جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الدقيقة وعلوم الطبيعة والحياة
قسم الرياضيات

السنة الأولى رياضيات
مقياس جبر1
2023/2022

السلسلة رقم 01

المنطق الرياضي وأنماط البرهان

<u>التمرين 01:</u>

من بين العبارات التالية عين القضايا مع ذكر صحة أو خطأ كل واحدة منها:

1) $2 + 3 = 5$
2) $\forall n \in \mathbb{N},\ n + 2 = 4$
3) $\exists n \in \mathbb{N},\ n + 2 = 3$
4) هذا التمرين صعب
5) $x \in \mathbb{N}$

<u>التمرين 02:</u>

لتكن P وQ وR ثلاث قضايا منطقية

1. حدد في جدول واحد للحقيقة القضايا التالية:

$$P,\ \ Q\ ,\ \ \bar{P},\ \bar{Q},\ \ \bar{P}\wedge\bar{Q},\ \ \bar{P}\vee\bar{Q},\ \ P\wedge Q\ ,\ \ P\vee Q\ ,\ \ \overline{P\wedge Q},\ \ \overline{P\vee Q}$$

ماذا تلاحظ؟

2. في أي حالة تكون القضايا التالية صحيحة ؟

أ) $\left(P \Rightarrow Q\right)\wedge\left(\bar{P} \Rightarrow Q\right)$

ب) $\overline{P\wedge(\overline{Q\wedge R})} \Leftrightarrow Q$

ج) $(P\vee Q \Longrightarrow R) \Leftrightarrow (P \Longrightarrow R)\wedge(\mathrm{Q} \Longrightarrow \mathrm{R})$

<u>التمرين 03:</u>

لتكن القضايا المنطقية التالية:

أ) $\exists x \in \mathbb{R},\ \forall y \in \mathbb{R}\ \ x > y$

ب) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}\ \ x + y > 0$

ج) $\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}\ \ x + y = 0$

د) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}\ \ x + y > 0$

هـ) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}\ \ y^2 > x$

و) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}\ \ x + y > 0$

هل هذه القضايا صحيحة أم خاطئة؟ أعط نفي كل قضية.

التمرين 04:

فيما يلي f و g دالتان من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$، باستعمال المكممات، اكتب العبارات التالية:

1) f محدودة من الأعلى
2) f فردية
3) f زوجية
4) f متزايدة
5) f لا تنعدم أبدا
6) f ليست الدالة المعدومة

7) من أجل كل عدد حقيقي x يوجد عدد حقيقي y أكبر منه.

8) يوجد عدد حقيقي y أكبر من كل عدد حقيقي x.

9) كل عدد حقيقي x موجب هو مربع عدد حقيقي آخر y.

10) من أجل كل عدد حقيقي x، إذا كان x موجبا فهو مربع عدد حقيقي آخر y.

التمرين 05:

1. باستعمال البرهان بالخلف برهن ما يلي:

ا) $\sqrt{2}$ ليس عدد ناطق

ب) إذا كان $n \in \mathbb{N}^*$ إذن (n^2+1) ليس مربع عدد طبيعي

2. برهن بالتراجع على ما يلي:

ا) $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad 1+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

ب) $\forall n \in \mathbb{N} \quad 2^n > n$

3. باستعمال البرهان بالعكس النقيض برهن أنه إذا كان العدد الصحيح (n^2-1) غير قابل للقسمة على 8، إذن n زوجي.

4. برهن باستعمال مثال مضاد $\forall x \in \mathbb{R} \quad x<3 \Rightarrow x^2<9$

5. باستعمال البرهان المباشر برهن ما يلي

$$\forall x \in \mathbb{R}_+, \forall y \in \mathbb{R}_+ \; x \leq y \implies x \leq \frac{x+y}{2} \leq y, \;\; x \leq \sqrt{xy} \leq y$$