

CHAPITRE III: LOIS DE SIMILITUDES DANS LES POMPES A FLUIDE INCOMPRESSIBLE

III-1 Introduction

Le constructeur fournit à l'utilisateur $(H-Q)$, $(P-Q)$, $(\eta-Q)$ pour une pompe donnée (D fixé) et pour une vitesse de rotation donnée (N fixé) le problème qui se pose est de déterminer les nouvelles caractéristiques quand :

- On modifie la vitesse de rotation ;
- On réduit le diamètre de la roue.

Les lois de similitude sont issues de l'analyse dimensionnelle

III-2 Rappel de la similitude

On essaye de déterminer des paramètres sans dimension qui caractérisent le fonctionnement d'une pompe, sachant que ces paramètres restent constants lorsqu'on modifie N ou D

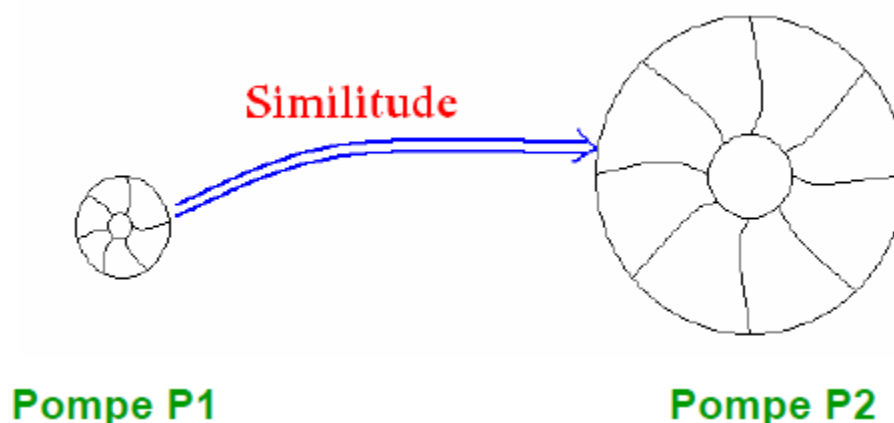


Figure 29 : Similitude et son rôle.

Les pompes P1 et P2 semblables



Similitude dynamique : écoulement semblable dans les roues des pompes en similitude géométrique et cinématique.

Similitude géométrique : rapport entre tous les éléments géométriques de 2 pompes constant.

Similitude cinématique : triangle des vitesses semblables entre points homologues des 2 pompes.

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{b_{\text{sortie pompe2}}}{b_{\text{sortie pompe1}}} = \text{constante}$$

On a 7 variables qui contrôlent le fonctionnement d'une pompe :

N : vitesse de rotation de la roue.

Q : débit pompé.

H : hauteur manométrique.

D : diamètre de la roue.

g : gravité.

ρ, μ : propriétés du fluide.

6 variables retenues : Q, E, N, D, ρ, μ / $E = gH$

Unités utilisées : L, M, T

Théorème des π :

6 variables, 3 unités \Rightarrow (6-3) paramètres sans dimension π_1, π_2, π_3

$$\pi_1 = E^{a_1} \times D^{a_2} \times \rho^{a_3} \times Q$$

$$\pi_2 = E^{b_1} \times D^{b_2} \times \rho^{b_3} \times N$$

$$\pi_3 = E^{c_1} \times D^{c_2} \times \rho^{c_3} \times \mu$$

$$\pi_1 = \frac{Q}{(gH)^{1/2}D^2}$$

$$\pi_2 = \frac{ND}{(gH)^{1/2}}$$

$$\pi_3 = \frac{\nu}{D(gH)^{1/2}}$$

Nouveaux critères de fonctionnement

$$\pi_4 = \frac{\pi_1}{\pi_3} = \frac{Q}{\nu D}$$

$$\pi_5 = \pi_2 \sqrt{\pi_4} = \frac{NQ^{1/2}}{(gH)^{3/4}}$$

$$\pi_6 = \frac{\pi_1}{\pi_2} = \frac{Q}{ND^3}$$

$$\pi_7 = \frac{gH}{N^2 D^2}$$

π_7 est utilisé pour remplacer un des trois paramètres sans dimension

III-3 Etude théorique de la similitude

III-3-1- Nombre de Reynolds

$$Re = \pi_4 = \frac{Q}{\nu D}$$

Pour deux pompes semblables Re constante mais l'identité des régimes d'écoulement (laminaire, turbulent) et des profils de vitesse n'est pas garantie.

Re joue sur les pertes de charge à l'intérieur de la pompe h_p sachant que pour une bonne pompe $h_p \approx 5\%H$ (Re est abandonné dans la similitude).

