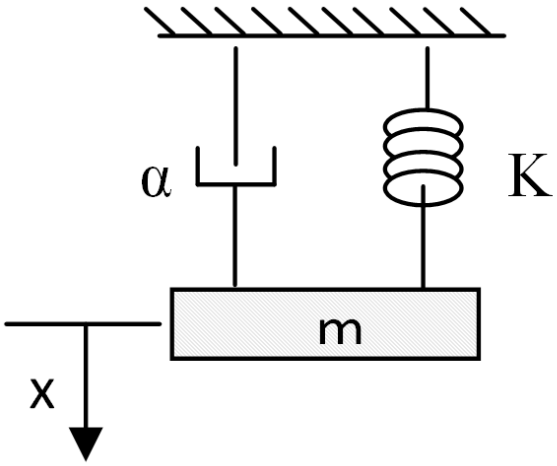
يعتبر التخامد اللزوجي أكثر الأنواع بساطة في التحليل الرياضي و يتم تمثيل قوة التخامد كدالة للسرعة وفق العلاقة التالية:

$$\vec{F} = -\alpha \dot{\vec{X}}$$

α: يمثل معامل التخامد اللزوجي.

ا) دراسة نظام ميكانيكي

نأخذ نظاما ميكانيكيا متخامد يتكون من كتلة و مخمد و نابض كما في الشكل المقابل:



الشكل 4.1 : هزاز مروني متخامد

في حالة السكون نجد:

$$mg = K \cdot \Delta l$$

أما في حالة في حالة الحركة فنجد:

$$\ddot{X}(t) + \frac{\alpha}{m}\dot{X}(t) + \frac{K}{m}X(t) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (1.7)$$

و نكتب الشكل العام للمعادلة أعلاه:

$$\ddot{X}(t) + 2\delta\dot{X}(t) + \omega_0^2 X(t) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1.8)$$

و هي تمثل معادلة تفاضلية من الدرجة "2" لحركة نظام مهتز بصورة حرة متخامدة.
بمقارنة المعادلتين (1.7) و (1.8) نجد معامل التخامد δ و نسبة التخامد ε حيث:

$$\delta=\frac{\alpha}{2m}$$

$$\varepsilon=\frac{\delta}{\omega_0}$$

حل هذه المعادلة يتعلق بالمميز:

$$\acute{\Delta}=\delta^2-\omega_0^2$$

-الحالة الأولى:

$$\grave{\Delta}<0\Rightarrow\delta<\omega_0$$

في هذه الحالة لـدينا جـذران مركبـان وتكـون الإهـتزازات متناقصـة السـعة أي متخامـدة و النظام شبه دوري، و حل المعادلة يكون من الشكل :

$$X(t)=C\,\mathrm{e}^{-\delta t}(\omega_a t+\varphi)/\omega_a=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}$$

- الحالة الثانية:

$$\grave{\Delta}\geqslant 0\Rightarrow\delta\geqslant\omega_0$$

الجذران حقيقيان و لا يكون الحل جيبي و الحركة غير دورية أي أنّ النظام غير دوري.
- الحالة 3:

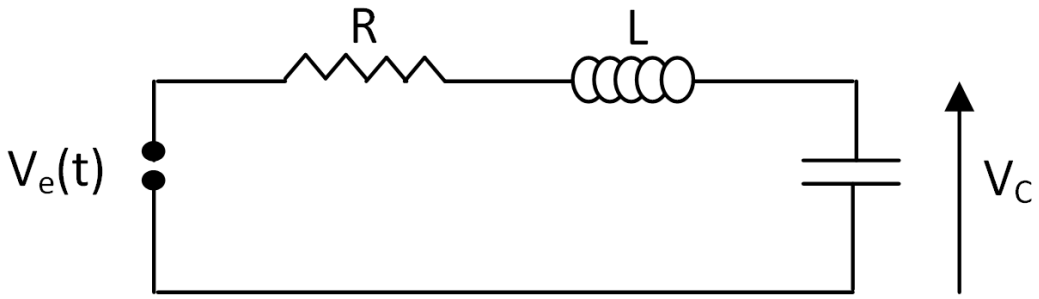
$$\grave{\Delta}=0\Rightarrow\delta=\omega_0$$

تقبل جذر مضاعف و النظام حرج، و حل المعادلة يكون من الشكل :

$$X(t)=(At+B)\mathrm{e}^{-\delta t}$$

ب) تطبيق على النظام الكهربائي

لتكن الدارة في الشكل المقابل :



الشكل 5.1 : الدارة RLC

بتطبيق قانون كيرشوف نجد:

$$V_R + V_L + V_C = 0 \ldots\ldots\ldots (1.9)$$

و منه:

$$\ddot{q}(t) + \frac{R}{L} \cdot \dot{q}(t) + \frac{1}{LC} \cdot q(t) = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots (1.10)$$

و بإعادة كتابة المعادلة وفق المعادلة المعممة (1.8) عندئذ يكتب كل من معامـل التخامـد و تردد الحركة على الشكل التالي:

$$\delta = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{L} \backslash \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

يعتمد حل المعادلة (1.10) علـى العلاقـة بيـن ω0 و δ أي حسـب نـوع التخامـد و بصـورة مماثلة للنموذج الميكانيكي السابق.

