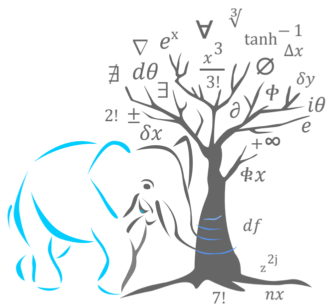
Faculté des sciences exactes - Département des sciences de la matière
Module - Méthodes numériques et Programmation
Devoir à domicile 1er semestre - 2ème année Licence Chimie

Il est demandé aux étudiants (es) de "soigner" la copie. L'évaluation prend en compte la qualité de la présentation

" Le hasard ne favorise que les esprits préparés ..."
Louis Pasteur ‡ Chimiste et Physicien Français du XIXe siècle



Après réception des copies, la correction des exercices sera disponible sur mon site web : https://sites.univ-biskra.dz/kenouche/

EXO 1 ☞ (6 pts)

1. Soit l'intégrale définie par :

$$I(f) = \int_0^1 exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\, dx = +\,0.85607604618968$$

2. Évaluer numériquement cette intégrale en utilisant les méthodes du *point milieu* et du *trapèze*. Prendre $n = 6$ sous-intervalles pour chaque méthode. Conclure.

3. Déterminer pour la méthode de *point milieu*, le nombre de sous-intervalles n permettant d'atteindre une erreur d'intégration Err inférieure à 10^{-6}. Nous rappelons l'expression de l'erreur théorique :

$$\text{Err} \leq \frac{1}{2}\,\frac{(b-a)^2}{n}\,\max_{x\in[a,b]}\left|f^{(1)}(x)\right| \qquad (1)$$

EXO 2 ☞ (6 pts)

Considérons l'équation non-linéaire suivante :

$$f(x) = x \,+\, e^x \,+\, 1 \qquad (2)$$

1. Trouver la racine x^* vérifiant $f(x = x^*) = 0$ en utilisant les méthodes de *point fixe* et de *Newton*. Prendre $x_0 = -1/2$ comme valeur initiale, commenter les résultats obtenus. Le critère d'arrêt est : $|x_{n+1} - x_n| \leq \varepsilon$, avec $\varepsilon = 10^{-4}$ est la tolérance considérée.
2. Donner le nombre d'itérations conduisant à la solution approchée.

EXO 3 ☞ (8 pts)

Considérons le problème de Cauchy suivant :

$$P : \begin{cases} y^{'}(t) - y(t) = e^{2\,t} & \forall t > 0 \\ y(0) = 2 \end{cases} \tag{3}$$

La solution analytique (exacte) est donnée par $y(t) = e^{t} + e^{2\,t}$.

– Résoudre numériquement en utilisant la méthode de *Crank-Nicolson* le problème de Cauchy ci-dessus. Faire six (06) itérations pour un pas de discrétisation $h = 0.1$.

– Calculer l'erreur $e_n = |y(t_n) - u_n|$ commise à chaque instant t entre la solution numérique et la solution analytique. Commenter.

On donne le schéma numérique de Crank-Nicolson :

$$\begin{cases} u_{n+1} = u_n + \dfrac{h}{2}\left\{f(t_n, u_n) + f(t_{n+1}, u_{n+1})\right\} & \forall t \in \mathbb{R}^{+}, \forall n \in \mathbb{N} \\ y(t_0) = u_0 \end{cases} \tag{4}$$