وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة محمد خيضر –بسكرة–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم التجارية

محاضرات في مقياس الإحصاء الوصفي

تماريـــــــــــن وحلول

مطـبــــوعة موجــــهة الى طلبة السنة الأولى (**LMD**)جذع مشترك

علوم اقتصادية وتجارية وعلوم التسيير

إعداد الدكتورة: بركان دليلة

الموسم الجامعي **2020/2019**

الهدف من المطبوعة

يحظى التحليل الإحصائي باهتمام الباحثين في شتى العلوم والمجالات المختلفة،ويعد علم الإحصاء واحدا من أكثر التخصصات أهمية،ووسيلة هامة للإجابة عن تساؤلات وفرضيات الأبحاث والدراسات،فلا يكاد يخلو أي بحث أو دراسة من أساليب التحليل الإحصائي.

نهدف من خلال هذه المطبوعة إلى تقديم الأسس العامة للإحصاء الوصفي،والتي تفيد الطالب او القارئ في اكتساب مهارة اختيار الاساليب المناسبة لدراسة البيانات بطريقة صحيحة،والتعريف بأنواع البيانات ووصفها،وعرضها وتلخيصها في شكل جداول ورسومات بيانية وتحليلها وصولا الى تحليل واستقراء النتائج بشكل منهجي أكاديمي،ومن ثم الوصول الى الهدف النهائي والأساسي وهو اتخاذ القرارات السليمة والمناسبة.

وتتناول هذه المطبوعة عرض موجز لمجموعة من المحاور تمكن الطالب من تذكر أهم الخصائص والقوانين التي يحويها كل محورأردنا دراسته مدعما ومتبوعا بمجموعة معتبرة من التمارين محلولة وكذا تمارين مقترحة، و اقتراح مواضيع امتحانات مع حلولها،و تتمثل هذه المحاور فيما يلي:

المحور الأول :مدخل للإحصاء الوصفي تناول هذا المحور مفاهيم عامة للإحصاء(علم الإحصاء،المجتمع الإحصائي،الوحدة الإحصائية،العينة وأنواعها،الصفة وأنواعها، مراحل المنهج الإحصائي).

المحور الثاني :عرض البيانات الإحصائية وتناول هذا المحوركل من العرض الجدولي والتمثيل البياني للبيانات حسب نوع المتغير.

المحور الثالث :مقاييس النزعة المركزية وتطرق هذا المحور إلى كل من الوسط الحسابي،الوسيط،المنوال،الوسط الهندسي والوسط التوافقي.

المحور الرابع :تناول هذا المحوركل مقاييس التشتت النسبية والمطلقة منها المدى،بالإضافة إلى كل من الانحراف المعياري والتباين و غيرها.

المحور الخامس :تناول هذا المحور مقاييس الشكل متمثلة في معاملات الالتواء والتفلطح.

المحور الأول: مدخل للإحصاء الوصفي

أولا: تعريف الإحصاء

لغة: الإحصاء مصطلح مشتق من احصى يحصي، إحصاء أي عد الشيء وضبطه.

اصطلاحا: هو مجموع الطرق العلمية التي يتم بواسطتها تجميع وتنظيم وتلخيص وعرض وتحليل المعطيات حول ظاهرة ما او عدة ظواهر ومن ثم استخلاص نتائج او اتخاذ قرارات او اجراء تقديرات وتوقعات.

ويعرف بانه: "عبارةعن مجموعة الطرق المستعملة في جمع البيانات والمشاهدات وطرق عرض هذه البيانات وتلخيصها."

كمايعرف ايضابأنه" عبارة عن مجموعة الطرق المستعملة في تحليل البيانات الإحصائية المتوفرة، واتخاذ القرارات الحكيمة في مواجهة الظواهر العشوائية التي تحيط بنا."

ثانيا: أنواع الإحصاء: يقسم الإحصاء الى نوعين وهما:

1- **الإحصاء الوصفي**: هو الذي يهتم بوصف وتحليل المفردات، كأن يقوم بعرضها في جداول إحصائية او رسومات بيانية ويقيس مدى تباعدها وتبعثرها، او يحدد مدى نزعتها نحو مركز المعطيات. فهو يشمل مجموعة من المبادئ الإحصائية التي تساعد على وصف الظواهر الإنسانية و الاجتماعية، أي المقاييس الوصفية التي تساعد الباحث على وضع البيانات في صورة يسهل فهمها وتفسيرها ومعرفة درجة توفرها في المجتمع الأصلي.

2- **الإحصاء الاستدلالي**: هو ذلك الفرع من الإحصاء الذي يمتد الى استخراج نتائج حول المجتمع ككل من خلال اجراء دراسة على عينه منه، كاتخاذ قرارات و اصدار احكام او توقعات او احتمالات، وذلك بناء على نتائج الإحصاء الوصفي.

ثالثا: مفاهيم أساسية حول بعض المصطلحات الإحصائية

1- **الفرد**: ويسمى بالوحدة الإحصائية او المفردة وهي كل كائن معني بالدراسة الإحصائية سواء اكان انسانا او حيوانا او شيئا ساكنا او متحركا.

2- **المجتمع**: هو مجموع المفردات المشتركة في الصفة المعنية بالدراسة الإحصائية، وقد يكون محدود او غير محدود.

-**المجتمع المحدود** :يعتبرالمجتمع محدودا اذاكان بالإمكان حصرجميع وحدات الدراسة فمثلاطلاب الجامعةالجزائرية يعتبرمجتمعامحدودا.

-**المجتمع غيرالمحدود** :في المجتمع غيرالمحدود فان اسلوب دراسةجميع وحدات المجتمع والذي يطلق عليه **بأسلوب الحصر الشامل** يصبح مستحيلا.

3- **العينة**:هي جزء من المجتمع الاحصائي يتم اختيارها بطرق مختلفة بغرض دراسةهذا المجتمع، ونلجأ اليها من اجل استخراج النتائج المطلوبة في وقت قصير لاستحالة دراسة كافة مفردات المجتمع،ولتوفير الجهد والتكاليف او حسب طبيعة الدراسة المطلوبة او المجتمع المدروس.

4- **أنواع العينات**: هناك نوعين رئيسيين من العينات يتمثل النوع الأول في العينات غير العشوائية او العمدية اما النوع الثاني فهو العينات العشوائية وتتمثل هذه الاخيرة في الأنواع التالية:

4-1-العينة العشوائية البسيطة:ويتم اختيار هذه العينة بحيث تكون فرص اختيار جميع مفرداتهامن المجتمع الاحصائي متكافئة،هذه العينة تسحب عناصرها عشوائيااما بإتباع طريقة القرعة او بترقيم عناصر المجتمع الاحصائي ثم اللجوء الى جدول الارقام العشوائيةلسحب العناصرالمناسبة لكل رقم عشوائي.

4-2-العينةالعشوائية الطبقية :يشترط في اختيار هذاالنوع من العينات ان تحافظ على نفس خصائص المجتمع من حيث تقسيماته الممكنة،وتستخدم عندما يكون المجتمع مقسماالى مجموعات بحيث تتشابه افرادكل مجموعة في الصفات،حيث تسمى كل مجموعةبالطبقة.

4-3-العينة العشوائية المنتظمة(النظامية): هي عينة يتم اختيارعناصرهاباتباع الخطوات التالية:

-ترقيم حجمالمجتمع من 0الى n

- حساب حجم العينة

-حساب مقدار الزيادة المنتظمة حيث: **مقدار الزيادة المنتظمة**$=\frac{\text{حجم المجتمع}}{\text{حجم العينة}}$

- اختيار رقم عشوائي من المجتمع المرقم سابقا ثم نضيف مقدار الزيادة المنتظمة للرقم الأول وهكذا نواصل إضافة مقدار الزيادة المنتظمة حتى نكمل حجم العينة.

4-4-العينة العشوائيةالعنقودية :هي عينةيتم تكوينها باتباع عدةمراحل تبدأ في تقسيم المجتمع الى مجموعة جزئيةثم نختارمن هذه الأخيرة مجموعة واحدة بطريقةعشوائية ونقسمهاايضاالى مجموعات جزئيةنختار منهاأيضا واحدةبطريقة عشوائيةوهكذاالى ان نصل الى أصغرمجموعة جزئية والتي نختار منهاعناصرالعينة المطلوبة.

4-5- العينة العشوائية المرحلية: نختار فيها المفردات على مرحلتين او اكثر مثلا دراسة اذواق المستهلكين في الريف الجزائري المكون من 5000 قرية يكون ذلك كان نسحب في المرحلة الأولى عينة من القرى، و في مرحلة ثانية نسحب عينة من الاسر من كل قرية(عينة ذات مرحلتين).

5-المتغير الاحصائي: يتمثل المتغير الاحصائي في:

- **البيانات الوصفية(الصفةالنوعية)** :لايمكن التعبيرعن حالتهابأرقام حيث لايمكن قياسها أي هي البيانات التي تصف افرادالمجتمع الاحصائي.**مثل**:لون الشعر،العيون اوالبشرة.

- **البيانات الكمية(الصفةالكمية)**:هي صفةيعبرعن حالاتهابأرقام اي يمكن قياس حالاتها المختلفة.

اي هي البيانات التي يقاس فيهاافرادالمجتمع الاحصائي بمقاييس كمية(رقمية.)**مثل** :اطوال الطلاب وتقاس بالسنتيمتر،اوزان الطلاب وتقاس بالكيلوغرام،اجورالعمال وتقاس بالدينار ...وتنقسم بدورهاالى نوعين هما:

أ .**صفةكمية متقطعة** :هي صفةكميةتأخذحالاتها قيماًثابتة ومحددة (رقما واحدامحددا) لاتقبل وحدات قياسهاالتجزئة **مثل**:عددالطلبة المسجلين في تخصص معين،عددالاطفال في كل عائلة...

ب.صفةكميةمستمرة(متصلة) :هي صفةكمية يمكن تجزئة وحدات قياسهاونعبر عنها بمجالات . **مثل** :اطوال مجموعةمن الطلبةاواجورالعمال...

6-**اساليب جمع البيانات** :يتحدد الأسلوب المستخدم في جمع البيانات،حسب الهدف من البحث،وحجم المجتمع محل البحث، وهناك أسلوبين لجمع البيانات هما:

أ.**أسلوب الحصر(المسح) الشامل** :حيث تعتمد هذه الطريقة على المسح ودراسةجميع افراد المجتمع المراددراسته،ومما لا شك فيه ان هذه الطريقة تتميزبالدقة ولكنهاشاقة ومتعبة ومكلفة ايضا.

ب.أسلوبالمعاينة(الحصر الجزئي):يعتمدهذاالأسلوب على معاينةجزءمن المجتمع محل الدراسة،يتم اختياره بطريقة علميةسليمة،ودراسته ثم تعميم نتائج العينةعلى المجتمع.

7-مراحل المنهج الاحصائي: تتمثل مراحل المنهج الاحصائي فيما يلي:

1-جمع البيانات الإحصائية؛

2-عرض البيانات الاحصائيةوتنظيمها؛

3-تحليل ومعالجة البيانات الإحصائية؛

4-النتائج لاتخاذالقرار.

تمارين وحلول

التمرين الاول:أجب عن الأسئلة التالية:

1. ما الفرق بين الإحصاء الوصفي والإحصاء الاستدلالي؟
2. ما المقصود بالمجتمع الاحصائي وبالعينة الإحصائية؟
3. لماذا نلجأ – في أغلب الأحيان–إلى سحب عينة عشوائية من المجتمع ودراستها بدلا عنه؟
4. لماذا نلجأ إلى السحب العشوائي لمفردات العينة من المجتمع؟
5. ما المقصود بمعلمة المجتمع وإحصاءة العينة؟ أيهما أدق (أيهما الخالي من الأخطاء العشوائية)؟
6. ما هي الأخطاء العشوائية؟ وما تأثيرها على العينات؟ وكيف يمكن التقليل من آثارها؟

الحل

1- الفرق بين الإحصاء الوصفي و الإحصاء الاستدلالي هو ان الإحصاء الوصفي يتوقف على جمع وتنظيم تحليل و عرض البيانات، و حساب بعض المؤشرات، اما الإحصاء الاستدلالي فيمتد الى اتخاذ قرارات و اصدار احكام و التنبؤ بنتائج ظواهر معينة.

2- المجتمع الاحصائي هو مجموعة من الافراد او الأشياء كمجموعة من المؤسسات، مجموعة اسر، والتي تتميز بخصائها المشتركة والخاضعة للدراسة، وهناك نوعين من المجتمع المحدود وغير المحدود. اما العينة الإحصائية فهي ذلك الجزء المأخوذ من المجتمع والذي يشترط فيه ان يمثله أحسن تمثيل.

3- نلجأ –في غالب الأحيان– الى سحب عينة عشوائية من المجتمع و دراستها بدلا عنه و ذلك لأسباب منها صعوبة اجراء الدراسة على المجتمع ككل، توفير الجهد و الوقت و التكلفة، و اهم عنصر و هو طبيعة الدراسة التي تقتضي اخذ عينة و دراستها بدل القيام بمسح شامل للمجتمع.

4- نلجأ الى السحب العشوائي لمفردات العينة في المجتمع حتى نعطي لكافة العناصر نفس فرصة الظهور في عملية السحب و تكون العينة دقيقة و تمثل احسن تمثيل للمجتمع.

5- المقصود بمعلمة المجتمع المعيار او المقياس الذي من الممكن الحصول عليه من المجتمع، اما المعيار الذي نتحصل عليه من العينة فنسميه الاحصاءة او الإحصائية مثل الوسط الحسابي اذا حسبناه من المجتمع نسميه المعلمة و نرمز له بالرمز μ اما اذا حسبناه من العينة فنسميه احصاءة و نرمزله بالرمز $\bar{X}$.

6- الأخطاء العشوائية هي كافة العوامل المعقدة والتي تؤثر على نتائج التجربة العشوائية، وتؤثر على العينات من خلال التقليل من جودة تمثيلها للمجتمع سواء بشكل كبير او صغير،ويمكن التقليل من

تأثيرهاعن طريق اما تكرار التجارب لعدد كبير من المرات حتى الحصول على نتائج متقاربة، او زيادة حجم العينة.

التمرين الثاني

في كل من الحالات التالية، حدد المجتمع الإحصائي المدروس، ثم اذكر أي الأساليب أفضل لجمع المعطيات: الحصر الشامل أم الحصر الجزئي (دراسة عينة).

1. جمعية جهوية مكونة من 25 مركز تكوين مهْني، ترغب في الحصول على أحدث المعطيات حول المسجلين في مراكزها.
2. بعد إجراء الانتخابات وفرز الأصوات، تريد اللجنة المنظمة للانتخابات الرئاسية معرفة النسبة النهائية التي حصل عليها كل مترشح.
3. تريد شركة بها 1000 عامل القيام بدراسة الموقف السلوكي لعمالها تجاه قراراتها الإدارية الأخيرة حول الأجر وساعات العمل.
4. ترغب مديرية المنافسة والأسعار القيام بدراسة حول مدى صلاحية الحليب المباع في الأسواق.
5. ترغب شركة صناعية مختصة في إنتاج الآلات الكهرومنزلية في دراسة أفضل الألوان التي يفضلها المستهلكون.