III-3-2- Vitesse spécifique $\pi_5 = \frac{NQ^{1/2}}{(gH)^{3/4}}$ vitesse sans dimension

$$N_s = \frac{NQ^{1/2}}{H^{3/4}}$$

Avec : N (tr/mn), Q (m³/s), H (m)

En appliquant la loi de similitude on aura :

- ❖ Pour une pompe : N_s ne varie pas avec N
- ❖ Pour deux pompes semblables N_s est la même

Si N = cte et Q = cte : N_s grande → H faible

Si N = cte et H = cte : N_s grande → Q grand

Si Q = cte et H = cte : N_s grande → N grande (pompe petite)

Vitesse spécifique N _s	Nature
20 - 100	Pompes centrifuges H élevée, Q faible : écoulement radial
90 - 180	Pompes helico-centrifuges H intermediaire : écoulement mixte
160 - 360	Pompes Helices H faible, Q élevé : écoulement axial

Remarque :

La vitesse spécifique est calculée au point de rendement maximal.

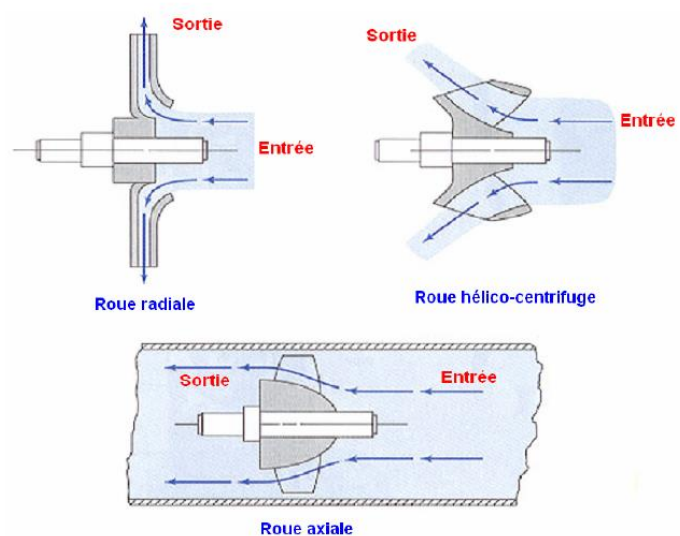


Figure 30 : Ecoulement dans les turbopompes.

III-3-3- Débit spécifique

$$Q_s = \pi_6 = \frac{Q}{ND^3}$$

En appliquant la loi de similitude Q_s reste constant

Pour une même pompe ($D = \text{cte}$)

Quand N varie, le débit Q varie avec N

Pour 2 pompes semblables :

$$\text{Si } N = \text{cte} \quad \frac{Q_2}{Q_1} = \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^3$$

III-3-4- Hauteur spécifique

$$H_s = \pi_7 = \frac{gH}{N^2 D^2}$$

En appliquant la loi de similitude H_s reste constant

Pour une même pompe ($D = \text{cte}$)

Quand N varie, la hauteur H varie avec N^2

Pour 2 pompes semblables :

$$\text{Si } N = \text{cte} \quad \frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2$$

III-4 Utilisation pratique des lois de similitude (modification des caractéristiques d'une pompe)

Si l'ingénieur hydraulicien n'arrive pas à choisir la pompe à partir du catalogue du constructeur vu le problème de non coïncidence du point de fonctionnement $P (Q_p, H_p)$ sur l'ensemble des courbes caractéristiques des pompes présentées dans le catalogue, une question se pose alors ; comment l'ingénieur peut choisir la pompe convenable, pour cela il existe des méthodes de résolution possibles qu'on va énumérer en détail ;

III-4-1- Méthode de variation de la vitesse de rotation

Critères de fonctionnement : Q_s et H_s , N_s caractérise le type de pompe

Description	Une même pompe	
	Fonctionnement 1	Fonctionnement 2
Roue : diamètre sortie	D_1	D_1
Débit	Q_1	Q_2
Hauteur manométrique	H_1	H_2
Vitesse de rotation	N_1	N_2
Puissance absorbée	P_1	P_2

Egalité des hauteurs spécifiques

$$\frac{gH_1}{N_1^2 D^2} = \frac{gH_2}{N_2^2 D^2}$$

Egalité des débits spécifiques

$$\frac{Q_1}{N_1 D^3} = \frac{Q_2}{N_2 D^3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \\ \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{N_2}{N_1} \end{array} \right\} \text{ou } \frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^2$$