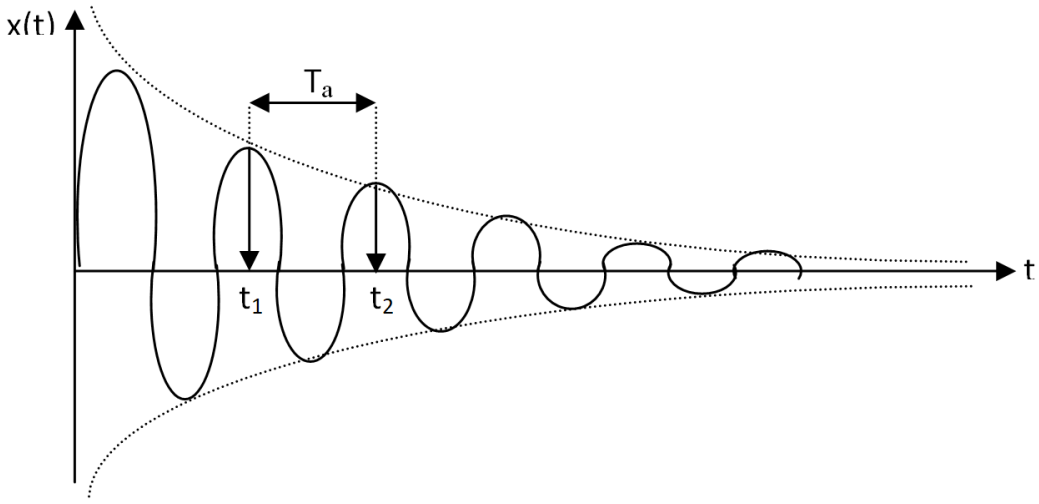
ج) التناقص اللـــوغـــارتمي

هي طريقـة عمليـة و بسـيطة لإيجـاد مقـدار التخامـد, يُعـرّف التنـاقص اللوغـارتمي بـأنه اللوغاريتم الطبيعي للنسبة بين سعتين متتاليتين للاهتزازات المتخامدة.

نأخذ كمثال نظام يهتز وفق المعادلة التالية:

$$X(t)=C\,e^{-\delta t}(\omega_a t+\varphi)/\omega_a=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}$$

كما هو موضح في الشكل الموالي:



الشكل 6.1 : الشكل البياني للحركة المتخامدة (حركة شبه دورية)

التناقص اللوغارتمي هو النسبة بين سعتين متتاليتين يفصلهما الزمن الدوري T للذبذبة.

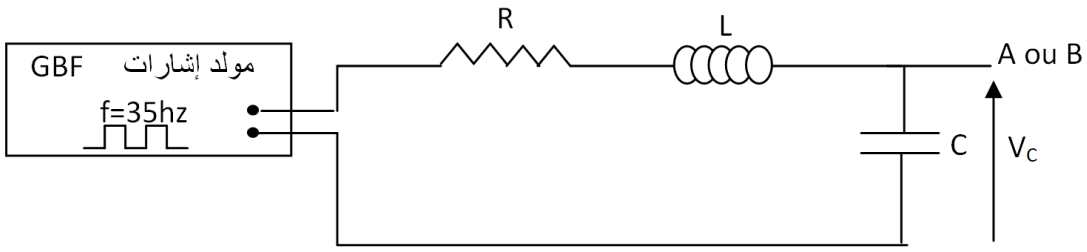
$$D=\ln\left(\frac{x(t_1)}{x(t_2)}\right)=\delta t$$

و بذلك يمكن إيجاد قيمة نسبة التخامد ξ من خلال التناقص اللوغارتمي:

$$D=\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}=\delta t$$

ب. الجانـــــب الـــــتجـــــريـــــبي

1- أنشئ الدارة في الشكل أدناه:



الشكل 7.1 : الدارة الكهربائية RLC

2- أضبط مولد الإشارات على الدالة المربعة و تواتر f=35hz.
3- خذ L=0.5H , C=0.1µF , R=500Ω لاحظ Vc(t) , ما هو النظام؟
4- إملأ الجدول أدناه في الحالات الثلاثة التالية :

1. سعة المكثفة متغيرة

مع R= 500Ω و L= 0.5H

- لاحظ الفرق بين القيم calδ و δexp ؟ لماذا؟
- إستنتج تقريبيا المقاومة الداخلية للمولد و الوشيعة بحيث:

$$R_T = R + (R_g + R_L)$$

2. المقاومة متغيرة

مع C=0.1µF و L=0.5H

- يجب الأخذ بعين الاعتبار المقاومة الداخلية للمولد و الوشيعة المحسوبة في السؤال السابق.
- ماهي المقاومة الموافقة للنظام الحرج عمليا (الإنتقال من النظام شبه الدوري إلى النظام اللادوري)، ثم أحسبها نظريا.

3. الذاتية متغيرة

C=0.1µF و R=500Ω.

5- ماهو إستنتاجك و خلاصتك العامة؟

		A(t) (cm)	A(t+Ta) (cm)	Ta(exp)	δ(exp)	Ta(cal)	δ(cal)
C(µF)	0.1						
	0.2						
	0.3						
	0.4						
	0.5						
R(Ω)	100						
	300						
	500						
	700						
	900						
L(H)	0.3						
	0.5						
	0.8						
	1.1						
	1.4						

جدول 1.1

قاموس

الدور **T**
وهو الزمن اللازم لجسيم لانجازه اهتزازة كاملة وحدته s.

السعة **A**
سعة الاهتزاز وهي أقصى ازاحة يصل لها الجسم المهتز عن وضع الاتزان وحدتها m.

درجة الحرية
عدد المتغيرات المستقلة اللازمة للوصف الكامل لحركة كل جسيم من هذا النظام.

معنى المختصرات

- 1DDL درجة حرية واحدة
- EDM المعادلة التفاضلية للحركة

مراجع

[2] س. عسكري، " محاضرات في الاهتزازات و الأمواج الميكانيكية "، جامعة الوادي، ص 8 ، 2021-2022.

[3] ت. صحراوي، " دروس فس الاهتزازات و الأمواج "، جامعة بوسعادة، ص 37، 2021-2022.