الحل:

1- يتمثل المجتمع الاحصائي المدروس في المسجلين بمراكز التكوين المهني، اما الأسلوب الأفضل للدراسة فهو المسح الشامل، اذ يجب الاخذ بعين الاعتبار كل الطلبة المسجلين في المراكز للحصول على أحدث المعطيات التي تخصهم.

2- في حالة الانتخابات فالمجتمع الاحصائي المدروس هو الناخبين، وهنا الأسلوب الأفضل لجمع المعطيات هو المسح الشامل لمعرفة النسبة النهائية التي حصل عليها كل مترشح.

3- لمعرفة راي عمال مؤسسة بها 1000 عامل حول قرارات تخص الاجر وساعات العمل في هذه الحالة فان المجتمع الاحصائي المدروس هو عمال المؤسسة، ومن الأفضل اخذ عينة عشوائية لمعرفة آرائهم و ذلك لتجنب تعطيل اعمال المؤسسة.

4- لمعرفة مديرية المنافسة والأسعار مدى صلاحية منتوج الحليب المباع في الأسواق فان المجتمع المدروس هو مادة الحليب، والأسلوب الأفضل لجمع المعطيات هو اخذ عينة عشوائية من هذه المادة لصعوبة الحصول عليها كاملة من السوق.

5- لمعرفة أفضل الألوان التي يفضلها المستهلكون للآلات الكهرومنزلية فان المجتمع المدروس هو المستهلكين، اما أسلوب جمع البيانات فهو اخذ عينة من المستهلكين.

التمرين الثالث:للمنهج الإحصائي أربع مراحل

المطلوب :أعدرسم الجدول أدناه ثم املأه وذلك:

1.بذكراسم كل مرحلة من مراحل المنهج الإحصائي

2.بتحديد أي هذه المراحل ينتمي للإحصاءالوصفي،وايها ينتمي للإحصاءالاستدلالي

3.اعط مثال بسيط عن كل مرحلة.

	أسماء مراحل المنهج الاحصائي	وصفي/استدلالي	مثال
المرحلة الأولى			
المرحلة الثانية			
المرحلة الثالثة			
المرحلة الرابعة			

الحل

	أسماء مراحل المنهج الاحصائي	وصفي/استدلالي	مثال
المرحلة الأولى	جمعالمعطيات	وصفي	سحبعينةمنالطلبةوقياسأطوالهم.
المرحلة الثانية	عرض المعطيات	وصفي	رسمالمدرجالتكراريلأطوالالطلبة
المرحلة الثالثة	المعالجة الرياضية	وصفي	حسابمتوسطأطوالهم (الوسطالحسابي)

المرحلة الرابعة	الاستقراء والتفسير	استدلالي	الطلبةمعتدلوالقامة (إصدارحكم)

التمرين الرابع

في أربعة اختبارات للإحصاء، حصل محمد على العلامات التالية: 15، 16، 17، 16. بينما حصل حسام على العلامات الموالية: 14، 13، 14، 12.

بناء على هذه المعطيات، حدد أيُّ العبارات التالية يعتبر احصاءً وصفيا وأيها يعتبر احصاءً استدلاليا:

1. متوسط درجات محمد16 ومتوسط درجات حسام 13.25.
2. مستوى الطالب محمد في الإحصاء أفضل من مستوى الطالب حسام.
3. من المحتمل أن يحصل محمد في الاختبار الموالي على درجة أعلى من درجة حسام.
4. الفرق بين متوسط درجات محمد ومتوسط درجات حسام هو 2.75 درجة.
5. قرر الأستاذ منح محمد تقديرا أعلى من تقدير حسام.

الحل

1- إحصاء وصفي لأنها عبارة عن وصف وعرض لنقاط الطالبين فقط.

2- إحصاء استدلالي لان فيها اصدار حكم وذلك من خلال كلمة **أفضل**.

3- إحصاء استدلالي لان فيها تنبؤ من خلال كلمة **من المحتمل**.

4- إحصاء وصفي لأنها عبارة عن وصف لفارق بين نتيجتين.

5- إحصاء استدلاليفالعبارة فيها اتخاذ قرار من خلال كلمة **قرر**.

التمرين الخامس

نريد إجراء دراسة حول الإنفاق العائلي في إحدى ولايات الوطن، وقد تطلبت هذه الدراسة سحب عينة بنسبة 30% من المجتمع الإحصائي، المكون أساسا من 100 ألف أسرة كما يلي: 30000 أسرة دخلها مرتفع، 50000 أسرة دخلها متوسط، وبقية الأسر دخلها ضعيف.

1- ما هو المجتمع الإحصائي المدروس؟

2- أي نوع من العينات يُفضل سحبه؟ إشرح تفاصيل ذلك.

الحل

1- المجتمع الاحصائي المدروس هو الاسر

2- النوع الأفضل من العينات في هذه الحالة هو العينة الطبقية لان المجتمع مقسم الى طبقات

الشرح: مجموع الاسر 100 ألف مقسم الى 3 طبقات

- طبقة دخلها مرتفع وتقدر ب30000 اسرة
- طبقة دخلها متوسط وتقدر ب50000 اسرة
- طبقة دخلها ضعيف و تقدر ب20000 اسرة

نأخذ نسبة 30% من كل طبقة كالتالي:

0,3x30000=9000 اسرة

0,3x50000 =15000 اسرة

0,3x20000=6000 اسرة

ومنه مجموع 9000+15000+6000= 30000 اسرة وهو العينة المأخوذة من مجموع الاسر والمقدر عددهم ب100 الف اسرة.

التمرين السادس :حدد المجتمع الإحصائي،الوحدةالإحصائية،الصفةوطبيعتهاوكذاطبيعةالمتغيرةالإحصائيةإن وجدت

1-أطوال 50 رياضي

2-توزيع مجموعة من البلديات حسب عددالسكان

3-توزيع العمال حسب المنصب الوظيفي

4-ترتيب مجموعةسيارات حسب النوع

5-أوزان مجموعةمن الملاكمين

6-ترتيب الولايات حسب كميات الأمطارالمتساقطة

7-ترتيب 50 صندوق حسب الحجم.

الحل

المجتمع الاحصائي	الوحدة الاحصائية	الصفة	طبيعتها	المتغيرة
50 رياضي	رياضي	الطول	كمية	متصل
البلديات	البلدية	عدد السكان	كمية	متصل
العمال	العامل	المنصب الوظيفي	نوعية	–
السيارات	السيارة	النوع	كيفي	–
الملاكمون	الملاكم	الوزن	كمية	منفصل
الولايات	الولاية	كمية الامطار	كمية	منفصل
الصناديق	الصندوق	الحجم	كمية	منفصل

التمرين السابع

أراد باحث سحب عينة بنسبة 20% من عمال شركة مكونة من 1000 عامل. وضح كيفية سحب هذه العينة بأسلوب العينة العشوائية المنتظمة.

الحل

لتطبيق أسلوب العينة العشوائية المنتظمة في عملية السحب نتبع الخطوات التالية:

- نقوم بترقيم العمال من 1 الى 1000
- نحسب حجم العينة كمايلي:

  200 =0.2x1000
- نحسب مقدار الزيادة المنتظمة كالتالي م ز م $=\frac{1000}{200}=$ 5
- نختار أي رقم بطريقة عشوائي من العمال مثلا الرقم 4 و نضيف له مقدار الزيادة المنتظمة 5 أي ان العامل الثاني الذي نسحبه سيكون رقمه 9 و هكذا الى غاية سحب 200 عامل على الشكل التالي:.,,,4,9,14,19,24

تمارين مقترحة

التمرين الأول

بين أي الأسلوبين أفضل في الحالات التالية هل الحصر الشامل ام الحصر الجزئي (اخذ عينة)

- تقدير نسبة ما تستهلكه سيارات رونو من البنزين.
- التعرف على رضا المستهلكين لمنتج معين.
- التعرف على اراء المواطنين في قانون الاسرة.
- التعداد السكاني.
- تقدير نسبة المصابيح التي تعمر 50 سنة في أحد المصانع.

التمرين الثاني

الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري لمجموعة من المنشآت الصناعية الصغيرة في دولة ما حسب عدد المشتغلين

عدد المشتغلين	1	2	3	4	5	6	7	8	المجموع
Ni	13	12	15	14	16	10	9	11	100

المطلوب: عين المجتمع الإحصائي،الوحدة الإحصائية،الصفة وطبيعة المتغير المدروس.

التمرين الثالث

بغرض التعرف على احتياجات سكان ولاية بسكرة من مادتي الدقيق والخبز الجاهز لدى الخبازين، قررت مؤسسة الصناعات الغذائية من الحبوب ومشتقاته ببسكرة إجراء دراسة إحصائية حول الموضوع:

1-ما هو الهدف العام من الدراسة؟

2-ما هي المتغيرات الإحصائية المدروسة لكل نوع من الاستهلاك الدقيق والخبز؟

3-أذكر طبيعة كل متغير؟

4-ما هي الوحدة الإحصائية والمجتمع الإحصائي في هذه الدراسة؟

5-ما هي الطريقة الملائمة لجمع البيانات في مثل هذه الدراسة؟علل ذلك؟

التمرين الرابع: سحبت عينة من 30 مزرعة للتعرف على مردوديتها من القمح(بالطن)خلال موسم ما،فكانت النتائج كالآتي:

30	14	20	20	17	25	16	17	16	12	15	20
12	20	15	14	25	20	14	15	12	16	14	**20**

المطلوب: عين المجتمع الإحصائي،الوحدة الإحصائية وطبيعة المتغيرة.

التمرين الخامس

تتكون كلية الاقتصاد بإحدى الجامعات من خمس فئات طلابية موزعة كالتالي:

-حجم المجتمع=10000

-حجم كل فئة هو كالتالي:

- عدد طلبة السنة الأولى هو 4200 طالب

-عدد طلبة السنة الثانية هو 3100طالب

هو- عدد طلبة السنة الثالثة 2000طالب

-عدد طلبة الماستر 1 هو 400 طالب.

-عدد طلبة الماستر 2 هو 300 طالب.

نريد سحب عينة حجمها200 طالب

المطلوب:

1-ما هي طبيعة المجتمع المدروس؟ما نوع هذه العينة؟

2-حدد عدد الوحدات الإحصائية التي يمكن سحبها من كل فئة؟

التمرين السادس

بهدف التعرف على الفئات الاجتماعية الأكثر فقرا وبطلب من الحكومة قرر الديوان الوطني للإحصائيات إجراء بحثا إحصائيا حول الموضوع في الجزائر.

1-ما هو الهدف العام من البحث؟

2-ما هو المتغير الإحصائي الذي يجب دراسته لتحقيق هذا الهدف؟

3-هل هذا المتغير من النوع المنفصل أو المتصل؟

4-حدد الوحدة الإحصائية والمجتمع الإحصائي في هذه الدراسة.

5-ما هي الطريقة الملائمة لجمع البيانات في هذا البحث؟

التمرين السابع

يتكون مجتمع من اربع فئات اجتماعية مهنية تعداده 5000 شخص، و حجم كل فئة كالتالي: الفئة الأولى=1000، الفئة الثانية=1800، الفئة الثالثة= 1600، الفئة الرابعة=600

نريد سحب عينة حجمها n 180= شخص، المطلوب:

- ماهي طبيعة المجتمع المدروس؟
- أعط الفرق بين أنواع العينات العشوائية التي تعرفها؟
- حدد عدد الوحدات الإحصائية التي يمكن سحبها من كل فئة؟

المحور الثاني: عرض البيانات الاحصائية

يعد عرض المعطيات ثاني مرحلة من مراحل المنهج الاحصائي، وهو تبويب البيانات وعرضها بصورة يمكن الاستفادة منهافي وصف الظاهرة محل الدراسة،من حيث تمركز البيانات، ودرجة تجانسها .وهناك طريقتين لعرض البيانات هما:

أولا :عرض المعطيات جدوليا

ثانيا :عرض المعطيات بيانيا

أولا: العرض الجدولي للمعطيات (تبويب المعطيات):

تنظم وتلخص البيانات الإحصائيةسواء كانت وصفيةأو كميةفي جداول تسمى بالتوزيع التكراري وهوعبارةعن جدول يلخص البيانات الخام ويوزعها على فئات،ويحدد عددالمفردات المنتميةإلى كل فئة ويسمى هذاالعددبتكرارالفئة ويرمزله عادةبالرمزn_i ولإتمام ذلك ينبغي أن يصمم جدول آخريسمى بجدول تفريغ البيانات الإحصائية .

1-متغير كمي متقطع: و هو عبارة عن جدول يضم عمودين الأول يحوي المتغير الاحصائي و الثاني يحوي عدد مرات تكرار هذا المتغير و يكون ذلك بكميات او اعداد منفصلة.

مثال: أراد صاحب مكتبة تبيع الكتب لطلاب الجامعة ان يحصرعدد الكتب التي يشتريها الطلاب في الفصل الاول من السنةالدراسية .قام باختيارعينة عشوائية من 12 طالب وطالبة وسأل كل واحدمنهم عن عدد الكتب التي اشتراهافي الفصل الاول وكانت الاجابات كمايلي:

3، 3،3،1 ،3 ،2 ،2، 3 ،4، 4 ، 5،4

المطلوب: مثل المعطيات في جدول تكراري

الحل:

قيم المتغيرx_i(عدد الكتب)	n_i(عدد الطلبة)
1	1
2	2
3	5
4	3
5	1
المجموع	12

2-متغير كمي مستمر(متصل)

جدول تكون فيه الظاهرةمحصورةفي مجال،بحيث يمكن ان تأخذ أية قيمةضمنه، ويتم استخدام هذه الطريقة في عرض البيانات إذاكان عددهاكبيرا،وذلك لتقليصها.

مثال

نفرض اننا حصلنا على اوزان 100طالب من احدى الجامعات وأعدنا ترتيبهاوتلخيصها في جدول تكراري كالتالي:

الفئات (كغ)	التكرار(n_i)
72-70	12
75-73	18
78-76	40
81-79	20
84-82	10
المجموع	100

3- **متغير نوعي**: في هذه الحالة تعرض المعطيات في جدول يحوي عمودين الأول يضم المتغير النوعي والثاني التكرار.

مثال

نفس المثال المطروح في المتغير الكمي المنفصل ولكن في هذه الحالة الطلبة 12 يقرؤون كتبا في المجالات التالية

المتغير x_i	n_i
ادب	4
اقتصاد	2
ثقافة عامة	6
المجموع	12

4-خصائص المتغير الكمي المستمر

4-1-الفئــات

الفئة هي فضاء يضم مجموعة من المشاهدات المتطابقة في القيم او المشتركة في ذات الصفة، مثلا في الجدول الخاص بالمتغير الكمي المتصل (اوزان 100 طالب) تمثل الفئة الأولى الطلبة الذين تتراوح اوزانهم بين 70 و72كغ و الذين يبلغ عددهم 12 طالبا و هو التكرار المطلق.

4-2-الحدود العادية والحدود الفعلية للفئات:

نفس المثال السابق نسمي العددين 70و72 الحدين العاديين للفئة الأولى من الجدول حيث نسمي الحد الأول بالحد الأدنى والثاني بالحد الأعلى.