Rapport des puissances

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho g Q_2 H_2}{\rho g Q_1 H_1} = \frac{Q_2 H_2}{Q_1 H_1} \quad \text{même rendement}$$

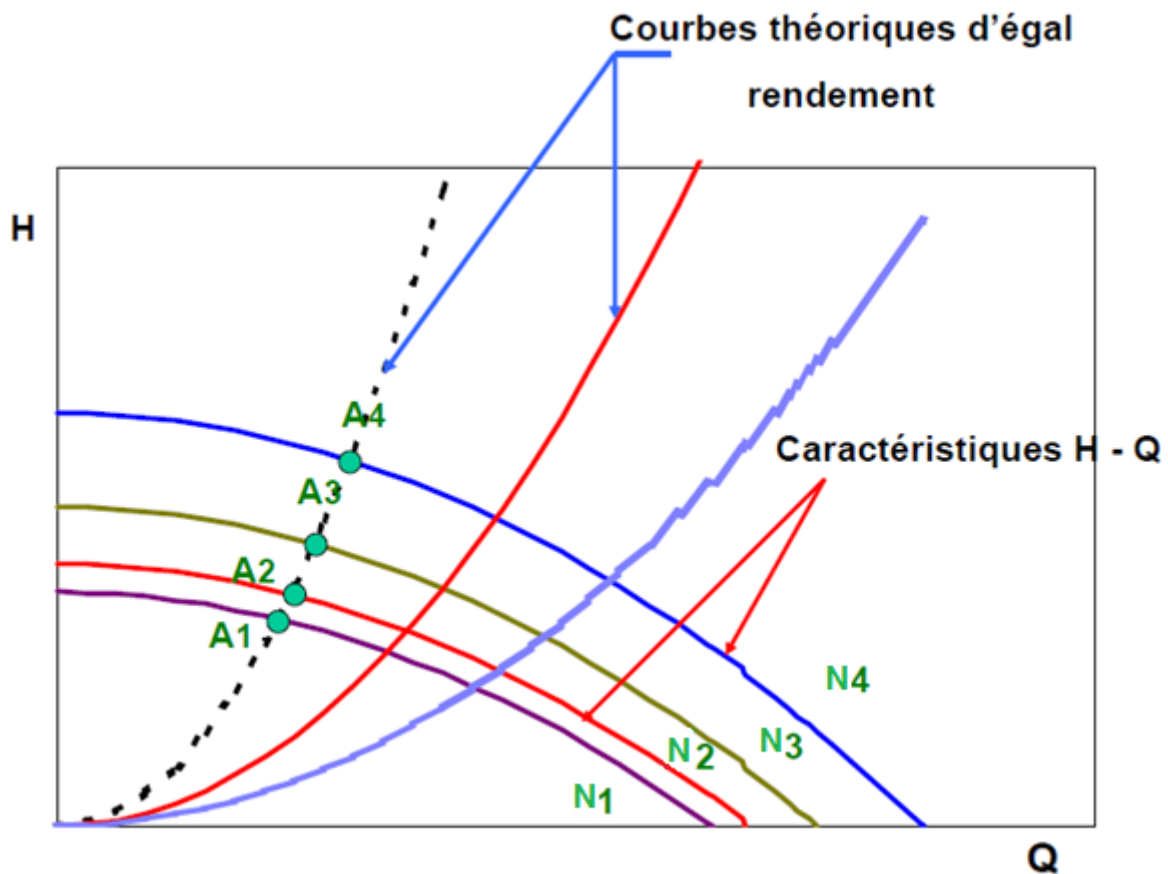
$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^3$$

Quand N varie : Q varie avec N , H varie avec N^2 , P varie avec N^3

Pour une même pompe (D = cte)

Les régimes de fonctionnement semblables quand N varie sont définis par :

$$\frac{H_2}{Q_2^2} = \frac{H_1}{Q_1^2} = \text{cte} \rightarrow \text{Paraboles d'axe verticale}$$



A1, A2, A3, A4 Points de fonctionnement semblables

Figure 31 : Les régimes de fonctionnement.

L'inconvénient qui se pose dans cette méthode est la difficulté de faire varier la fréquence du courant électrique.

III-4-2- Méthode de Rognage de la roue

Le rognage est une opération de diminution du rayon de la roue dans le cas où le point de fonctionnement ne coïncide pas avec $H = F(Q)$ de la pompe.

