**1- مقدمة :**

العينة هي عبارة عن فئة أو مجموعة جزئية من المجتمع يتم اختيار وتحليل بياناتها وذلك بهدف تقدير معالم المجتمع غير المعلومة، أو اختبار فروض بشأنها، وبشكل عام لاستنباط معلومات عن معالم المجتمع المسحوب منه العينة ،نقوم بحساب الوسط الحسابي للعينة على سبيل المثال ويكون هذا الوسط تقديرا لمتوسط المجتمع المجهول ،ويسمى هذا التقدير: **إحصاءة** (statistic) .

والقاعدة العامة تقول أن أي دالة في المتغيرات العشوائية المكونة لعينة المشاهدات تسمى **احصاءة** .

وعليه إذا كانت لدينا عينة عشوائية X1,X2,…………., Xn حجمها n فان الوسط الحسابي لهذه العينة هو الاحصاءة ، حيث :

(1)Σ Χi / n …………= 

بينما تباين العينة Sample variance هو الاحصاءة S2 :

/ n−1 ……. (2)

و ما يجب الإشارة إليه، هو أنه في حالة عدم معرفة تباين المجتمع فانه يتم استخدام تباين العينة S2 كتقدير له ، أما الانحراف المعياري للعينة S فهو عبارة عن الجذر التربيعي لتباين العينة S2 ،ويستخدم أيضا كتقدير للانحراف المعياري للمجتمع σ .

**2- المعاينة بإرجاع والمعاينة بدون إرجاع :**

إذا كان لدينا صندوق يحتوي على سبعة بطاقات مرقمة من 1 إلى 7 وقمنا بسحب بطاقة مـن هذا الصندوق، فانه لدينا الخيار في إرجاع هذه البطاقة أو عدم إرجاعها قبل إجراء عملية السحب الثانية. ففي الحالة الأولى فان البطاقة يمكن أن تظهر عدة مرات، بينما في الحالة الثانية يمكن أن تظهر البطاقة مرة واحدة فقط، وبالتالي ففي العينات التي يمكن أن نختار فيها مفردات المجتمع أكثر من مرة تسمى **بالمعاينة بإرجاع.** بينما إذا كانت المفردة في المجتمع لا يمكن اختيارها أكثر من مرة فتسمى **المعاينة بدون إرجاع**.

وفي الحالة العامة إذا كان لدينا مجتمعا من المفردات يتبع توزيعا معينا، ونريد اختيار عينة حجمها n من هذا المجتمع، فانه يمكن اختيار هذه العينة وفق الطريقتين التاليتين (السحب مع الإرجاع والسحب بدون إرجاع) ، حيث نجد أن عدد العينات التي سوف يتم سحبها من هذا المجتمع وفق الطريقتين السابقتين يتم تحديده كما يلي :

في حالة السحب مع الإرجاع.

في حالة السحب بدون إرجاع.

**3- توزيع المعاينة:**

بفرض أننا قمنا بجميع العينات العشوائية التي حجمها n من مجتمع معين ونفس طريقة السحب، إذا حسبنا متوسط كل عينة فانه سيتوفر لدينا عدد كبير من القيم للوسط الحسابي ( ) ،هذه القيم تكون مجتمعا آخر قيمه تختلف عن قيم المجتمع الأصلي وتوزيعها قد يختلف عن توزيع المجتمع الاصلي. يسمى هذا التوزيع **بتوزيع المعاينة** لهذا المقياس سواء كان هذا المقياس هو الوسط الحسابي للعينة . نفس الشيء ينطبق على التباين أو النسبة.

**بالتالي يمكن القول بأن توزيع المعاينة لأية إحصاءة من إحصاءات العينة , )2S) هو التوزيع الاحتمالي لجميع القيم الممكنة لهذه الإحصاءة، والتي نحصل عليها عند سحب كل العينات بنفـس الحجم والطريقة ومن نفس المجتمع.**

**مثال**1 :إذا كان لدينا مجتمع مكون من خمس وحدات N=5)) ، وكانت قيم ظاهرة معينة لهذه الوحدات هي : 1،2،6،4،7

المطلوب :

أ - احسب الوسط الحسابي (µ ) والتباين () .

ب- احسب الوسط الحسابي  لجميع العينات البسيطة الممكنة والتي حجم كل منها ثلاث وحدات، وكذلك حدد جدول التوزيع الاحتمالي للوسط الحسابي ، ومنه احسب القيمة المتوقعة والتباين للمتغير.

**الحل** :

أ– الوسط الحسابي وتباين المجتمع السابق :

μ = Σ / N = ( 1 + 2 + 6 + 4 + 7 ) / 5 = 4

=Σ()2 / N

= [( 1-4)2 +( 2-4 )2 ( 6-4 )2 +(4-4)2 + ( 7-4)2] / 5

 = 4.2

ب– بما أن السحب تم بدون إرجاع فان العينات الممكنة عددها عشرة وذلك حسب :



والجدول الموالي يوضح مختلف هذه العينات وأوساطها الحسابية .