نظريا هذه الفئة تضم كافة الاوزان 69,5و72,5 ويسمى هذان الرقمان بالحدين الفعليين الادنى والأعلى للفئة الأولى على الترتيب.

فمثلا لتحديد الحد الأعلى الفعلي لفئة ما نجمع حدها الأعلى العادي مع الحد الأدنى العادي للفئة الموالية، والمجموع نقسمه على 2 و النتيجة هي الحد الأعلى الفعلي لتلك الفئة و الحد الأدنى الفعلي للفئة الموالية. ونرمز للحدين الفعليين الأعلى والأدنى لفئة ما بالرمزين B_{max}و B_{min} على الترتيب.

أحيانا توجد فئة ليس لها أحد حديها مثلا " 84كغ فأكثر" او اقل من 70كغ" وهما فئتان مفتوحتان.

4-3-المدى: ونرمز له بالحرف E وهوالفرق بين أكبرقيمة ضمن مجموعة القيم،واصغر قيمة ضمنها.

$$E=x_{max}-x_{min}$$

حيث:

x_{max}:أعظم(أكبر)قيمة ضمن مجموعةالقيم

x_{min}:أدنى(أصغر)قيمة ضمن مجموعة القيم

4-4-تحديدطول الفئة :تحديدطول الفئةيساعد على تحديد عددالفئات وبالتالي حجم الجدول،إذكلماكان طول الفئةكبيراًكلماكان حجم الجدول صغيراًوالعكس صحيح ولتحديد طول الفئةيتم استخدام **قاعدةستيرجس**،التي تعطى كمايلي:

$$L = \frac{E}{1+2{,}232 \log N}$$

حيث :E :المدى N: عددالقيم   L: طول الفئة

4-5-تحديدعددالفئات :يحدد عددالفئات باستخدام قانون يول

$$N_c=2,5\sqrt[4]{N}$$

مع العلم ان $Nc.L \geq E$

4-6-مركز الفئة: و يسمى منتصف الفئة و نرمز له بالرمز طول الفئة C و يحسب بالطريقة التالية:

$$C=\frac{\text{الحد العادي او الفعلي الاعلى} + \text{العاديالحد او االفعلي الادنى}}{2}$$

5-التوزيعات التكرارية المتجمعة :وتتمثل في

1-التوزيع التكراري المتجمع الصاعد :ويتم الحصول على التكرار المتجمع الصاعد لأية فئة بحساب مجموع التكرارات لجميع الفئات التي تسبقها بما في ذلك تكرار هذه الفئة وبعبارة أخرى يساوي مجموع القيم الأقل من حدها الفعلي، ويستخدم لغرض معرفةعددأونسب التكرارات التي تقل عن حد معين من حدود الفئات،و يسمى الجدول الذي يضم التكرارات الصاعدة لكل الفئات "التوزيع التكراري المتجمع الصاعد" او التوزيع على أساس "الأقل من...."و يرمز للتكرار المتجمع الصاعد بالرمز"F_i"او $F\uparrow$.

2-التوزيع التكراري المتجمع النازل: التكرار المتجمع النازل لأي فئة هو مجوع القيم التي تساوي مجاميع القيم التي تساوي حدها الأدنى الفعلي " او أكثر" أي يساوي تكرارها زائد التكرارات الفئات الموالية.يسمى الجدول الذي يضم التكرارات النازلة للفئات "التوزيع المتجمع النازل" او التوزيع على أساس"...او أكثر" ويرمز له بالرمز$F\downarrow$.

6-التوزيع التكراري النسبي:يتم حساب التكرار النسبي "fi" لأية فئة بقسمة تكرارها المطلق n_i على مجموع التكرارات($\sum ni=N$)ويمكن التعبير عنه بنسبة مئوية و نسميه التكرار النسبي المئوي.

مثال:في مثال المتغير النوعي نحسب التكرار النسبي والتكرار النسبي المئوي للفئة الثانية نجد:

F_2للفئة الثانية $=16\%=0.16=\frac{2}{12}$

لذلك فان مجموع التكرارات النسبية يجب ان يساوي 1او 100% و يسمى الجدول الذي نتحصل عليه" بالتوزيع التكراري النسبي".

7-مراحل تكوين توزيع تكراري:لوضع سلسلة عددية ضمن توزيع تكراري نتبع الخطوات التالية:

-حساب المدى والذي يساوي الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة.

-تحديد عدد ملائم من الفئات،والذي يتراوح عادة بين 4 و 25 فئة.

-تحديد طول الفئات، وذلك بقسمة المدى على عدد الفئات المقترح، فنتحصل على نتيجة تساعدنا على تحديد طول ملائم للفئات.

-تحديد الحدود العادية للفئات، (يجب ان يكون الحد الأدنى للفئة الأولى أصغر من او يساوي اقل قيمة من المعطيات، وان يكون الحد الأعلى للفئة الأخيرة أكبر او يساوي اعلى قيمة في المعطيات).

-حساب الحدود الفعلية (يمكن ان نكتفي بالحدود العادية للفئات).

-تحديد عدد المشاهدات في كل فئة اي التكرار المطلق.

ثانيا: العرض البياني للمعطيات

إضافة الى العرض الجدولي للمعطيات يستعمل التمثيل البياني بهدف مقارنة قيم ظاهرة ماحسب المكان أوتطورهاحسب الزمان،كمايتيح مقارنةعدة ظواهر في آن واحد .إن استخدام التمثيل البياني يجعل المعلومات الإحصائيةأكثروضوحا وفهما،ومن بين أهم طرق العرض البياني نذكر حسب نوع المتغير كمي او نوعي.

1-بالنسبة لمتغير نوعي: نستخدم في هذه الحالة الاعمدة المستطيلة البسيطة والمزدوجة، كما نستخدم العرض الدائري او الدائرة النسبية.

-طريقةالأعمدة: **المستطيلة**تمثل البيانات بواسطة أعمدة يتناسب فيهاطول العمودمع قيمة العدداي التكرار.

- طريقةالدوائر :من خلال هذه الطريقة يتم ترجمةالبيانات أي الأعداد أوالنسب إلى زوايا،حيث يتناسب فيها التكرارمع قيس الزاوية،وذلك بتطبيق القاعدةالثلاثيةثم نقل نتائج الحسابات إلى شكل بياني ممثلا في دائرة.

2- بالنسبة لمتغير كمي متقطع:نستخدم في هذه الحالة الاعمدة او القضبان.

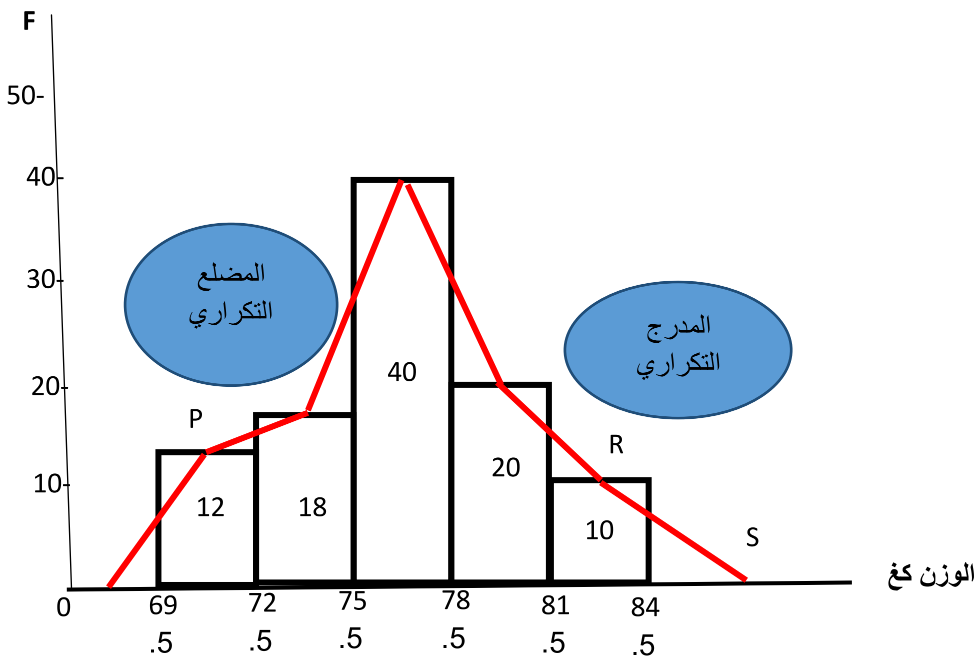
3-بالنسبة لمتغير كمي مستمر: يمكن تمثيل هذا المتغير بعدة اشكال كالمدرج التكراري، المضلع التكراري، المنحنى التكراري.

3-1-المدرج التكراري(l'histogramme):عبارة عن مجموعة من المستطيلات المتلاصقة المرسومة في معلم مدرج، بحيث تحقق الشروط التالية:

- ✓ قاعدة كل مستطيل تقع على المحور الافقي، وحدودها تتمثل في الحدود الفعلية؛
- ✓ مركز قاعدة كل مستطيل عند مركز الفئة وطولها يساوي طول الفئة؛
- ✓ مساحات المستطيلات متناسبة مع التكرارات المطلقة؛
- ✓ اذا كانت الفئات متساوية الطول، فان ارتفاعات المستطيلات تؤخذ مساوية للتكرارات اما اذا كانت غير متساوية الطول فيجب تعديل الارتفاعات او التكرارات لتحقيق قاعدة التناسب، و للحصول على التكرارات الجديدة نتبع الخطوات التالية:
  - استخراج القاسم المشترك الأكبر لاطوال الفئات(P P G)
  - حساب القيمة او المعلمة (ai)يساوي طول كل فئة مقسوما على (P P G)

- حساب ni' حيث $ni' = n_i / ai$

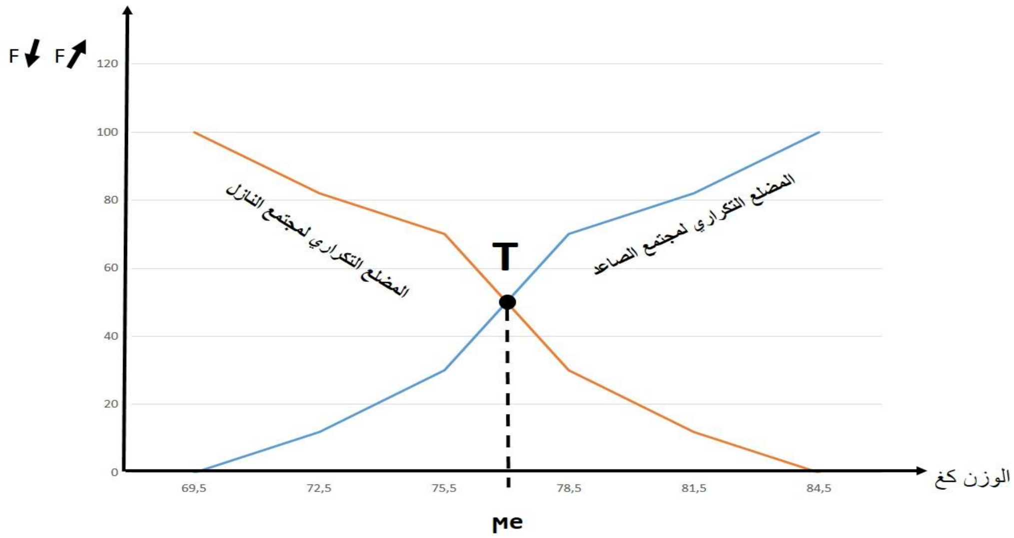
3-2-المضلع التكراري: خط بياني يرسم انطلاقا من توصيل النقاط المنصفة للأضلاع العليا للمستطيلات والمقابلة لمراكز الفئات، حيث يأخذ الشكل المنكسر وعادة ما يكون مغلقا و ذلك بإضافة القطعتين QP.RS بحيث تنطبق النهايتين Q.S على مركزي فئتين افتراضيتين فارغتين تقع احداهما قبل الفئة الأولى، و تقع الأخرى بعد الفئة الأخيرة، و هذا حتى يكون اجمالي المساحة المحصورة بين المضلع التكراري و المحور الافقي.



3-3-المنحنى التكراري: ينتج المنحنى التكراري من خلال رسم المنحنى التكراري عن طريق الرسم باليد، ولذلك فالمنحنى يكون املسا عكس المضلع الذي يكون منكسرا.

3-4-المضلع التكراري المتجمع: يتم الحصول على المضلع التكراري المتجمع من خلال تحديد النقاط التي فواصلها الحدود العليا الفعلية و تراتيبها التكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة، و كذلك يتم رسم المضلع التكراري المتجمع النازل بتحديد النقاط التي فواصلها الحدود الدنيا الفعلية و تراتيبها التكرارات المتجمعة النازلة، ثم نربط هذه النقاط بالمسطرة.

يمكن الحصول على المنحنين المتجمعين الصاعد والنازل باتباع الخطوات السابقة نفسها ولكن يتم توصيل النقاط باليد.



4-التكرار المتجمع لقيمة معينة

قد يطلب منا احيانا تحديد عدد المشاهدات "الأقل من قيمة معينةX " و هنا تكون بصدد تحديد التكرار المتجمع الصاعد لهده المشاهدة(X)

$$B_{max}-B_{min} \longrightarrow F_{(Bmax)}-F_{(B_{min})}$$

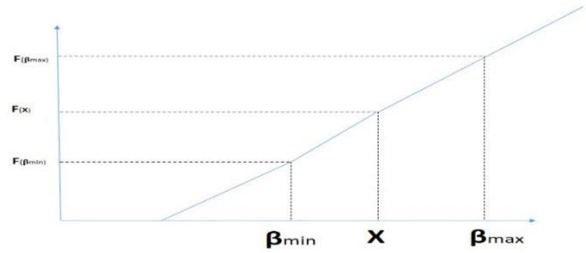
$$X-B_{min} \rightarrow F_{(x)}-F_{(Bmin)}$$

ومنه:

$$F_{(X)}=F_{(B_{min})}+[\ F_{(B_{max})}-F_{(B_{min})}]\frac{X-Bmin}{Bmax-Bmin}$$

في حالات أخرى قد يطلب منا عدد المشاهدات الأكبر من قيمة او مشاهدة معينةX . و هذا يعني تحديد التكرار المتجمع النازل لهذه القيمة.

يمكن حساب ذلك بتطبيق القانون السابق فنحصل على التكرار المتجمع الصاعد لهذه القيمة نطرحه من مجموع التكرارات فتحصل على المطلوب:



وعكس السابق قد يطلب تحديد قيمة x بمعلومية تكرارها المتجمع الصاعد F(X) و ذلك بتطبيق القانون التالي:

$$X = B_{min} + [B_{max} - B_{min}]\frac{F(X) - F(Bmin)}{F(Bmax) - F(Bmin)}$$

تمارين محلولة

التمرين الأول:أخذت عينة عشوائية من الطلبة تتكون من (25) طالبا جامعيا، ليتم استقصاءهم عن شعبة البكالوريا التي يحملونها، ويتم ذلك من خلال ملء استمارات خاصة، فكانت الإجابات في الاستمارات كما يلي:

آداب	آداب	علوم	آداب	رياضيات
آداب	علوم	علوم	رياضيات	علوم
علوم	رياضيات	علوم	علوم	رياضيات
علوم	علوم	رياضيات	رياضيات	آداب
علوم	رياضيات	علوم	آداب	علوم

المطلوب: أفرغ (بوِّب) هذه البيانات في توزيع تكراري.