On dispose de la caractéristique H-Q de la pompe suivante :

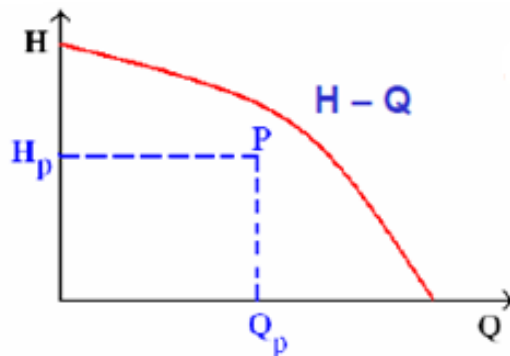


Figure 32 : Point de fonctionnement désiré (P) de coordonnées Q_p, H_p .

Pour obtenir le point P \rightarrow on doit réduire le débit et la hauteur de la pompe.

Solution possible \rightarrow Rogner la roue : réduire le diamètre de la roue.

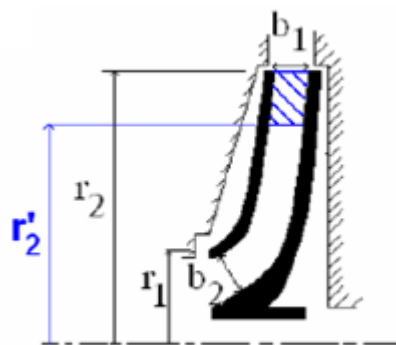


Figure 33 : Rognage de la roue.

Implication cinématique

La vitesse d'entraînement à la sortie de la roue est modifiée

$$U_2 = 2\pi r_2 N \rightarrow U'_2 = 2\pi r'_2 N$$

$\frac{U'_2}{U_2} = \frac{r'_2}{r_2} = \frac{D'_2}{D_2} \rightarrow$ Modification du triangle des vitesses à la sortie

Similitude \rightarrow Triangle des vitesses semblables

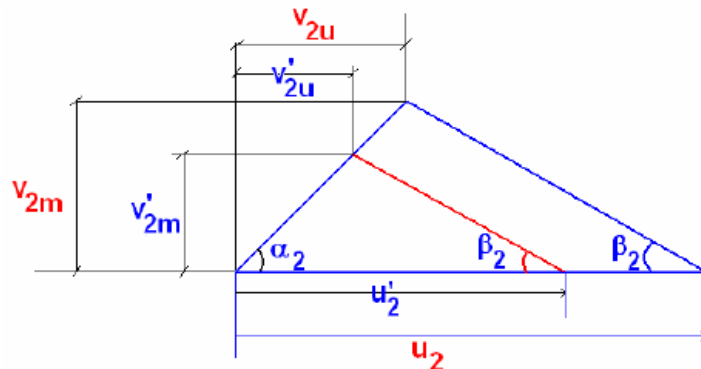


Figure 34 : Triangle des vitesses avant et après rognage.

Pour une roue radiale ou axiale H_{th} est maximale

$$H_{th} = \frac{U_2 V_{2u}}{g}$$

On obtient les relations suivantes :

$$\frac{h'_{th}}{h_{th}} = \frac{U'_2 V'_{2u}}{U_2 V_{2u}} = \left(\frac{D'_2}{D_2}\right)^2 = \frac{H'}{H} \text{ même rendement hydraulique}$$

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{2\pi r'_2 V'_{2m} b_2}{2\pi r_2 V_{2m} b_2} = \left(\frac{D'_2}{D_2}\right)^2 = \frac{H'}{H}$$

Calcul du rognage

On connaît la caractéristique de la roue initiale : diamètre D_2

On désire obtenir un point de fonctionnement (point P) : Q_p , H_p , D'_2

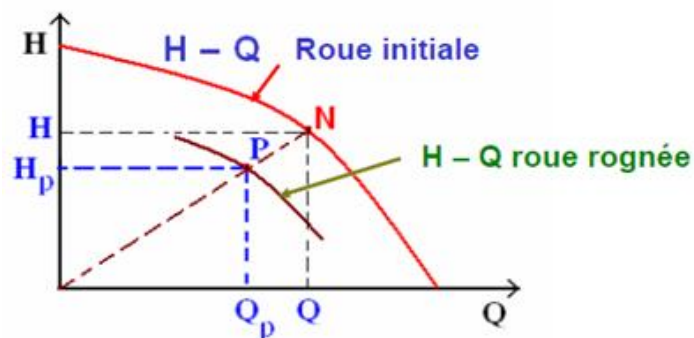


Figure 35 : Caractéristique H-Q de la roue rognée.

Similitude de fonctionnement entre les points N et P

$\frac{Q_p}{Q} = \frac{H_p}{H} = \left(\frac{D_2'}{D_2}\right)^2 \rightarrow$ Les points N et P sont situés sur la droite issue de l'origine.

