

Hydrodynamique :

Branche de l'hydraulique qui étudie les liquides et leur mouvement ($v \neq 0$) (F d'inertie $\neq 0$).

- **Cas des fluides parfaits :**

Les forces agissant sont :

- Les forces de volume (force de pesanteur)
- Les forces de surface (force de pression)
- Les forces d'inertie (accélération)

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc}
 \longrightarrow & \longrightarrow & \longrightarrow \\
 F - \frac{1}{\rho} \text{grad } P & = & \frac{dv}{dt} = a \\
 \uparrow & \uparrow & \uparrow \\
 F & F & F \\
 \text{de volume} & \text{de pression} & \text{d'inertie}
 \end{array}
 \end{array}$$

Ceci est l'équation de la dynamique des fluides parfaits

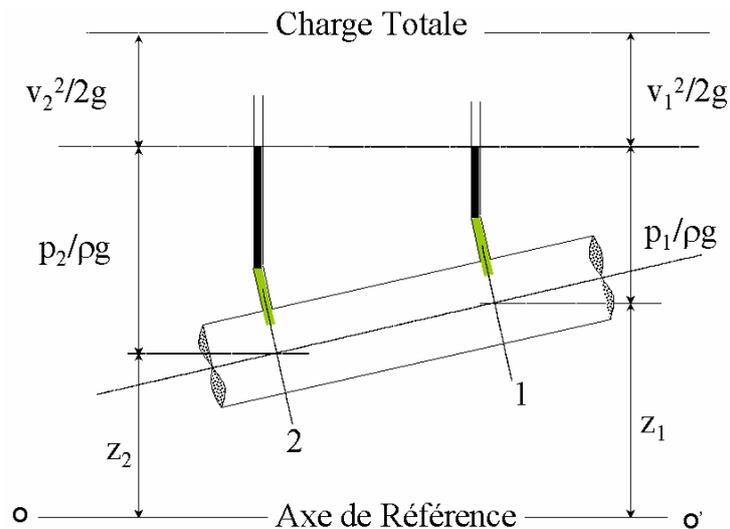
(Equation d'Euler)

- **Equation de Bernoulli appliquée entre 2 points dans un fluide parfait :**

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = H = cte \quad \text{Equation de Bernoulli pour un écoulement parfait permanent non visqueux}$$

Interpretation de l'équation de Bernoulli :

Interpretation géométrique :



Z Hauteur de position

$\frac{P}{\gamma}$ Hauteur piezometrique

$z + \frac{P}{\gamma}$ Charge piezométrique

$\frac{v^2}{2g}$ Hauteur due a la vitesse

H hauteur hydrodynamique

Interpretation énergétique :

Z Energie de position

$\frac{P}{\gamma}$ Energie de pression

$z + \frac{P}{\gamma}$ Energie potentielle

$\frac{v^2}{2g}$ Energie cinétique

$z + \frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}$ Energie mécanique totale

On peut dire que l'équation de Bernoulli traduit la conservation de l'énergie mécanique totale ($\frac{dH}{dx} = 0$) par unité de poids au cours d'un mouvement permanent ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$) d'un fluide parfait (la viscosité $\nu = 0$) incompressible ($\rho = \text{cte}$)

- Cas des fluides réels (existence des Forces de viscosité) :

Les forces agissant sont :

- Les forces de volume (force de pesanteur)
- Les forces de surface (force de pression)
- Les forces d'inertie (accélération)
- Les forces de viscosité (force de frottement)

$$\begin{array}{ccccccc} \begin{array}{c} \rightarrow \\ F - \frac{1}{\rho} \text{grad } P + \nu \nabla^2 v = \frac{dv}{dt} \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ F \quad F \quad F \quad F \\ \text{de volume} \quad \text{de pression} \quad \text{de viscosité} \quad \text{d'inertie} \end{array} & & & & \text{Ceci est l'équation de la dynamique des fluides réels} \\ & & & & \text{incompressibles (Equation de Navier Stokes)} \end{array}$$

Remarques :

Pour des fluides parfaits ($\nu = 0$) => l'équation devient équation d'Euler

Pour des fluides parfaits ou réels qui ne sont pas en mouvement ($\vec{V}=0$) => équation d'hydrostatique

- **Equation de Bernoulli appliquée entre 2 points dans un fluide réel :**

La ou il y a un écoulement y a toujours des forces de frottement qui genent le mouvement « dissipation d'énergie sous forme de perte d'énergie (transformation d'une partie de l'énergie totale en energie thermique) => ΔH_{1-2} Perte de charge totale entre les 2 points

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + \Delta H_{1-2} \quad \text{Equation de Bernoulli pour un écoulement réel permanent visqueux}$$

La repartition des vitesses le long d'une section droite d'écoulement est non uniforme par consequant $\frac{v^2}{2g}$ ne represente pas l'énergie cinétique réelle et pour ne pas tomber dans une contradiction on utilise le coeff α qui le facteur de correction de l'énergie cinétique (coefficient de coriolis) donc on aura $\alpha \frac{v^2}{2g}$

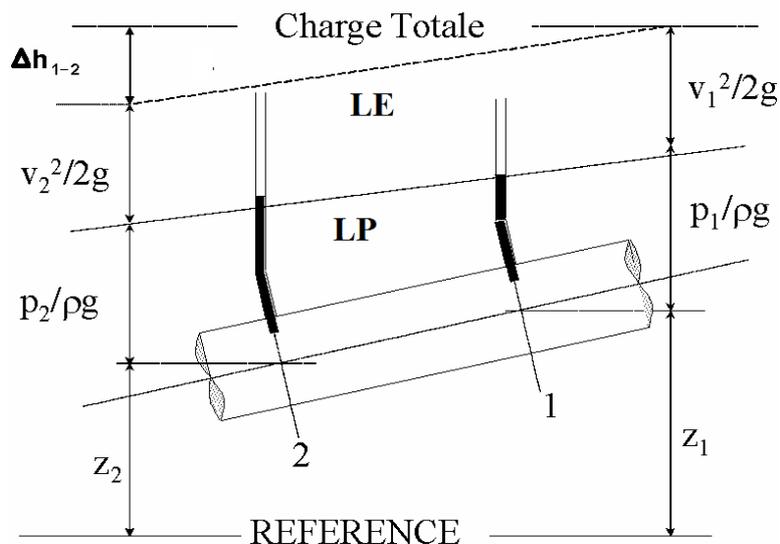
Les valeurs numériques du coeff de correction sont comprises entre 1 et 2

- Pour un écoulement unidimensionnel $\alpha = 1$
- Pour un écoulement turbulent $\alpha = 1,1$
- Pour un écoulement laminaire $\alpha = 2$

Dans la pratique les écoulements sont souvent turbulents une approximation de $\alpha = 1$ se justifie.

L'équation devient : $z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + \Delta H_{1-2}$

Ainsi l'équation de Bernoulli peut etre représenté graphiquement pour les fluides réels comme suit :



Représentation graphique de l'équation de Bernoulli

Avec : L.P Ligne piézométrique L.E Ligne d'énergie