الحل

لتبويب هذه البيانات نقوم بما يلي:

أولا :نبدأ بجدول التفريغ (مسودة)

الفرع	التعداد	التكرار
آداب	/ /////	6
علوم	// ///// /////	12
رياضيات	// /////	7
المجموع	–	25

ثانيا: جول تكراري يبين توزيع 25 طالبا حسب تخصصاتهم

الفرع	التكرار
آداب	06
علوم	12
رياضيات	07
المجموع	25

التمرين الثاني

لمعرفة مدى متابعة طلبة الثانويات للنشرات الإخبارية المتلفزة حسب الجنس، اختيرت عينة عشوائية من إحدى الثانويات تتكون من (10) طلبة، فكانت الإجابات في الاستمارات المعدة خصيصا لذلك كما يلي:

الطالب	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الجنس	ذكر	ذكر	ذكر	أنثى	ذكر	أنثى	أنثى	ذكر	ذكر	ذكر
الرد	يشاهد	يشاهد	يشاهد	لا تشاهد	لا يشاهد	تشاهد	لا تشاهد	يشاهد	لا يشاهد	يشاهد

المطلوب: أفرغ هذه البيانات في توزيع تكراري.

الحل: تبويب البيانات

جدول توزيع تكراري مزدوج يبين مدى مشاهدة النشرات المتلفزة حسب الجنس لعينة مكونة من 10 طلبة

الجنس / المشاهدة	لا يشاهد او لا تشاهد	يشاهد او تشاهد	المجموع
ذكر	2	5	7
انثى	2	1	3
المجموع	4	6	10

التمرين الثالث: قامت مديرية الدراسات بأحد المعاهد بجمع بيانات عن عدد أفراد الأسرة لعينة من الطلبة تتكون من (20) طالبا، من خلال استمارات أعدت لهذا الغرض، فكانت النتائج الظاهرة في الاستمارات كما يلي:

5	6	6	8	2	10	2	3	7	6
7	7	10	4	3	6	7	9	5	7

المطلوب: تبويب هذه البيانات في توزيع تكراري.

الحل: جدول تكراري يبين عدد افراد الاسرة لعينة مكونة من 20 طالبا(متغير كمي منفصل)

عدد أفراد الاسرة	2	3	4	5	6	7	8	9	10	المجموع
عدد الطلبة	2	2	1	2	4	5	1	1	2	20

التمرين الرابع:البيانات التالية خاصة بالنفقات اليومية لعينة من الطلبة: (الوحدة 100دج)

4	15	6	7	20	17	5	8	13
4	7	9	25	5	12	15	23	11
6	17	8	7	18	22	9	9	22

4	21	16	20	19	12	7	8	4

المطلوب: تبويب هذه البيانات في جدول تكراري بجعل طول الفئة يساوي 4.

الحل : تبويب البيانات في جدول تكراري بجعل طول الفئة 4

لحساب عدد الفئات بإمكان استخدام قانون يول والذي يحسب كالتالي:

عدد الفئات= $2,5\sqrt[4]{N}= 2,5\sqrt[4]{36}$ =6 ,12=6

بما ان طول الفئة هو4 اذن نبدأ بأول فئة والتي الحد الأدنى لها هو أصغر قيمة في الجدول وهي(4) بالتالي اول فئة ستكون [4-7[و هذا باحتساب الحد الأدنى أي 4+3=7 و هذا لتكوين الحدود العادية للفئات ونكمل بإضافة طول الفئة للجانبين الأيمن و الايسر حتى نحصل على فئة تحوي اكبر قيمة في القيم المعطاة أي ان الحد الأعلى لآخر فئة يساوي او اكثر اكبر قيمة في القيم المعطاة.

جدولتوزيع تكراري يمثل النفقات اليومية لعينة من 36 طالب

الفئات	التكرار
7-4	12
11-8	07
15-12	05
19-16	05
23-20	06
27-24	01
المجموع	36

التمرين الخامس: أرسم المدرج التكراري للتوزيع التكراري التالي

الفئات	ni
10-05	25
15-10	40
25-15	60
35-25	50
50-35	60
70-50	40
المجموع	275

الحل

بمان اطوال الفئات غير متساوية ولرسم المدرج التكراري يجب تعديل التكرارات،وهناك طريقتين للقيام بذلك:

1- التكرار المعدل=تكرار الفئة/طول الفئة x طول الفئة المختار

حيث طول الفئة المختار هو التكرار الذي ظهر أكثر من غيره

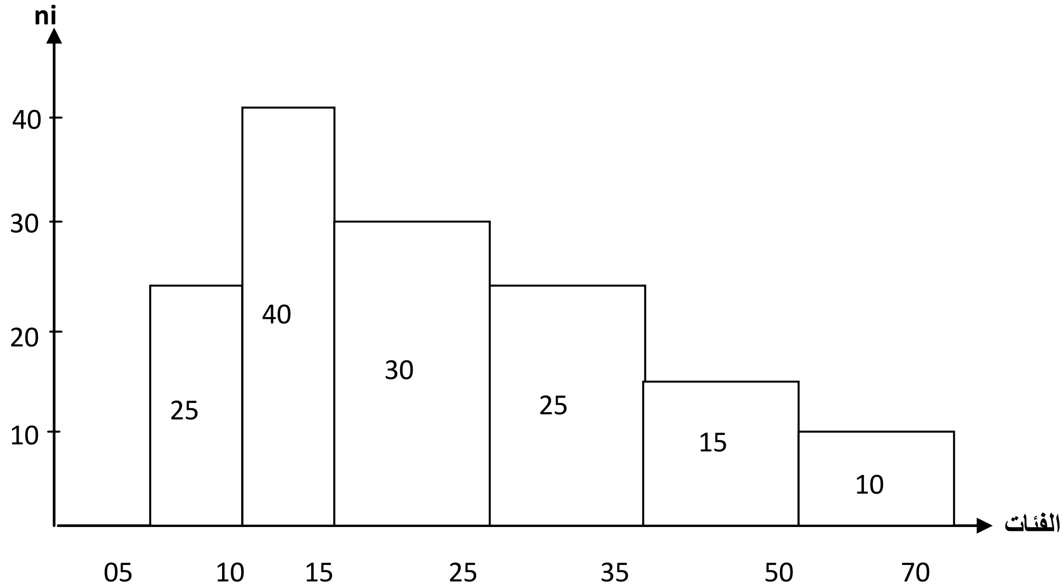
2- نستخدم عدة مراحل:

- نحسب اطوال الفئات
- نحسب القاسم المشترك الأكبر لهده الاطوال وهو (5)
- نحسب المعلمةai حيث ai=l/pgcd
- نحسب التكرار المعدل

مثال: ni'=ni/ai=25/1=25

			طريقة1	طريقة2	
الفئات	Ni		ni’	Ai	ni’
10-05	25	05	25	01	25
15-10	40	05	40	01	40
25-15	60	10	30	02	30
35-25	50	10	25	02	25
50-35	60	15	15	03	15
70-50	40	20	10	04	10
المجموع	275	/	/	/	/

ملاحظة: نستخدم تعديل التكرارات لتحقيق قاعدة تناسب مساحات المستطيلات مع التكرارات و هي أساسية لرسم المدرج التكراري.



التمرين السادس: فيمايلي بيانات درجات 70 طالب في الاختبارالنهائي لمقياس الإحصاءالوصفي.

5665 73 65**11**63 66 73 75 56

63 73 61 67 61 71 67 62 71 66

68 72 57 68 72 59 57 71 69 75

72 62 67 73 58 63 66 73 63 65

58 73 74 76 74 80 81 60 74 58

76 82 77 83 77 85 91 78**94**72

79 64 57 79 55 87 64 88 78 62

المطلوب:

1-كون التوزيع التكراري لدرجات الطلاب.

2-كون التوزيع التكراري النسبي المئوي.

3-ما هي نسبة الطلاب الحاصلين على درجة مابين 70 إلى أقل من80 ؟

4-ما هي نسبة الطلاب الحاصلين على درجةأقل من 70 درجة؟

5-ما هي نسبة الطلاب الحاصلين على درجة 80 أوأكثر؟

الحل

1-تكوين التوزيع التكراري :درجة الطالب في الاختبار متغيركمي مستمر،ولكي يتم تبويب البيانات

في شكل جدول تكراري،يتم إتباع الآتي:

2-حساب المدى

$$L=B_{max}-B_{min}$$

$$L=94-55=39$$

3-حساب طول الفئة

$$1+3.32\log70=5.47 \sim 5 \quad l=39/$$

4-تحديدعددالفئات:$N=E/l=39/5=8$ هناك 8 فئات

جدول توزيع تكراري وتكرار نسبي مئوي لدرجات 70 طالب

الفئات	التكرار n_i	التكرار النسبي المئوي $fi=n_i/\sum nix100$
60-55	10	10/70x100=14.28
65-60	12	17.14
70-65	13	18.57
75-70	16	22.86
80-75	10	14.28
85-80	04	5.71
90-85	03	4.28

95-90	02	2.86
المجموع	70	100

5-نسبة الطلاب الحاصلين على درجات مابين 70 إلى أقل من 80 هومجموع التكرارين النسبيين للفئتين الرابعةوالخامسة:

14,28+22,86 =37,14% ايان نسبةا لطلاب الحاصلين على درجات بين 70و80 هو37,14 %

6-نسبةالطلاب الحاصلين على درجات أقل من 70 ،هو مجموع التكرارات النسبيةللفئات الأولى والثانية،والثالثة:

14,28+17,14+18,57=50%

7-نسبةالطلاب الحاصلين على درجة 07 اوأكثر،هومجموع التكرارات النسبية للفئات الثلاثة الأخيرة:

5,71+4,28+2,86=12,85%

التمرين السابع: البيانات الآتية تمثل الأجر الأسبوعي باليورو لعينة مكونة من (50) عاملا في إحدى المؤسسات:

25	30	38	42	51	34	42	54	34	42
39	40	50	26	52	38	47	35	53	28
34	41	35	31	41	36	53	41	36	32
37	44	45	37	45	46	29	46	38	48
40	33	44	45	44	40	31	47	43	27

المطلوب:

1-نظم هذه البيانات في توزيع تكراري.

2-أوجد التوزيع التكراري النسبي والتوزيع التكراري النسبي المئوي.

3-أوجد التوزيع التكراري المتجمع الصاعد والتوزيع التكراري المتجمع النازل

الحل:

تنظيم البيانات في توزيع تكراري

نبحث أولا عن المدى

$$E=B_{max}-B_{min} \qquad =54-25=29$$

ثم نبحث عن طول الفئة (L) حسب قانون ستيرجس

$$L=E\ /1+3.322\log N$$

$$L=29\ /1+3.322\log 50=4.36 \sim 5$$

ملاحظة: هناك مشكل بسيط و هو في حالة حساب عدد الفئات أولا ثم طول الفئة حيث سنجد 7 فئات بطول 5 لكن في الواقع الفئة الأخيرة فارغة.

جدول توزيع تكراري يمثل الاجر الأسبوعي لعينة من 100 موظف بإحدى المؤسسات

فئات الاجر	التكرار	Fi	Fi%	حدود فعلية	FIصاعد		FIنازل	
					اقل من 24,5	0		
29-25	05	5/50 =0.1	5/50X100=10	29,5-24,5	اقل من 29,5	05	أكبر من 24,5	50
34-30	08	0.16	16	34,5-29,5	اقل من 34,5	13	أكبر من 29,5	45
39-35	10	0.2	20	39,5-34,5	اقل من 39,5	23	أكبر من 34,5	37

44-40	13	0.26	26	44,5-39,5	اقل من 44,5	36	أكبر من 39,5	27
49-45	08	0.16	16	49,5-44,5	اقل من 49,5	44	أكبر من 44,5	14
54-50	06	0.12	12	54,5-49,5	اقل من 54,5	50	أكبر من 49,5	06
المجموع							أكبر من 54,5	0
	50	**01**	**100%**	/	/	/	/	/

ملاحظات:

- انشاء جدول مسودة فيه التفريغ قبل الجدول التكراري.
- من الأفضل استخدام الفئات المغلقة أي الحدود العادية في التفريغ لتقليص نسبة الخطأ.
- للإيجاد الحدود الفعلية نستخدم نصف وحدة او درجة دقة الاعداد بحيث ننقصها من الحد الأدنى و نضيفها للحد الأعلى.
- طريقة ثانية لحساب الحدود الفعلية ناخذ الحد الأعلى العادي لأول فئة و نضيف لها الحد الأدنى للفئة الثانية و نقسم المجموع على 2 و النتيجة تصبح هي الحد الأعلى الفعلي لأول فئة و الحد الأدنى الفعلي لثاني فئة ثم نضيف طول الفئة للجانبين كما سبق الذكر في الحدود العادية و هي الطريقة صالحة مهما كانت وحدة الدقة.

التمرين الثامن: فيما يلي البيانات الخام لأربعين ورقة من أوراق نبات الغار قيست أطوالها (الوحدة: ملم):

157	149	125	144	132	150	164	138
144	152	148	136	147	140	158	146

165	154	119	163	176	138	126	168
135	140	153	135	147	142	173	146
128	145	156	150	142	135	145	161

المطلوب:

أولا: 1- كون توزيعا تكراريا لهذه البيانات، مستخدما في ذلك 5 ملم كطول للفئات.

2- أحسب مراكز الفئات.

3-كون توزيعا تكراريا متجمعا صاعدا وآخر نازلا.

4-ما هو عدد الأوراق التي يزيد طولها عن 138.5 ملم ، لكنه لا يتجاوز 163.5 ملم؟.

5-ما هو عدد الأوراق التي يقل طولها عن 151.5 ملم؟.

6- حدد الطول الذي تقع دونه أطوال الأوراق الأربع والثلاثين الأولى.

7- كون توزيعا تكراريا نسبيا وتوزيعا تكراريا مئويا.

ثانيا: إعتمادا على إجاباتك السابقة، أرسم كلا من:

1- المدرج التكراري والمضلع التكراري لتوزيع أطوال أوراق نبات الغار.

2-المضلعين التكراريين المتجمعين الصاعد والنازل.