Calcul du diamètre D_2' de la roue rognée

$$\frac{D_2'}{D_2} = \sqrt{\frac{Q_p}{Q}} = \sqrt{\frac{H_p}{H}}$$

\rightarrow Connaissant D_2' on construit la caractéristique de la roue rognée

Remarques :

- En pratique on peut rogner autour des aubes d'une roue une proportion atteignant au max 12 à 15 %
- Pour un rognage de 5 à 10% le rendement peut diminuer de 1 à 2 %

III-4-3- Méthode de vannage sur refoulement

Soit une pompe débitant un débit Q a la hauteur H

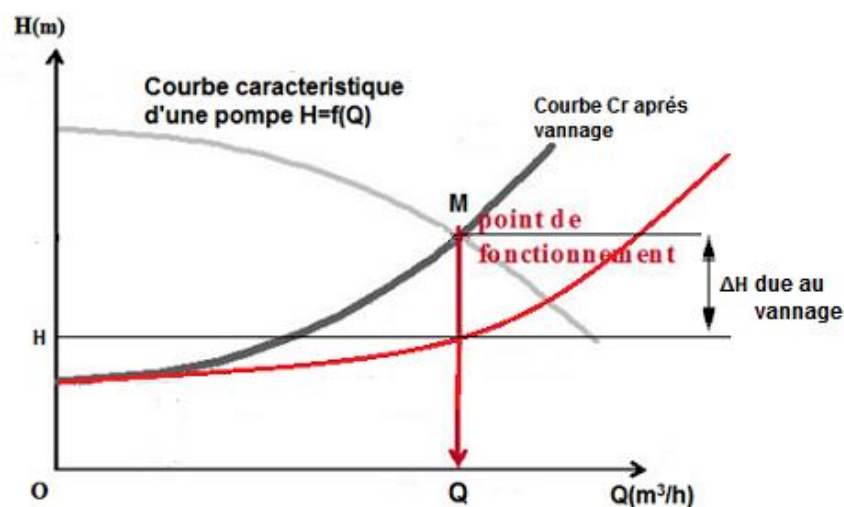


Figure 36 : Variation du point de fonctionnement avec vannage.

La méthode de vannage consiste à créer une perte de charge locale de telle sorte à garder le débit Q désirée mais la hauteur augmente.

L'inconvénient de cette methode est l'augmentation des dépenses d'énergie (frais d'exploitation).

III-4-4- Méthode de réduction du temps de pompage

On veut débiter Q à la hauteur H par pompage continue avec ($Q = 100\text{l/s}$, $H_{mt} = 100\text{m}$), mais en réalité la pompe débite $Q' = 110\text{l/s}$ à la hauteur $H' = 110\text{m}$.

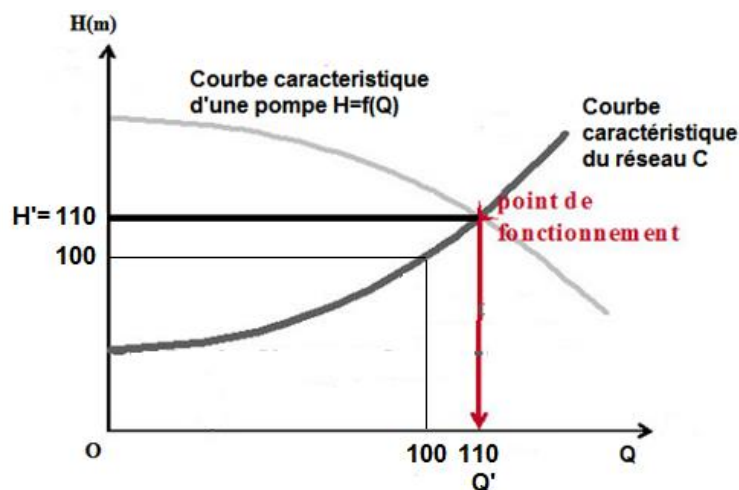


Figure 37: Variation du point de fonctionnemen avec reduction du temps de pompage.

$$(100\text{l/s}, 100\text{m}) \rightarrow T_p = 24 \text{ heures} \rightarrow V = Q T_p$$

$$(110\text{l/s}, 110\text{m}) \rightarrow T_p' = ? \text{ heures} \rightarrow V = Q' T_p'$$

$$\text{A condition que } V = V' \rightarrow Q T_p = Q' T_p'$$

$$T_p' = \frac{Q}{Q'} \times T_p < 24 \text{ heures}$$

Cette méthode ne peut pas s'appliquer aux forages qui ne peuvent être surexploités (plus de leur Q).