

التنبأ باستخدام نموذج الانحدار الخطي البسيط (مجال الثقة  $y_h$  و  $E(y_h)$ ):

### *Prediction/ estimation for $y_h$ and $E(y_h)$*

لكي يتم التنبأ باستخدام نموذج الانحدار الخطي البسيط يجب أولاً أن نقوم بالاختبارات التي قمنا بها سابقاً أي نتحقق من ملائمة النموذج (اختبار فيشر) واستقلالية المتغيرات (اختبار ستودنت) ومعنوية معامل الارتباط بيرسون وكذا اختبار معنوية مرور خط الانحدار من المبدأ.

بعد إجراء جملة تلك الاختبارات نكون قد تحققنا من أن النموذج صالح لعملية التنبأ عند مستوى معنوية (دلالة) معين.

التنبأ باستخدام النموذج البسيط هو عبارة عن التنبؤ بنقطة (تقدير بنقطة) أو التنبأ عند القيمة  $h$  و رمزه  $\hat{y}_h$  أو التنبأ بمتوسط القيم أي مجموعة من القيم. الهدف من التنبأ بمتوسط القيم هو لأنه من المفيد في الكثير من الحالات العملية أن نلجأ لهذا النوع من التنبأ مثلاً من المفيد أن نتنبأ بمتوسط استهلاك مادة البنزين أو استهلاك الكهرباء ، متوسط التنبأ بالقيم رمزه  $E(y_h)$ .

تعطي علاقة التنبأ للحالة الأولية كما يلي:

$$y_h = \hat{y}_h \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}}^{n-2} * \hat{\sigma}_{\epsilon_1} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_h - \bar{x})^2}{\sum(x - \bar{x})^2}}$$

خطأ التقدير ( خطأ التنبأ )

\* التنبأ بمتوسط القيم: يعطى بالعلاقة التالية

$$E(y_h) = \hat{y}_h \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}}^{n-2} * \hat{\sigma}_{\epsilon_1} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_h - \bar{x})^2}{\sum(x - \bar{x})^2}}$$

$$\hat{y}_h = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1(x_h): \text{حيث}$$

### تمرين محلول 1:

يبين الجدول التالي تطور كل من الاستهلاك و الدخل المتاح في الجزائر خلال السنوات 2001 و 2007:

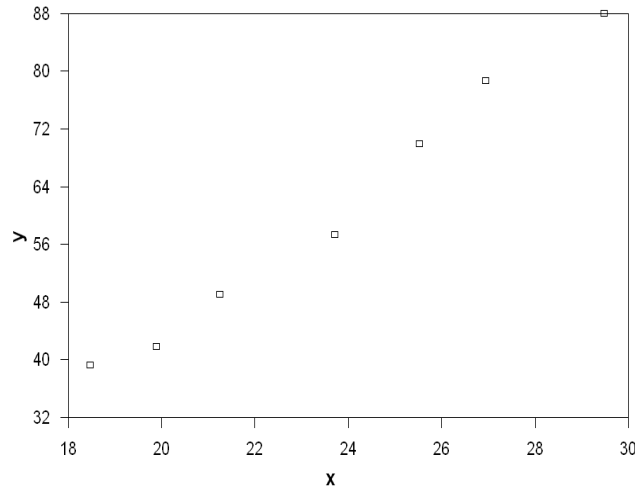
الجدول (1): تطور الاستهلاك و الدخل خلال 10 سنوات

السنة $i$	الاستهلاك الإجمالي $Y_i$	الدخل المتاح $X_i$
2001	18.47	39.25
2002	19.89	41.84
2003	21.26	49.06
2004	23.71	57.31
2005	25.53	69.89
2006	26.95	78.64
2007	29.48	88.00

المصدر: شيخي محمد

يظهر الشكل (1-2) الزوج الخاص بمعطيات الاستهلاك و الدخل. نلاحظ أن العلاقة التي تربط بينهما خطية و يظهر جليا من خلال سحاب النقاط.

الشكل رقم (2): سحاب النقاط للزوج (الاستهلاك-الدخل)



من معطيات الجدول (1)، نقوم بحساب كل من  $\hat{\beta}_0$  و  $\hat{\beta}_1$ .

جدول حساب معاملات الانحدار

$(Y_i - \bar{Y})^2$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$	$X_i - \bar{X}$	$Y_i - \bar{Y}$	$X_i$	$Y_i$	السنة $i$
26.41	454.54	109.58	-21.32	-5.14	39.25	18.47	2001
13.83	350.81	69.67	-18.73	-3.72	41.84	19.89	2002
5.52	132.48	27.04	-11.51	-2.35	49.06	21.26	2003
0.01	10.62	-0.32	-3.26	0.10	57.31	23.71	2004
3.68	86.86	17.89	9.32	1.92	69.89	25.53	2005
11.15	326.52	60.35	18.07	3.34	78.64	26.95	2006
34.45	752.40	161.01	27.43	5.87	88.00	29.48	2007
95.05	2114.25	445.24	0	0	423.99	165.29	المجموع
13.57	302.03	63.60	0	0	60.57	23.61	المتوسط

المصدر: شيخي محمد

لدينا:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^7 (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^7 (X_i - \bar{X})^2} = \frac{445.24}{2114.25} = 0.21$$

وعليه النموذج المقدر يكتب كما يلي:

$$\hat{Y}_i = 0.21X_i + 10.89$$