الحل:

جدول توزيع تكراري لأطوال عينة من 40 ورقة نبات الغار

الحدود العادية	**التكرار**	**الحدود الفعلية**	**مركز الفئة**	**F↑**	**F↓**	**Fi**	**Fi%**
123-119	01	123,5-118,5	121	01	40	0,025	2,5
128-124	03	128,5-123.5	126	04	39	0,075	7,5
133-129	01	133,5-128,5	131	05	36	0,025	2,5
138-134	06	138,5-133,5	136	11	35	0,15	15
143-139	04	143,5-138,5	141	15	29	0,1	10
148-144	09	148,5-143,5	146	24	25	0,225	22,5
153-149	05	153,5-148,5	151	29	16	0,125	12,5
158-154	04	158,5-153,5	156	33	11	0,1	10
163-159	02	163,5-158,5	161	35	07	0,05	5
168-164	03	168,5-163,5	166	38	05	0.075	7,5
173-169	01	173,5-168,5	171	39	02	0,025	2,5
178-174	01	178,5-173,5	176	40	01	0,025	2,5
المجموع	**40**	/	/	/	/	**1**	**100**

- عدد الأوراق التي يزيد طولها عن 138,5ملم لكن لا يتجاوز 163,5ملم نحسب:

$n_4+n_5+n_6+n_7+n_8 =4+9+5+4+2=24$ f

ومنه عدد الأوراق هو24 ورقة

او نستخدم التكرار المتجمع الصاعد:

$F_{163.5}-F_{138.5}=35-11=24$

-عدد الأوراق التي يقل طولها عن 151,5ملم

$F(x)=F(L)+[F(M)-F(L)\ ]X-L\ /M-L$

$=24+[29-24]151.5-148.5\ /153.5-148.5$

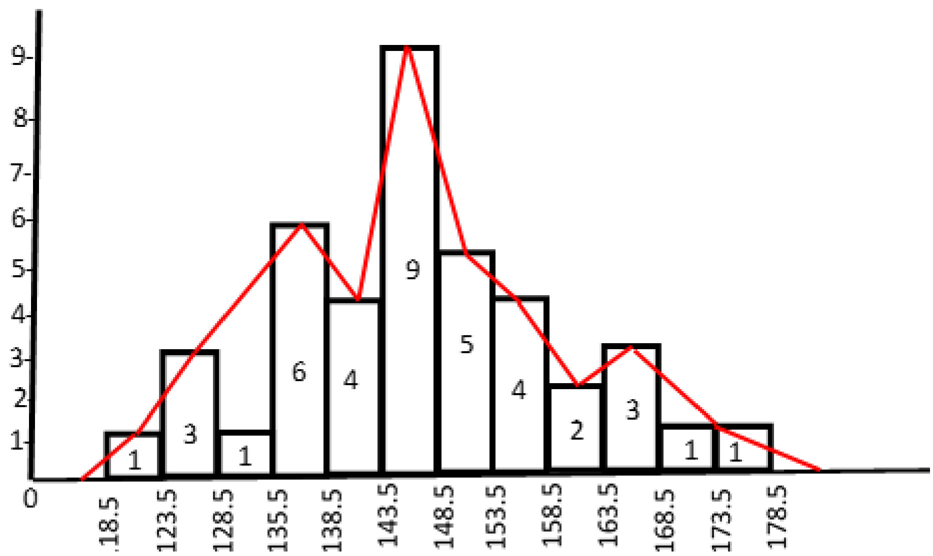
$=27f$

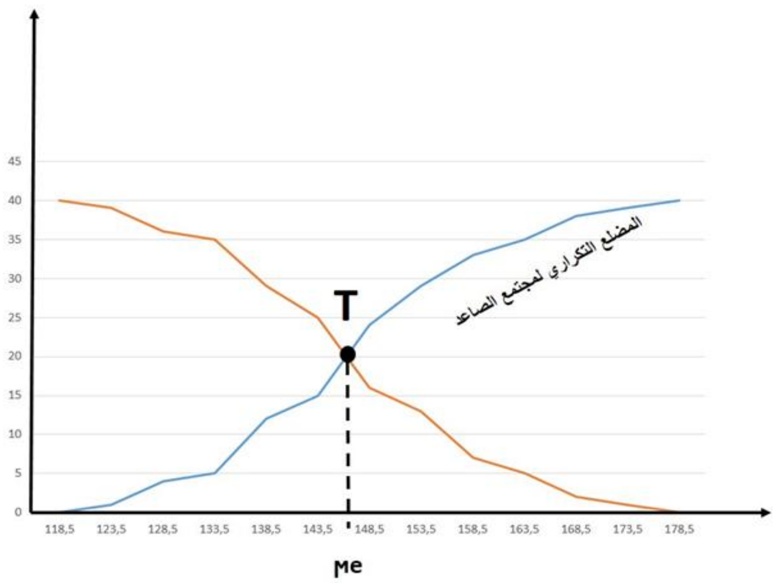
- الطول الذي تقع دونه اطوال الأوراق 34الاولى:

$x=L+[M-L]F(X)-F(L)/F(M)-F(L)$

$=158.5+[163.5-158\ .5]34-33/35-33$

$=161mlm$





التمرين التاسع

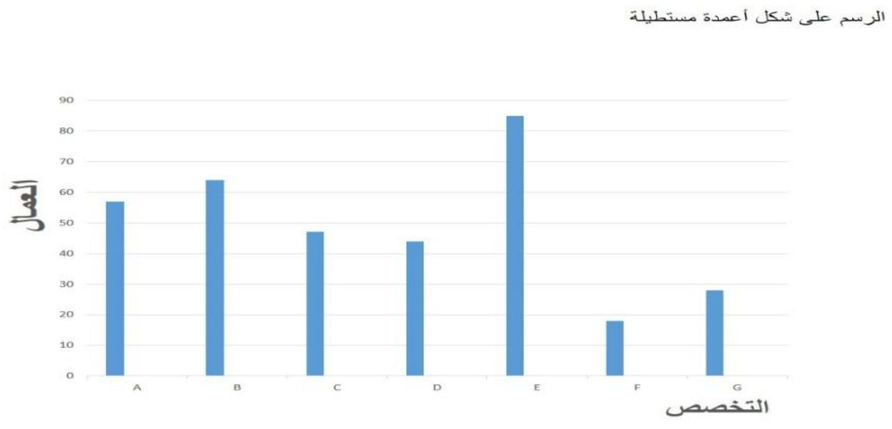
يبين التوزيع التكراري التالي عدد العمال الذين يعملون في إحدى المؤسسات حسب تخصصاتهم:

التخصص	A	B	C	D	E	F	G
عدد العمال	57	64	47	44	85	18	28

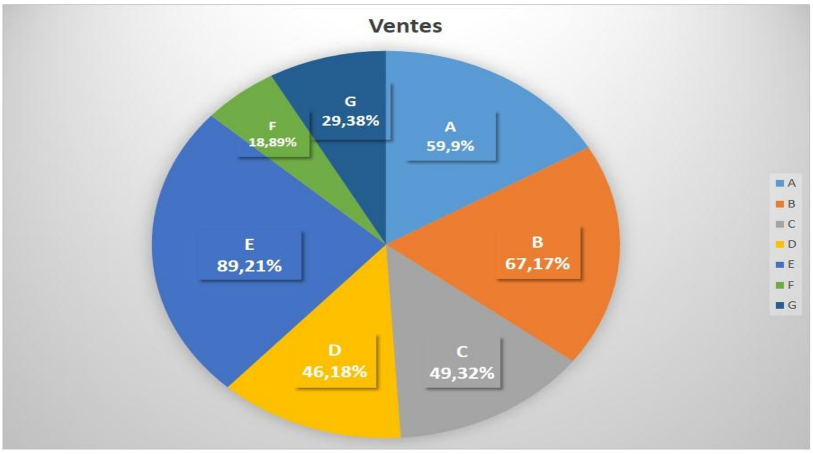
المطلوب: قم بعرض هذا الجدول بيانيا في شكل:

1- أعمدة مستطيلة.

2-دائرة نسبية.



الرسم على شكل دائرة نسبية



الرسم في دائرة نسبية :

استخدام القاعدة الثلاثية

360 → 343

X → 57

$$X = \frac{57 \times 360}{343} = 59,9$$

التمرين العاشر

سحبنا عينة مكونة من 100 عائلة، وسجلنا عدد الأبناء لدى كل عائلة، ثم لخصنا النتائج في الجدول التالي:

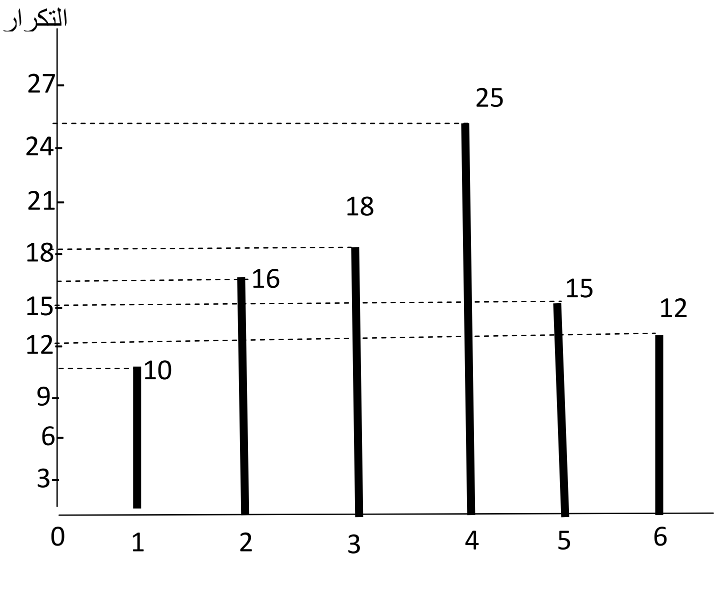
عدد الأبناء	0	1	2	3	4	5	6
التكرار	4	10	16	18	25	15	12

المطلوب:

1-أرسم كلا من الأعمدة البسيطة (القضبان) والمدرج التكراري لهذا التوزيع التكراري.

2-احسب رأيك أيهما أحسن تمثيلا لهذا المتغير ولماذا؟.

الحل:



لا نستطيع رسم المدرج التكراري لان نوع المتغير هو كمي منفصل و بالتالي فالانسب هو تمثيله على شكل أعمدة او قضبان.

تمارين مقترحة

التمرين الأول

سئل 40 شخصا عن عدد الكتب التي يقرأها كل واحد منهم في سنة .فكانت النتائج كمايلي:

، 21، 2، 1، 4، 3، 13، 11، 18، 8، 13، 17، 21، 13، 14، 21، 28، 34، 37، 39، 17

، 18، 18، 7، 1، 1، 4، 1، 2، 27، 80، 31، 24،15 ، 15.،39،7،1، 2،37،13

المطلوب:

1-رتب هذه النتائج ترتيباتصاعديا

2-قدم هذه النتائج في جدول توزيع تكراري ذي فئات متساوية المدى،الفئةالأولى هي(0-5)

التمرين الثاني

يلخص الجدول التالي أعداد التقنيين والإداريين في ثلاث مؤسسات.

المؤسسة	A	B	C
التقنيون	100	120	165
الإداريون	20	35	55

المطلوب:

استخدم الأعمدة المزدوجة لعرض معطيات هذا الجدول بيانيا.

التمرين الثالث

البيانات التالية تمثل فئات الأجور(بالدولار)ل 50 عاملامبينة على النحو التالي

فئات الأجور	60-40	80-60	100-80	120-100	140-120	المجموع
التكرار	8	12	20	6	4	50

المطلوب:

- ما هو عدد العمال الذين تقل أجورهم عن 80 دولار

- ما هو عدد العمال الذين تقل أجورهم عن 55 دولار
- ما هي نسبة العمال الذين يتقاضون أجرا يزيد عن 90 دولار
- ما هي نسبة العمال الذين يتقاضون أجرا بين 55 و 90 دولار
- ما هي نسبة العمال الذين يتقاضون أجرا يقل عن 90 دولار

التمرين الرابع

الجدول التالي يبين توزيع اليد العاملة حسب قطاعات النشاط في دولة ما خلال الفترة 2000 إلى 2005

القطاع	2000	2001	2002	2003	2004	2005
النقل	963	960	960	960	990	969
الفلاحة	458	468	495	475	510	430
الصناعة	150	152	160	166	170	140
المجموع	1571	1580	1615	1601	1670	1539

المطلوب

1-مثل بيانيا تطور العدد الإجمالي للعمال؟ما نوع هذا التمثيل؟برر ذلك؟
2-مثل بيانيا تطور عدد للعمال حسب قطاع النشاط على نفس الشكل؟ما نوع هذا التمثيل؟برر ذلك؟
3-مثل تطور اليد العاملة في القطاعات المذكورة عن طريق الأعمدة؟
4-مثل تطور اليد العاملة في كل من الفلاحة والصناعة والنقل عن طريق الأعمدة؟
5-مثل بيانيا توزع اليد العاملة في مختلف القطاعات عن طريق الدائرة،وذلك خلال سنة2003

التمرين الخامس:الجدولالتكراري التالي يمثل توزيع مجموعةمن الطلبةحسب التخصصات المفتوحةفي جامعةما

التخصص	آداب	علوم اجتماعية	علوم اقتصادية	هندسة	علوم سياسية
عدد الطلبة	250	180	350	120	90

-ما طبيعة الصفة المدروسة(علل إجابتك)
-احسب قيمة التكرار النسبي

-مثل بيانيا هذه الظاهرة بطريقة الأعمدة البيانية والرسم الدائري

التمرين السادس

	مالية	اقتصاد	تسيير	تجارة	المجموع
السنة الأولى	150	200	120	100	570
السنة الثانية	210	150	115	125	600
السنة الثالثة	120	80	80	70	350
المجموع	480	430	315	295	1520

المطلوب

-مثل طلبة السنة الثانية حسب تخصصاتهم بالأعمدة البيانية البسيطة

- مثل كافة الطلبة حسب مستوياتهم وتخصصاتهم بطريقة الأعمدة المتلاصقة

-قارن بالأعمدة المجزأة(بالنسب)بين طلاب السنة الثانية والثالثة حسب تخصصاتهم

-مثل مجموع الطلبة حسب التخصصات بالرسم الدائري

التمرين السابع

لتكن لدينا سلسلة إحصائية تخص أوزان 70 طالب بالكيلوغرام

85 79 64 57 56 65 70 65 55 60 66 70 75 93

91 79 55 87 60 70 61 67 61 71 67 62 71 66

78 64 90 78 84 72 57 68 72 69 57 71 69 75

95 82 82 62 72 80 67 73 58 63 66 73 63 65

72 77 83 77 58 73 75 76 74 80 81 60 74 58

إذا افترضنا أننا نريد تشكيل 08 فئات

-كون التوزيع التكراري الممثل لهذه السلسلة

-كون التوزيع التكراري النسبي والنسبي المئوي

-ما نسبة الأفراد المحصورة أوزانهم مابين60إلى أقلمن70كغ

-ما نسبة الأفراد الذين تقل أوزانهم عن 70 كغ

-ما نسبة الأفراد الذين تقدر أوزانهم ب90كغ وأكثر

المحور الثالث: مقاييس النزعة المركزية

مقاييس الترعة المركزية اومقاييس الموضع أوالمتوسطات، وهى القيم التي تتركز او تنزع القيم حولها حيث تستخدم كممثل لهذه المعطيات،ومن هذهالمقاييس،الوسطالحسابي،المنوال،الوسيط و اشباه الوسيط أي الربيعيات، العشيرات و الميئينات،والوسط الهندسي،والوسط التوافقي، وفيما يلي عرض لهذه المقاييس.

أولا : الوسط(المتوسط)الحسابي: يعد اشهر مقاييس النزعة المركزية، ويعرف الوسط الحسابي لمجموعة من القيم بأنه مجموع هذه القيم مقسوماًعلى عددها .

