السلسلة الثالثة

الاهتزازات الحرة المتخامدة ذات درجة حرية واحدة

Damped free vibration of a single degree of freedom system

ملاحظة: في كل تمارين هذه السلسلة تعتبر الاهتزازات صغيرة.

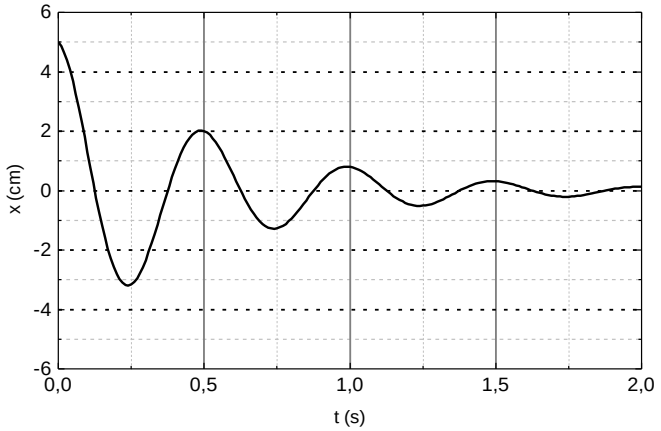
التمرين الأول:

توضع كتلة $m = 25Kg$ فوق قاعدة مطاطية مهملة الكتلة لتنضغط بـ $6.1cm$. عند سحب الكتلة عن وضع توازنها بـ $5cm$ وتركها تهتز حرة، نقوم بتسجيل أوضاع الكتلة بواسطة جهاز خاص فنتحصل على الشكل المقابل، إذا اعتبرنا الجملة عبارة عن نابض ثابت مرونته K ومخمد لزوجي بثابت α.

المطلوب

1- مثل الشكل الميكانيكي المكافئ.
2- اكتب المعادلة التفاضلية والشكل العام للحل $x(t)$
3- باستعمال البيان احسب كل من K و α
4- تحقق من حساب K بطريقة أخرى

تأخذ $g = 9.81m/s^2$



الشكل 1

التمرين الثاني:

لدينا الجهاز الميكانيكي الممثل في الشكل المقابل، حيث $m = 1.2Kg$ و $K = 200N/m$، يمكن تسجيل $x(t)$ بالنسبة لموضع التوازن بواسطة جهاز خاص.

I- يملأ المخمد بسائل قليل اللزوجة وتزاح الكتلة عن وضع توازنها بمقدار $X_0 = 5cm$ وتترك حرة بدون سرعة ابتدائية نتحصل على منحنى جيبي حيث نلاحظ نقص في السعة ب 30% بعد $5T_a$.

المطلوب:

1- أحسب التناقص اللوغاريتمي، والضياع النسبي في الطاقة بين اللحظتين $t_1 = 0$ و $t_2 = 5T_a$

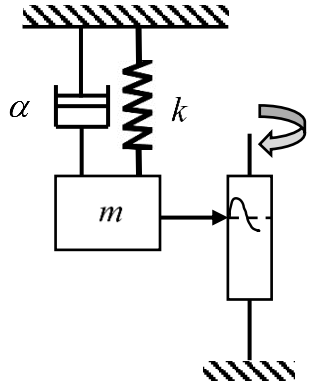
تعطى العلاقة كالتالي $\boxed{\Delta E/E = (E_2 - E_1)/E_1}$

2- ما هو التغير النسبي في الدور (بين T_0 و T_a) حيث $\boxed{\Delta T/T = (T_a - T_0)/T_0}$

3- إذا نعتبر $T_0 = T_a$، أحسب معامل اللزوجة α

II- نغير سائل المخمد ليصبح المنحنى المسجل مطابق للنظام الحرج.

1- أحسب معامل اللزوجة الموافق α_c
2- أوجد موضع الكتلة في اللحظتين $t_1 = 1T_0$ و $t_2 = 5T_0$
3- أحسب الطاقة الضائعة بين اللحظتين $t = 0$ و $t_1 = 1T_0$ ، ماذا تستنتج من المقارنة بين الحالتين I و II



الشكل 2

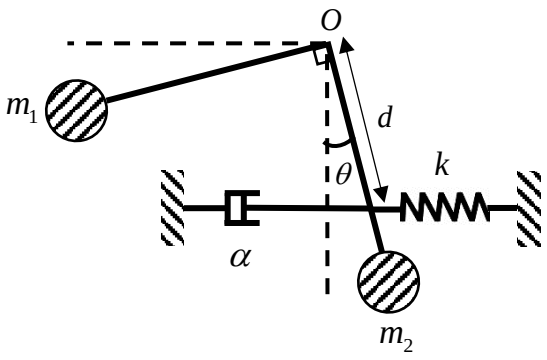
التمرين الثالث:

في الشكل 3، الساقين صلبتين ومهملتي الكتلة والزاوية بينهما قائمة تدوران حول النقطة O وطولهما (ℓ)، يكون النظام في حالة التوازن عند $(\theta = 0)$

1- اكتب عبارتي كل من $E_p(\theta)$ و $E_c(\theta)$.

2- من شرط التوازن استنتج العبارة المختصرة للطاقة الكامنة.

3- أكتب المعادلة التفاضلية للحركة $\theta(t)$ وناقش حلها حسب قيم α



الشكل 3

"The harder you work for something, the greater you'll feel when you achieve it"