الجدول (1) العينات العشرة الممكنة والوسط الحسابي المقابل لكل منهما:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | ∑xi | القيم المختلفة للعينة xi  (x1,x2,x3 ) | رقم العينة |
| 3 | 9 | (1, 2, 6) | 01 |
| 2.33 | 7 | (1, 2, 4) | 02 |
| 3.33 | 10 | (1, 2, 7) | 03 |
| 3.67 | 11 | (1, 6, 4) | 04 |
| 4.67 | 14 | (1, 6, 7) | 05 |
| 4 | 12 | (1, 4, 7) | 06 |
| 4 | 12 | (2, 6, 4) | 07 |
| 5 | 15 | (2, 6, 7) | 08 |
| 4.33 | 13 | (2, 4 ,7) | 09 |
| 5.67 | 17 | (6, 4, 7) | 10 |

ومن خلال هذا الجدول فإننا نستطيع تحديد جدول التوزيع الاحتمالي للوسط الحسابي () لعينة عشوائية حجمها ثلاث وحدات، وذلك كما يلي:

الجدول (2): التوزيع الاحتمالي للوسط الحسابي () لعينة عشوائية حجمها ثلاث وحدات.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 5.67 | 5 | 4.67 | 4.33 | 4 | 3.67 | 3.33 | 3 | 2.33 |  |
| 10/1 | 10/1 | 10/1 | 10/1 | 10/2 | 10/1 | 10/1 | 10/1 | 10/1 | P() |

انطلاقا من هذا الجدول فإن القيمة المتوقعة للوسط الحسابي () هي:

E() = Σi P() ………(7)

=2.33(1/10) +3(1/10) +3.33(1/10) +3.67(1/10)+4 (2/10)+ 4.33(1/10)+ 4.67(1/10)+5(1/10)+5.67(1/10)= 4

مما سبق نستنتج أن : **E() = μ = 4**

**3- 1. توزيع المعاينة للوسط الحسابي:**

* **متوسط وتباين توزيع المعاينة للمتوسط حالة السحب دون إرجاع:**

إذا كان لدينا مجتمع مكون من عدد محدود من القيم (x1, x2,………..xN ) فان الوسط

الحسابي والتباين لهذا المجتمع يكونان على الشكل التالي :

Var(X) = =Σ()2 / N

اذا كان****هو الوسط الحسابي لعينة عشوائية حجمها nمسحوبة من هذا المجتمع ،فان القيمة المتوقعة والتباين للمتغير**** هي:

= μ ………….. …………… (10) E() =

Var (****) = () ………………(11)

ومنه فالانحراف المعياري للمتغير هو :



والمقدار يسمى بمعامل تصحيح المجتمع المحدود، وهو دائما أقل من الواحد ،وكلما اقترب من الواحد فيمكن الاستغناء عنه. وعادة يستعمل معامل التصحيح إذا تحقق الشرط: **N 5 ٪ n ≥**

**- متوسط وتباين توزيع المعاينة للمتوسط حالة السحب بالإرجاع**:

إذا كانت) ( x1,x2……,xnهي مشاهدات عينة عشوائية مسحوبة من مجتمع غير محدود متوسطه µ وتباينه  ،فإن القيمة المتوقعة والتباين للمتغير**** هما :

= μ ………….. …………… (12) E() =

Var (****) = ……………………...(13)

من المعادلة (13) يمكن أن نجد الانحراف المعياري للوسط الحسابي كما يلي:

إن الانحراف المعياري للوسط الحسابي (أي) يسمى أيضا بالخطأ المعياري للوسط الحسابي، وينقص هذا الخطأ كلما زاد حجم العينة. ومن ثم فانه يتوقع أن تقترب من µ كلما زاد حجم العينة n .

**2-3 . توزيع المعاينة للفرق بين متوسطي عينتين مستقلتين:**

**1-2-3 .حالة المعاينة من مجتمعين طبيعيين وذو تباينين معلومين :**

إذا كان , هما متوسطا عينتين عشوائيتين مستقلتين حجمها على التوالي هو , تم سحبهما من مجتمعين طبيعييـن ذو متوسطين  وتباينيـن , معلومين على الترتيب ، فإن الفرق ( − ) يكون له توزيع طبيعي متوسطه وتباينه يأخذان الشكل التالي:

E( − ) = = − =  **−** ……… (16)

(17) ………… V( − ) = =

وبالتالي فان الانحراف المعياري للفرق ( − ) هو :

=

ومن ثم يكون المتغير Z الذي يساوي :

………(18)

له توزيع طبيعي معياري N(0,1) وذلك مهما كان حجم كل من العينتين.

**مثال (5) :** إذا كانت رواتب المعلمين في وزارة التربية والتعليم تخضع لتوزيع طبيعي وسطه 33000 دج وانحرافه المعياري 5165 دج ، ورواتب المعلمين في المدارس الخاصة تخضع لتوزيع طبيعي وسطه 25740 دج وانحرافه المعياري 5663 دج. أخذت عينة عشوائية من المعلمين في الوزارة حجمها 16 معلما وعبرنا عن وسطها الحسابي بالرمـز   
 ، وأخذت عينة عشوائية من معلمي المدارس الخاصة حجمها 10 معلمين وعبرنا عن وسطها الحسـابي بالرمـز .

المطلوب : أوجد احتمال أن يزيد عن بمقدار 8000 دج.

**الحل :**

نريد إيجاد الاحتمال التالي :

بتطبيق النظرية (4) نجد :

**ومنه نجد :**