

## TD N°1 : Transformée de Fourier et Oscillateurs

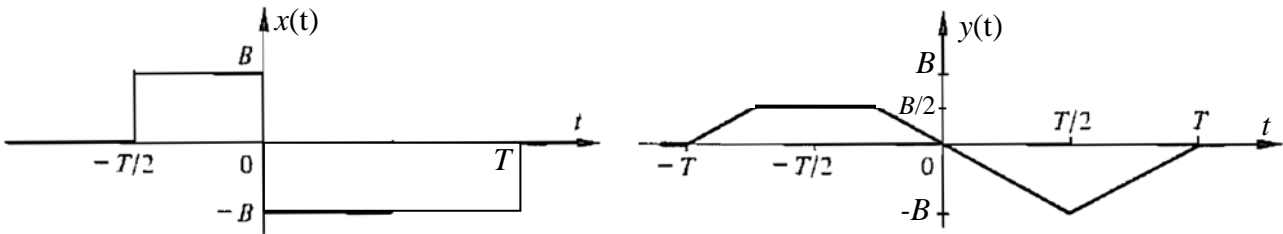
### Exercice N°1 :

On donne les transformées de Fourier des signaux rect et tri:

$$\text{rect}(t) \leftrightarrow \text{sinc}(f)$$

$$\text{tri}(t) = \text{rect}(t) * \text{rect}(t) \leftrightarrow \text{sinc}^2(f)$$

Utiliser les propriétés au verso de la page pour déterminer la transformée de Fourier des fonctions représentées ci-dessous.



### Exercice N°2:

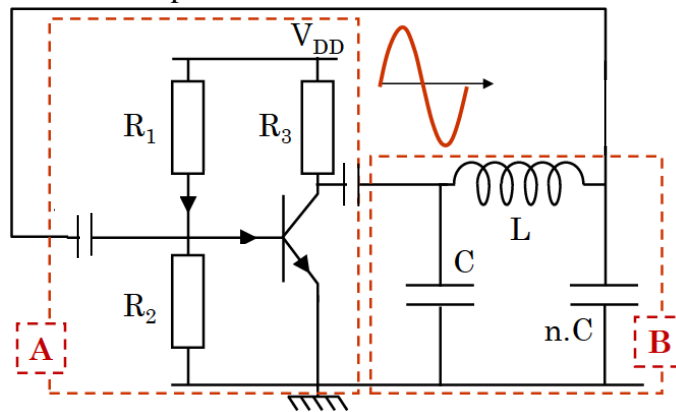
Utiliser la propriété de modulation temporelle pour déterminer la transformée de Fourier du signal:

$$x(t) = A \cdot \sin(2\pi(t - T/2)/T) \cdot \text{tri}((t - T/2)/T)$$

Esquisser les graphes du spectre d'amplitude et du spectre de phase.

### Exercice N°3 :

Soit l'oscillateur Colpitts à transistor bipolaire suivant :



Analyser le circuit et déterminer la fréquence et la condition d'oscillation

## Transformée de Fourier:

En analyse, la transformation de Fourier est un analogue de la théorie des séries de Fourier pour les fonctions non périodiques, et permet de leur associer un spectre en fréquences. On cherche ensuite à obtenir l'expression de la fonction comme " somme infinie " des fonctions trigonométriques de toutes fréquences qui forment son spectre. Une telle sommation se présentera donc sous forme d'intégrale.

$$\mathcal{F}(f) : \nu \mapsto \hat{f}(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i2\pi\nu t} dt$$

## Propriétés:

1) Linéarité:

$$TF[\alpha x_1(t) + \beta x_2(t)] = \alpha TF[x_1(t)] + \beta TF[x_2(t)] = \alpha X_1(f) + \beta X_2(f)$$

2) Translation temporelle:

$$TF[x(t - t_0)] = \int x(u) e^{-j2\pi f(u + t_0)} du = e^{-j2\pi f t_0} \int x(u) e^{-j2\pi f u} du = e^{-j2\pi f t_0} X(f)$$

3) modulation temporelle:

$$TF[e^{j2\pi f_0 t} x(t)] = \int e^{j2\pi f_0 t} x(t) e^{-j2\pi f t} dt = \int x(t) e^{-j2\pi(f - f_0)t} dt = X(f - f_0)$$

4) Dérivation dans l'espace direct:

$$TF\left[\frac{dx(t)}{dt}\right] = 0 - (-j2\pi) f \int x(t) e^{-j2\pi f t} dt = j2\pi f X(f)$$

$$TF\left[\frac{d^n x(t)}{dt^n}\right] = (j2\pi f)^n X(f)$$

5) Dérivation dans l'espace réciproque:

$$TF[(-j2\pi t)^n x(t)] = \frac{d^n X(f)}{df^n}$$

6) Changement d'échelle:

$$TF[x(at)] = \frac{1}{|a|} X\left(\frac{f}{a}\right)$$