1-حالةالبيانات غيرالمبوبة

-سلسلة عددية بدون تكرار:يرمزللوسط الحسابي او المتوسط الحسابي لمجتمع ما بالرمز μ (الحرف اليوناني ميو) ، أما الوسط الحسابي للعينة فيرمز له بالرمز $\bar{X}$ (وتقرأ barX) . وتحسبμ ،X في حالة البيانات غير المبوبة باستخدام المعادلات آلاتية:

$$\bar{X} = \frac{X1+X2\ldots Xn}{N} = \frac{\sum Xi}{N}$$

- سلسلة عددية بتكرارات:اذا كان لدينا الاعداد $x_1, x_2, \ldots\ldots x_k$ و تكراراتها على الترتيب

$n_1, n_2, \ldots\ldots n_k$

فان:

$$\bar{X} = \frac{n1.x1+n2.x2\ldots\ldots nk.xk}{n1+n2\ldots\ldots\ldots nk} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

2.حالة البيانات المبوبة(توزيع تكراري):اذا كان لدينا توزيع تكراري مكون من" k" فئة فان:

$$\bar{X} = \frac{n1.x1+n2.x2\ldots\ldots nk.xk}{n1+n2\ldots\ldots\ldots nk} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

حيث:xi: مراكز الفئات

ni: التكرار

3-الوسط الحسابي المرجح بالأوزان(المعاملات):اذاكان لدينا مجموعة من القيم $x_1,x_2.....x_k$ و اوزانها او معاملات ترجيحها عي على الترتيب $w_1,w_2......w_k$ فان الوسط الحسابي المرجح يحسب كمايلي:

$$\bar{X}=\frac{w1.x1+w2.x2......wk.xk}{w1+w2.........wk}=\frac{\sum_{i=1}^{k} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} w_i}$$

4-طرق أخرى لحساب الوسط الحسابي: يمكن حساب الوسط الحسابي بطريقتين تختلفان عن الطرق السابقة لكن كلها تعطي نفس النتائج.

أ- **طريقة الانحرافات**: يمكن حساب الوسط الحسابي وفقا لهذه الطريقة عن طريق ما يلي:

-نفرض قيمة A (يستحسن ان تكون قيمة وسطى من قيم السلسلة العددية او من مراكز الفئات).

-نحسب قيم المتغير الجديد Zi حيث Zi=Xi-A

-نحسب قيمة الوسط الحسابي الفرضي(المساعد) $\bar{z}$للقيمZi

-نحسب قيمة الوسط الحسابي المطلوب$\bar{x}$للقيم $\bar{X}=\bar{Z}+A$

ب- طريقة الترميز:يمكن حساب الوسط الحسابي باتباع طريقة الترميز كمايلي:

-نفرض قيمة A

-نستخرج القيمة L حيث L عبارة عن:

- طول الفئات إذا كانت متساوية
- القاسم المشترك الأكبر لأطوال الفئات إذا لم تكن متساوية
- الفرق بين كل عددين متتاليين من سلسلة عددية إذا كان هذا الفرق ثابتا
- القاسم المشترك الأكبر لهذه الفروقات بين الاعداد إذا لم تكن متساوية

-نحسب قيمة المتغير الجديد Uiحيث Ui=Xi-A/L

-نحسب قيمة الوسط الحسابي المساعد$\bar{\mu}$

-نحسب قيمة الوسط الحسابي المطلوب$\bar{X}$ للقيم Xi حيث $\bar{X}=\bar{\mu}+LA$

عيوب الوسط الحسابي:بالرغم من سهوله حساب الوسط الحسابي وكذا يعد واصفا دقيقا لقيم الظاهرة إذا لم تكن بها قيم متطرفة، الا ان له مجموعة عيوب منها:

- يتأثر كثيرا بالقيم المتطرفة او الشاذة؛
- يصعب حسابه في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة؛
- يعطي أحيانا نتائج مبالغ فيها.

ثانيا: الوسيط

1-تعريف هو القيمة التي تقسم مجموعة المعطيات الى قسمين متساويين، أي انه القيمة الواقعة في منتصف المعطيات ويرمز له بالرمز Me" .

2- حسابه: يمكن حساب الوسيط بالطرق التالية

2-1-سلسلة عددية:في حالة وجود سلسلة عددية نحسب الوسيط باتباع خطوتين:

- ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا او تنازليا
- حسابMe بتطبيق العلاقة التالية:

$$Me=X_{(N/2+1/2)}$$

2-2-توزيع تكراري: كذلك الامر في حالة معطيات مبوبة يحسبMe باتباع خطوتين:

-تحديد الفئة الوسيطية و نعني بها الفئة التي يقع فيها الوسيط و هي الفئة التي تقابل نصف اجمالي التكرارات المتجمعة الصاعدة.

- حساب Me بتطبيق القانون:

$$Me=B_{min}+\frac{\frac{N}{2}-F(Bmin)}{nM}.L$$

حيث: B_{min} :الحد الأدنى الفعلي للفئة الوسيطية

$N/2$: مجموع التكرارات المطلقة على 2

$F(B_{min})$:التكرار المتجمع الصاعد للفئة ما قبل الفئة الوسيطية

n_M: التكرار المطلق للفئة الوسيطية

L:طول الفئة الوسيطية

3-استخراج الوسيط بيانيا:

- الطريقة الأولى: يمكن استخراج قيمة الوسيط بيانيا من خلال اتباع مايلي:

- رسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد او النازل
- تعيين رتبة الوسيط و ذلك برسم نقطة على محور التراتيب تسمى"i" حيث i=N/2 (او i=0.5 في حالة التكرارات المتجمعة الصاعدة)
- الاسقاط الافقي للنقطة i على المضلع التكراري المتجمع، فنتحصل على نقطة"p" و الاسقاط العمودي لهذه الأخيرة على محور الفواصل يعطينا نقطةMe التي تنطبق على الوسيط.

-الطريقة الثانية: كذلك يمكن الحصول على الوسيط بيانيا من خلال رسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد و المضلع التكراري المتجمع النازل و اسقاط نقطة تقاطعهما على محور الفواصل فنحصل على Me.

4-اشباه الوسيط

1) الربيعات: يمكننا تقسيم اي مجموعة من البيانات الى اربعة اقسام متساوية بعد ترتيبها تصاعديا، يفصل بين كل قسم وقسم مايسمى بالربيع ونرمز للربيعات ب Q_i حيث: $i = 1,2,3$.

* **حالة البيانات غير المبوبة**:نقوم بترتيب القيم تصاعديا، ثم نقوم بحساب رتبة الربيع الاول:

$$Q1=X_{(N/4+1/2)} \qquad Q2=X_{(N/2+1/2)} \qquad Q3=X_{(3N/4+1/2)}$$

* **حالة البيانات المبوبة**:يمكن حساب الربيعات بنفس طريقة الوسيط حيث نحسب قيمة كل مؤشر او رتبته Q1.Q2.Q3ونبحث عن هذه القيمة في جدول التكرار المتجمع الصاعد ومنها نحددالفئة التي ينتمي اليها كل مؤشر ثم نطبق القانون التالي:

$$Q_1=B_{min}+\frac{N/4-F(Bmin)}{nq1}.L$$

$$Q_2=B_{min}+\frac{N/2-F(Bmin)}{nq2}.L$$

$$Q_3= B_{min}+\frac{3N/4-F(Bmin)}{nq3}.L$$

2)العشيرات: يمكننا تقسيم اي مجموعة من البيانات الى 10 اقسام متساوية بعد ترتيبها تصاعديا، يفصل بين كل قسم وقسم مايسمى بالعشير ونرمز للعشيرات بD_i حيث:

$i = 1,2,3,4,5,6,7,8,9.$

* **حالة البيانات غير المبوبة**:نقوم بترتيب القيم تصاعديا، ثم نقوم بحساب رتبة العشير الاول:

$$D_1 = X(\frac{N}{10} + \frac{1}{2})$$

بنفس الطريقة يمكننا الحصول على العشيرالخامس و العشير التاسع:

العشير الخامس:

$$D_5 = X((5\ N/10 + 1/2))/= X(\frac{N}{2} + \frac{1}{2})$$

العشير التاسع:

$$D_9 = X(9\frac{N}{10} + \frac{1}{2})$$

* **حالة البيانات المبوبة**:كذلك يمكن حساب العشيرات بنفس طريقة الوسيط في حالة البيانات المبوبة او التوزيعات التكرارية كمايلي:

$$D_1 = B_{min} + \frac{\frac{N}{10} - F(Bmin)}{nD1}.L$$

حيث D_1 : العشير الأول ، وهكذا بنفس الطريقة لباقي العشيرات .

3)المئينات: يمكننا تقسيم اي مجموعة من البيانات الى 100 قسم متساوية بعد ترتيبها تصاعديا، يفصل بين كل قسم وقسم مايسمى بالمئين ونرمز للمئينات بP_i حيث:

$i = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10, \ldots ,99.$

* **حالة البيانات غير المبوبة**:نقوم بترتيب القيم تصاعديا، ثم نقوم بحساب رتبة المئين المطلوب.

مثال:حساب المئين الخامس عشر

بنفس الطريقة يمكننا الحصول على باقي المئينات.

* **حالة البيانات المبوبة**: في هذه الحالة فان المئينات هي الأخرى تحسب بنفس طريقة حساب الوسيط.

مثال: حساب المئين الخامس عشر

$$P15=B_{min}+\frac{\frac{15N}{100}-F(Bmin)}{np15}.L$$

ملاحظة: يمكن ملاحظة ان $Q3=P75$ $Q2=D5=P50$ $Q1=P25$

مميزات الوسيط: من بين ما يميز الوسيط مايلي:

- لا يتأثر بالقيم المتطرفة لذلك فهو أحسن من الوسط الحسابي في هذه الحالات
- يمكن حسابه في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة
- يمكن حسابه في حالة البيانات النوعية القابلة للترتيب

B	القيمة المراد حسابها (الربيعيات، العشيرات، المؤينات)
B_{min}	الحد الادنى للفئة المعينة
	الرتبة المراد ايجادها
L	طول هذه الفئة
	التكرار المتجمع السابق لترتيب القيمة $i\ \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{k}$
	التكرار المطلق للفئة المعنية

ثالثا: المنوال : هو القيمة الأكثر تكراراً في مجموعة البيانات غير المبوبة او السلسلة العددية. أما بالنسبة لحساب الموال في حالةالبيانات المبوبة فإننا نميز حالتين:

* **حالة الفئات متساوية الطول**: يحسب الموال بطريقتين:

- تحديد الفئة المنوالية أي الفئة التي تضم المنوال، وهي الفئة الأعلى تكرارا؛
- حساب المنوال بتطبيق القانون التالي:

$$Mo = B_{MIN} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot L.....$$

حيث B_{min}= الحد الأدنى للفئة المنوالية (آي الفئة ذات أكبر تكرار) .

Δ_1 = الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة السابقة عليها.

$\Delta 2$= الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة اللاحقة عليها.

L = طول الفئة.

* **حالة فئات غير متساوية الطول**: يتم حساب المنوال وفق ثلاث خطوات وهي:

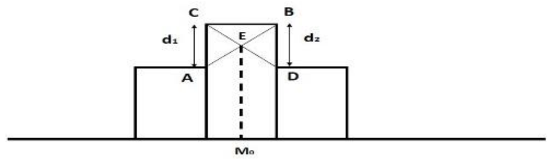
- تعديل التكرارات" ni" لتصبح"ni'" و قد سبق التطرق لذلك؛
- تحديد الفئة المنوالية وهي الفئة ذات التكرار المعدل الأعلى؛
- حساب المنوال بتطبيق القانون السابق، مع وضع L القاسم المشترك الأكبر لأطوال الفئات.

-تحديد المنوال بيانيا:

أ- بالنسبة لمتغير نوعي: اذاكان المتغير ممثلا بواسطة أعمدة مستطيلة، او دائرة، فان المنوال يتحدد بواسطة العمود الأطول، او القطاع الاكبر في الدائرة.

ب-بالنسبة لمتغير كمي متقطع:في هذه الحالة الرسم البياني يكون على شكل قضبان او عصي و في هذه الحالة فان المنوال يمثل العصي الأطول.

ج- بالنسبة لمتغير كمي مستمر: يمكن تحديد المنوال في مدرج تكراري بإسقاط العمودي للنقطةE الناتجة عن تقاطع المستقيمين) (ABو (CD)على محور الفواصل فنحصل على Mo، كما يوضحه الشكل التالي:



-مزايا المنوال:

- سهوله حسابه وتحديده بيانيا؛
- من أفضل المقاييس في حالة المتغيرات النوعية؛
- يمكن حسابه في التوزيعات التكرارية المفتوحة.

- **عيوبه:**

- يعتبر غير دقيق اذ ان قيمه تقريبية؛
- يفقد معناه كلما كان متعددا.

-العلاقة الاعتبارية بين الوسط الحسابي، الوسيط والمنوال: نميزثلاث حالات

- $Me=Mo=\bar{X}$ في هذه الحالة فان المنحنى تناظري
- $\bar{X}-Mo=3(\bar{X}-Me)$ اذا تحققت هذه العلاقة فان المنحنى ملتو التواءا بسيطا ناحية اليمين او اليسار.
- لا توجد علاقة بين المؤشرات الثلاث في هذه الحالة المنحنى التكراري شديد الالتواء.

رابعا: الوسط الهندسي

يستخدم الوسط الهندسي في حساب متوسط نسب تغير ظاهرة بشرط ان تكون قيمها موجبة تماما ويرمز له بالرمز "G".

حسابه:

أ-حالة بيانات غير مبوبة:

$$G = \sqrt[N]{x1.x2\ldots\ldots xn}$$

$$\log G = \frac{1}{N}\log(x_1.x_2\ldots\ldots x_n)$$

$$= 1/N(\log x_1 + \log x_2 \ldots\ldots + \log x_n) = \frac{1}{N}\sum \log x_i$$

ب- حالةالتوزيع التكراري: يحسب الوسط الهندسي بالقانون التالي:

$$\text{Log}G = \frac{1}{\sum ni}\log(x_1^{n1}.x_2^{n2}\ldots\ldots x_k^{nk}) = \frac{1}{\sum ni}\sum n_i \log x_i$$

ملاحظة:- في أي ظاهرة عادة ما نجد ان قيمة الوسط الهندسي اقل من قيمة الوسط الحسابي

- يعتبر الوسط الهندسي أفضل من الوسط الحسابي لحساب متوسط نسب التغير لظاهرةمعينة.

عيوبه:

- يتأثر بالقيم المتطرفة؛
- يصعب حسابه في التوزيعات التكرارية المفتوحة؛
- لا يمكن حسابه في حالة وجود قيم سالبة او معدومة ضمن المعطيات.

خامسا: الوسط التوافقي

يستخدم هذا المؤشر لوصف الظواهر التي تتغير تغير غير منتظم بشرط ان لا تكون فيها قيم معدومة مثل ظواهر السرعة والاثمان. ويرمز له بالرمز"H".

1-حسابه:

ا- حالة سلسلة عددية: يحسب كمايلي:

$$H=\frac{N}{\sum\frac{1}{xi}}$$

أي ان الوسط التوافقي لسلسلة عددية هو مقلوب الوسط الحسابي لمقاليب هذه القيم.

ب-حالة توزيع تكراري: و يحسب كمايلي:

$$H=\frac{\sum ni}{\sum\frac{ni}{xi}}$$

2-عيوبه:

- يتأثر بالقيم المتطرفة؛
- لا يمكن حسابه في حالة وجود قيم معدومة في المعطيات؛
- يصعب حسابه في التوزيعات التكرارية المفتوحة.

3-العلاقة بين $\bar{X}$ و G و H

إذا كانت لدينا مجموعة من المعطيات ذات القيم الموجبة تماما فان:

$$H \leq G \leq \bar{X}$$

وإذا كانت قيم الظاهرة متساوية فان: $H=G=\bar{X}$

تمارين محلولة

التمرين الأول

1. إذا كانت درجات طالب معين في الرياضيات والعلوم الطبيعية واللغة الانجليزية واللغة العربية هي على الترتيب:

82، 86، 90، 94. وإذا كانت معاملاتها هي:3، 5، 3، 1 على الترتيب:

- أوجد متوسط هذه الدرجات.

- أعد حساب هذا المتوسط باستخدام طريقة الانحرافات (الطريقة المختصرة)، بفرض أن A= 86.

2. إذا كان لدينا أربع مجموعات من الطلبة مكونة من 18، 10، 20، 15 شخصا، وكانت متوسطات أطوالهم 1.65، 1.75، 1.70، 1.69 مترا على الترتيب.

- حدد متوسط الطول لكل هؤلاء الطلبة جميعا.

الحل:

1 - حساب متوسط الدرجات.

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{82.3+86.5+90.3+94.1}{12} = 86,67$$

- حساب هذا المتوسط باستخدام طريقة الانحرافات (الطريقة المختصرة)، بفرض أن A= 86.

Xi	Ni	Zi	Zi .ni
82	3	-4	-12
86	5	0	0
90	3	4	12
94	1	8	8
المجموع	12		8

- نحسب الوسط الحسابي المساعد (الفرضي)$\bar{Z}$ حيث= $\bar{Z} = \frac{\sum n_i Z_i}{\sum n_i} = \frac{8}{12} = 0,67$

- نحسب الوسط الحسابي $\bar{X}$ حيث $\bar{X} = \bar{Z} + A$ $= 0.67+86=86,67$

2- تحديد متوسط الطول لكل الطلبة

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{18.1,65+10.1,75+20.1,7+15.1,69}{63} = 1,69$$

التمرين الثاني: في دراسة إحصائية قام بها أحد الباحثين حول مادة الحليب في بعض المزارع الموجودة على مستوى ولاية باتنة، توصل هذا الباحث إلى النتائج المبينة في الجدول التالي:

الإنتاج باللترات	240 -200	280 -240	320 -280	360 -320	400 -360
عدد المزارع	5	6	8	4	2

المطلوب: أحسب الوسط الحسابي لإنتاج الحليب بهذه المزارع باستخدام:

1. الطريقة العادية. **2**. طريقة الانحرافات **3**. طريقة الترميز

الحل

الفئات	n_i	x_i	$n_i.x_i$	$z_{i=XI-A}$	$n_i.z_i$	u_i	$n_i.u_i$
240 – 200	5	220	1100	-80	-400	-2	-10
280 – 240	6	260	1560	-40	-240	-1	-6
320 – 280	8	300	2400	0	0	0	0
360 – 320	4	340	1360	40	160	1	4
400 – 360	2	380	760	80	160	2	4
المجموع	25	/	7180		-320		-8

حساب الوسط الحسابي لإنتاج الحليب بهذه المزارع باستخدام:

1. **الطريقة العادية:**

$$\bar{X}=\frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}=7180/25=287.2$$

2. **طريقة الانحرافات:**

- لنفرض قيمة A (يستحسن أن تكون من بين القيم x_i) و لتكن A= 300
- نحسب الوسط الحسابي المساعد (الفرضي) $\bar{z}$ حيث $=\bar{z}=\frac{\sum n_i z_i}{\sum n_i}$ -320/25=-12,8
- نحسب الوسط الحسابي $\bar{X}$ حيث $\bar{X}=\bar{Z}+A$ = -12,8+300=287,2

3. **طريقة الترميز:**

- لنفرض قيمة A (يستحسن أن تكون من بين القيم x_i) A=300
- نستخرج القيمة L حيث L تمثل طول الفئات في هذه الحالة. L=40
- نحسب القيم u_i حيث $u_i=(x_i-A)/L$.
- نحسب الوسط الحسابي المساعد (الفرضي) $\bar{U}$ حيث $\bar{U}=\frac{\sum n_i u_i}{\sum n_i}=-\frac{8}{25}=-0,32$
- نحسب الوسط الحسابي $\bar{X}=L.\bar{U}+A=40.(-0,32)+300=287,2$ حيث

التمرين الثالث: إذا كانت لدينا سلسلة القيم: $x_1, x_2, \dots, x_k$ حيث $\bar{X}$ وسطها الحسابي، وكان لدينا A, B, C, أعداد حقيقية.

المطلوب: أثبت أن $\sum_{i=1}^{k}(x_i-\bar{X})=0$

$\bar{Z}=\bar{X}-A$ حيث $\bar{Z}$ الوسط الحسابي للسلسلة z_i و $z_i=x_i-A$

$\bar{Y}=C\times\bar{X}$ حيث $\bar{Y}$ الوسط الحسابي للسلسلة y_i و $y_i=C.x_i$

$\sum_{i=1}^{k}(x_i-A)^2$ يصل إلى أدنى قيمة ممكنة له عندما يكون $A=\bar{X}$

الحل

<u>إثبات أن:</u> $\sum_{i=1}^{k}(x_i-\bar{X})\overset{?}{=}0$

$$\sum_{i=1}^{k}$$

وهو المطلوب.

<u>إثبات أن</u>: $\boldsymbol{\bar{Z}=\bar{X}-A}$

$$\bar{Z} = \frac{\sum_{i=1}^{k} z_i}{N}$$

وهو المطلوب.

<u>إثبات أن</u>: $\boldsymbol{\bar{Y} = C \times \bar{X}}$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{k} y}{N}$$

وهو المطلوب.

<u>إثبات أن</u>: $\sum(\boldsymbol{x_i - A})$ يصل إلى أدني قيمة ممكنة له عندما يكون $A = \bar{X}$

تصل الدالة f إلى أدنى قيمة ممكنة لها إذا توافر شرطان:

- مشتقتها الأولى بالنسبة إلى A معدومة؛
- مشتقتها الثانية بالنسبة إلى A موجبة.

المطلوب إثبات أنه عندما $A = \bar{X}$ يتحقق هذان الشرطان معا.

الشرط الأول:

$$f(A) = \sum($$

$$\grave{f}(A) = (-2$$

$[\grave{f}(A) = 0]$

إذن عندما $A = \bar{X}$ تنعدم المشتقة الأولى للدالة f.

الشرط الثاني:

$$f''(A) = 2$$

وهو محقق أيضا.... إذن عندما $A = \bar{X}$ تصل الدالة f إلى أدنى قيمة ممكنة لها وهذا هو المطلوب.

التمرين الرابع: يمثل الجدول التالي التوزيع التكراري لأجورعينة من العمال قوامها 50 عاملا، مع عدد ساعات عملهم:

فئات الأجور	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90	90 – 100	**المجموع**
عدد العمال n_i	10	8	12	15	5	**50**
عدد ساعات العمل w_i	8	6	10	10	8	**42**

المطلوب: أحسب الوسط الحسابي المرجح أو الموزون لأجور العمال.(مرجح بساعات العمل)

الحل

يتم ترجيح الوسط الحسابي بساعات العمل وليس بعدد العمال، أي:

$$\bar{X} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i} = \frac{55.8+65.6+75.10+85.10+95.8}{42} = 75{,}95$$

التمرين الخامس

1. أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعتي الأرقام التاليتين:
المجموعة أ: 6، 8، 2، 5، 9، 5، 6، 2، 5، 3. المجموعة ب: 48.7، 51.6، 48.9، 59.5، 50.3
2. سعر القطعة لخمسة أنواع من الحلويات في محل هو 3.75$، 9.20$، 3.28$، 3.96$، 2.52$.

المطلوب:أ-أوجد كلا من: -الوسط الحسابي لسعر القطعة.

- وسيط سعر القطعة.

ب- حسب رأيك أيهما أحسن لتمثيل هذه الأسعار؟ ولماذا؟

الحل

1- حساب الوسط الحسابي والوسيط و المنوال للمجموعتين

-المجموعة الأولى:

$$X=\frac{3+5+2+6+5+9+5+2+8+6}{10}=5,1$$

لحساب الوسيط نقوم بترتيب القيم

2 ,2 ,3,5 ,5 ,5,6,6,8,9

$$Me=X(N/2+1/2)=X(\frac{10}{2}+\frac{1}{2})=X_{5,5}=\frac{5+5}{2}=5$$

المنوال هو القيمة الأكثر تكرارا في هذه السلسلة وهو Mo=5

- **المجموعة الثانية**

$$X=\frac{50,3+59,5+48,9+51,6+48,7}{5}=259/5=51,8$$

لحساب الوسيط نقوم بترتيب القيم

59,5-51,6-50,3-48,9-48,7

$$Me=X(\frac{5}{2}+\frac{1}{2})=X_{3}=50,3$$

هذه السلسلة عديمة المنوال

2-حساب الوسط الحسابيوالوسيط لسعر قطعة الحلوى

- حساب الوسط الحسابي

$$X=\sum xi/N=\frac{3,75+9,2+3,28+3,96+2,52}{5}=4,54$$

- حساب الوسيط

-ترتيب القيم تصاعديا

$$2,52-3,28-3,75-3,96-9,2$$

$$Me=X_{(\frac{N}{2}+\frac{1}{2})}=X_{(\frac{5}{2}+\frac{1}{2})}=X_{(3)}=3,75$$

ب. الأحسن لتمثيل هذه الأسعار هو الوسيط. لكون هذا الأخير لم يتأثر بإحدى القيم المتطرفة الموجودة في السلسلة (9.20) والتي تأثر بها الوسط الحسابي، مما يجعل الاعتماد عليه في الوصف والتحليل مضللا.

التمرين السادس:فيما يلي البيانات الخام للأجر الساعي لخمسين عاملا في إحدى المؤسسات. (الوحدة: دج/ساعة)

42	34	54	42	34	51	42	38	30	25
28	53	35	47	38	52	26	50	40	39
32	36	41	53	36	41	31	35	41	34
48	38	46	29	46	45	37	45	44	37
27	43	47	31	40	44	45	44	33	40

1. أحسب: الوسيط، المنوال، الربيع الأول، الربيع الثالث، العشير الأول، العشير السابع، المئين الرابع، المئين الخامس عشر

2. اشرح معنى كل مؤشر من المؤشرات السابقة.

الحل : لحساب هذه المؤشرات لا بد أولا من ترتيب القيم تصاعديا.

25 30 34 36 38 40 42 44 46 51

26 31 34 36 38 41 42 45 47 52

27 31 34 37 39 41 43 45 47 53

28 32 35 37 40 41 44 45 48 53

29 33 35 38 40 42 44 46 50 54

حساب الوسيط: $M_e = X_{\left(\frac{N}{2}+\frac{1}{2}\right)} = X_{(50/2+1/2)} = X_{25,5} = 40$ da/h

المنوال: هناك عدة منوالات

$M_{O1} = 34 \quad M_{O2} = 38 \quad . M_{O3} = 40 \quad M_{O4} = 41 \quad M_{O5} = 42$
$M_{O6} = 44 \; M_{O7} = 45$

الربيع الثالث:

$Q_3 = X_{\left(\frac{3N}{4}\right.}$

$D1 = X_{(N/10+1/2)} = X5,5 = \frac{X5+X6}{2} = \frac{29+30}{2} = 29,5$da/h
$D7 = X_{35,5} = 44$da/h
$P4 = X_{(4N/100+1/2)} = X_{2,5} = \frac{26+27}{2} = 26,5$
$P15 = X_{(15N/100+1/2)} = X_8 = 31$da/h

شرح معنى كل مؤشر:

مثلا معنى الربيع الثالث:

يعني أن ثلاثة أرباع العمال أجورهم الساعية أقل من 45 دج/سا وربع العمال أجورهم الساعية أكبر من ذلك وهكذا.....

ملاحظة: تعدد المنوال في هذه السلسلة يجعله قليل الفائدة عند الوصف والتحليل

التمرين السابع: إليك التوزيع التكراري التالي الخاص بأجور العمال المبينة في التمرين السابق.

الفئات	29-25	34 -30	39-35	44-40	49-45	54-50	**المجموع**
التكرارات	5	8	10	13	8	6	**50**

1. أعد حساب المؤشرات السابقة انطلاقا من هذا التوزيع التكراري.

الحل:

حساب الوسيط

$Me=B_{min}+N/2-F(B_{min})\ /n_{me}.\ L=\ 39,5+25-23\ /13\ .5=40,26da/h$

حساب المنوال

$Mo=\ 39,5+3/3+5.5=41,37da/h$

حساب الربيع الثالث

$Q3=\ B_{min}+\ 3N/4-F(B_{min})\ /n_{q3}\ .L=44,5+37,-36/8.5=45,43da/h$

حساب العشير الاول

$D_1=24,5+5-0/5.5=29,5da/h$

حساب العشير السابع

$D_7=39,5+35-23/13.5=44,5da/h$

حساب المئين الرابع

$P_4=24+2-0/5.5=26,5da/h$

حساب المئين الخامس عشر

$P_{15}=29,5+\frac{7,5-5}{8}\ .5=31\ ,01da/h$

n_i	الفئات
8	59.99 – 50.00
10	69.99 – 60.00

التمرين الثامن

إليك التوزيع التكراري التالي:

79.99 – 70.00	16
89.99 – 80.00	14
99.99 – 90.00	10
109.99 – 100.00	5
119.99 – 110.00	2
المجموع	65

المطلوب:

1. أحسب المنوال.
2. إذا افترضنا أن المنحنى التكراري لهذا التوزيع بسيط الالتواء:

أ- أعد حساب المنوال باستخدام العلاقة الاعتبارية بينه وبين الوسط الحسابي والوسيط.

ب-هل تعتقد أن افتراضنا في السؤال 2 كان صحيحا؟ ولماذا ؟

الحل:

الفئات	n_i	x_i	$n_i.x_i$
59.99 – 50.00	8	54.995	439.960
69.99 – 60.00	10	64.995	649.950
79.99 – 70.00	**16**	74.995	1199.920
89.99 – 80.00	14	84.995	1189.930
99.99 – 90.00	10	94.995	949.950
109.99 – 100.00	5	104.995	524.975
119.99 – 110.00	2	114.995	229.990
المجموع	65		**5184.675**

1. حساب المنوال:

- تحديد الفئة المنوالية: الفئة الأعلى تكرارا (الفئة 3)
- حساب المنوال:

$$M_O = L_0 +$$

2. إذا افترضنا أن المنحنى التكراري لهذا التوزيع بسيط الالتواء:

أ. حساب المنوال باستخدام العلاقة الاعتبارية بينه وبين الوسط الحسابي والوسيط:

$$[\bar{X} - M_o =$$

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$$

$$M_e = L_0 +$$

$$M_O = 3M_e$$

وسبق أن وجدنا المنوال يساوي 77.4950

إذن نعتقد أن افتراضنا صحيح في السؤال 2. لأن العلاقة الاعتبارية أعطت نتيجة تكاد تكون مطابقة لنتيجة قانون المنوال، وعليه فالتوزيع فعلا بسيط الالتواء. (موجب الالتواء لأن المنوال هو الأصغر).

التمرين التاسع: إليك التوزيع التكراري التالي:

المطلوب: أحسب منوال هذا التوزيع

الفئات	20 – 10	30 – 20	50 – 30	80 – 50	90 – 80	**المجموع**
$\boldsymbol{n_i}$	12	13	32	47	15	**119**

الحل

الفئات	n_i	a_i	n'_i
20 – 10	12	1	12.00
30 – 20	13	1	13.00
50 – 30	32	2	**16.00**
80 – 50	47	3	15.67
90 – 80	15	1	15.00
	119		/

حساب المنوال:

نلاحظ أن الفئات غير متساوية الطول، لذا وجب تعديل التكرارات اولا، وفقا للخطوات التالية:

- استخراج القاسم المشترك الأكبر لأطوال الفئات، وليكن L ($L=10$)
- حساب القيم ai حيث ai يساوي L على طول الفئة.
- حساب التكرار الجديد n'_i حيث $n'_i = n_i / a_i$

بعدها نحدد الفئة المنوالية، وهي الفئة ذات n'_i الأكبر.

أخيرا نحسب المنوال بالقانون:

$M_O = L_0 + \frac{}{\Delta_1}$

.

التمرينالعاشر:إليك البيانات التالية: 20 10 7 3 5 2

المطلوب:أحسب وسطها الهندسي بطريقتين مختلفتين.

الحل:

$G=\sqrt[N]{x1.x2\ldots\ldots xn}=\sqrt[6]{2.5.3.7.10.20}=5.89$

$\log G = 1/N\sum logxi =$ 1/6(log2+log5+log3+log7+log10+log20)=0,77

$G=10^{0,77}$ =5,88

التمرين الحادي عشر:أوجد الوسط الهندسي للبيانات التالية:

المجموع	4	3	2	1	***I***
/	15	10	8	5	x_i
70	10	15	25	20	n_i

الحل:

$LogG=1/N\sum n_i logx_i$ =1/70(20log5+25log8+15log10+10log15)=0.9

$G=10^{0,9}$ =7 ,94

التمرين الثاني عشر

تضم مزرعة للخلايا البكتيرية 1000 خلية، تضاعفت خلال ثلاثة أيام لتصبح 4000 خلية.

المطلوب: ما هو متوسط نسبة الزيادة (متوسط معدل النمو) في اليوم ؟

الحل: $A=P(t+1)^n$

$$T=\sqrt[n]{A/P}-1=\sqrt[3]{40000/1000}-1=58,7\%$$

التمرين الثالث عشر :سيَّرت إحدى المؤسسات ثلاثُ فرق إدارية لمدّة ستّ سنوات كما يلي:

- الفريق الأوّل: عمل لثلاث سنوات وحقّق زيادة في الأرباح بنسبة 5.8% سنويّا.
- الفريق الثاني: عمل لعام واحد، وحقق زيادة في الأرباح بنسبة 4.6%.
- الفريق الثالث: عمل لعامين حقق فيهما زيادة في الأرباح بنسبة 11.2% سنويا.

المطلوب: أحسب متوسط معدلات نمو الأرباح خلال هذه السنوات الست.

$$T=\sqrt[N]{(t1+1)\mathrm{n}1(t2+1)n2(t3+1)n3}$$

$$t_m=\sqrt[n]{(1+t_1)(1+t_2)(1+t_3)}-1=\sqrt[6]{(1.58)(1.46)(1.112)}-1=\sqrt[6]{2.5651}-1=0\ .1699$$

التمرين الرابع عشر:

في عام 1950 كان عدد سكان الولايات المتحدة الأمريكية 151.3 مليون نسمة، وبعد 10 سنوات بلغ 179.3 مليون نسمة.

المطلوب:

1. ما هو متوسط نسبة زيادة عدد السكان في السنة؟
2. قدِّر عدد السكان في عام 1954.

الحل:

1.متوسط نسبة زيادة عدد السكان في السنة؟

$$T=\sqrt[n]{A/P}-1=\sqrt[10]{179.3/151.3}-1=0.017=1.7\%$$

3. تقدير عدد السكان في عام 1954.

$$A=P(t+1)^{n}=151.3(0.017+1)^{10}=161.93$$

التمرين الخامس عشر

انتقل شخص من نقطة A إلى نقطة B بمتوسط سرعة 30كلم/سا، ثم عاد من B إلى A مستخدما الطريق نفسه، لكن بمتوسط سرعة 60كلم/سا،

المطلوب: أوجد متوسط السرعة للرحلة كلها ذهابا وإيابا.

الحل

$$H=N/\sum 1/xi=\frac{2}{\frac{1}{60}+\frac{1}{30}}=40km/h$$

التمرين السادس عشر

قطع سائق المسافة الفاصلة بين مدينتين على أربع مراحل متساوية المسافة، طول كل منها 100كلم، فإذا كانت سرعاته في هذه المراحل الأربعة هي على الترتيب: 100كلم/سا، 120كلم/سا، 150كلم/سا، 80كلم/سا.

المطلوب

1. أحسب الوسط الحسابي لسرعات هذا السائق في هذه المراحل.
2. أحسب الوسط التوافقي لسرعات هذا السائق في هذه المراحل.
3. حسب رأيك، أيهما أحسن تعبيرا وأدق وصفا لهذه السرعات؟ولماذا؟

الحل:

1-حساب الوسط الحسابي لسرعات هذا السائق في هذه المراحل

$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{100+120+150+80}{4}$=112,5km/h

2-حساب الوسط التوافقي

H=N/∑1/xi=$\frac{4}{\frac{1}{120}+\frac{1}{120}+\frac{1}{150}+\frac{1}{80}}$=106,68km/h

3-المسافة الكلية المقطوعة D=400km

الزمن الكلي المستغرق : لدينا d=t.v ومنه t=$\frac{d}{v}$

T1=100/100=1H، T2=100/120=5/6h، T3=100/150=2/3h، ،
T4=100/80=5/4h

T=t1+t2+t3+t4= 3,75h

V=$\frac{D}{T}$=400/3,75=106,68km /h

ومنه الوسط التوافقي أفضل تعبيرا وتمثيلا للسرعات من الوسط الحسابي

التمرين السابع عشر

إذا كان لدينا 3 آلات تستخدم في كتابة الاستمارة، حيث يمكن كتابة استمارتين في الدقيقة على الآلة الأولى، وأربع استمارات في الدقيقة على الآلة الثانية، وثمان استمارات في الدقيقة على الآلة الثالثة.

المطلوب: احسب معدل الاستمارات المكتوبة في الدقيقة لهذه الآلات الثلاث.

الحل: في هذه الحالة نستخدم الوسط التوافقي

H=N/∑1/xi=$\frac{3}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}}$=3,428

التمرين الثامن عشر:

خصص تاجر-لمدة أربع سنوات-نفس المبلغ S لشراء سلعة معينة بالأسعار التالية:

5400دج/كغ، 5500دج/كغ، 5800دج/كغ، 6400دج/كغ.

المطلوب:

بين أن الوسط التوافقي لهذه الأسعار أنسب من الوسط الحسابي لحساب سعر الشراء المتوسط للكغ.

الحل:

-حساب المتوسط الحسابي

$$\bar{X}=\frac{5400+5500+5800+6400}{4}=5775\text{da/kg}$$

- حساب الوسط التوافقي

$$H=N/\sum 1/xi=\frac{4}{\frac{1}{5400}+\frac{1}{5500}+\frac{1}{5800}+\frac{1}{6400}}=5849.88\text{da/kg}$$

لدينا خلال 4 سنوات دفع التاجر ثمنا قدره 4S حيث اشترى

Q1=S/5400 Q2=S/5500 Q3=S/5800 Q4=S/6400

PQ=4S

$$P=\frac{4S}{Q}=\frac{4S}{Q1+Q2+Q3+Q4}=\frac{4S}{\frac{S}{5400}+\frac{S}{5500}+\frac{S}{5800}+\frac{S}{6400}}$$

بحذف S من البسط و المقام نجد:

$$P=\frac{4}{\frac{1}{5400}+\frac{1}{5500}+\frac{1}{5800}+\frac{1}{6400}}=5749,88\text{da/kg}$$

و عليه فان الوسط التوافقي افضل في حساب متوسط السرعة من الوسط الحسابي

تمارين مقترحة للحل

التمرين الأول : لديك الجدول التكراري الذي يبين الدخل الشهري لعمال أحد المصانع بالدينار الجزائري:

الفئـــــــات	التكرار
10000 - 20000	10
20000 - 30000	12
30000 - 40000	20
40000 - 50000	28
50000 - 60000	16
60000 - 70000	8
70000 - 80000	6
المجموع	100

المطلوب:

1) استنتج من الجدول التكراري طول الفئة المستخدم.
2) أوجد التكرار المتجمع الصاعد ثم التكرار المتجمع النازل.
3) أوجد التكرار النسبي ثم التكرار النسبي المئوي.
4) احسب مقاييس النزعة المركزية (المتوسط الحسابي . الوسيط . المنوال).

التمرين الثاني: لديك الجدول التكراري الخاص بدرجات التلاميذ في امتحان مقياسالاحصاء.

الفئات	التكرار
10 - 19	5
20 - 29	12
30 - 39	22
40 - 49	38
50 - 59	22
60 - 69	12
70 - 79	5
المجموع	

المطلوب:

1) استنتج طول الفئة المستعمل في الجدول
2) أوجد التكرار المتجمع الصاعد ثم التكرار المتجمع النازل.
3) احسب كلا من المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.
4) استنتج طبيعة المنحنى
5) احسب قيمة الربيعيات الأول والثاني والثالث.

التمرين الثالث

إذاكانتالدرجاتالتيتحصلعليهاالطالبفيخمس مواد هي: *15*، *14*، *13*، *10*،8

أحسبمتوسطدرجاتالطالب؟

التمرين الرابع

الجدول التالي يبين عدد العمال ومتوسط الأجرللعامل الواحد في الوحدات المختلفة التي تشكل الشركةالوطنية لإنتاج الأنابيب البلاستيكية .

الفرع	وحدة الشرق	وحدة الغرب	وحدة الشمال
عدد العمال	130	110	80
متوسط الاجر	13000	14500	18500

المطلوب:حساب متوسط الأجوراللتي توزعهالهذهالشركة؟

التمرين الخامس

اشترى شخص من نفس السوق الكميات التالية من البطاطا: 4كغ بقيمة 100دج،ثم5 كغ بقيمة100دج و أيضا 8 كغ بقيمة 120دج.

المطلوب:

احسب متوسط سعر البطاطا المشتراة باستخدام الوسط التوافقي؟

التمرين السادس: يمثل الجدول التالي التوزيع التكراري لأجور 40 عاملا حسب الساعة لإحدى المؤسسات

الفئات(دج)	24-15	34-25	44-35	54-45	64-55
التكرار	n_1	09	13	07	n_2

المطلوب:

- اذا علمت ان الاجر المتوسط ل40 عاملا هو 40,5 احسب $n1$ و$n2$؟
- احسب قيمة الوسيط و المنوال؟
- ما هو اقل اجر لـ 18% من العمال الأعلى اجرا؟

التمرين السابع

يرتفع انتاج مادة معينة خلال 4 سنوات بالشكل التالي: 400،300،200،100 على الترتيب، اما انتاج مادة أخرى فيتناقص خلال نفس الفترة بالشكل التالي:20،15،10،5 على الترتيب.

المطلوب:

- ما هي معدلات النمو من سنة الى أخرى للمادتين؟
- ما هو متوسط معدل النمو للفترة المدروسة؟

التمرين الثامن

قام أستاذبإجراء امتحان لطلبة مقسمين إلى مجموعتين فإذاتوفرت لك المعلومات التالية.

.عددطلبةالمجموعة الأولى 248 = المتوسط الحسابي لدرجاتهم09.5 =

.عددطلبةالمجموعة الثانية هو 230المتوسط الحسابي لدرجاتهم هو 10,4

أوجدالمتوسط الحسابي لمجموع الطلبة؟

التمرين التاسع

إذاكان مستهلكي سلعة ماموزعةحسب فئات العمركمايظهرفي الجدول التالي

السن	20–15	25–20	30–25	35–30	–35	50–40	أكبر من50
النسبة							

					40			
النسبة	**13**	**26**	**20**	**18**	**15**	**5**	**3**	**100%**

المطلوب:

-أرسم المدرج التكراري للتوزيع واستنتج المنوال

-أرسم منحنى التكرارالنسبي المتجمع الصاعدوالنازل واستنتج منه الوسيط

-أوجدحسابياقيم المنوال،الوسيط،المتوسطالحسابي

التمرين العاشر:

يبين الجدول التالي إنتاج إحدى المؤسسات لسلعة ما من عام 2000 إلى عام 2003:

السنة	2000	2001	2002	2003
الإنتاج	1000	1250	1875	2625

المطلوب:

1. أحسب معدلات نمو الإنتاج المحققة من سنة لأخرى ابتداء من عام 2001.
2. أحسب متوسط معدلات النمو في الإنتاج خلال الفترة 2001 – 2003.

التمرين الحادي عشر:

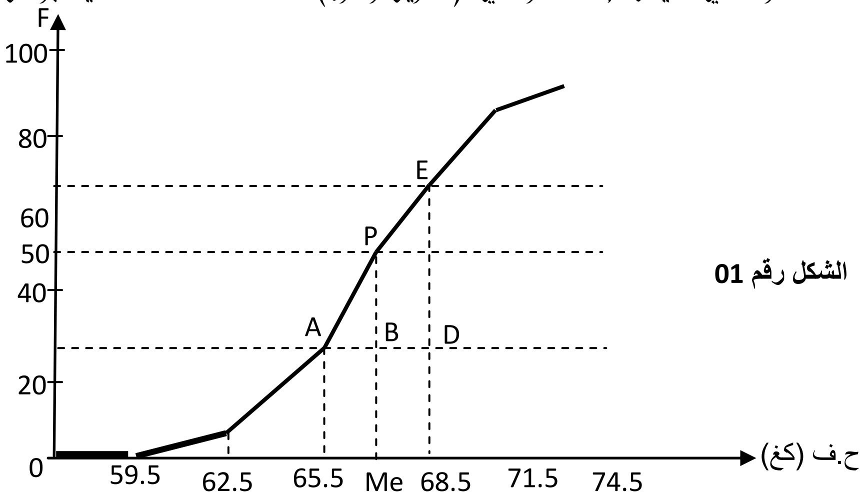
اشترى شخص بقيمة 210000 ديناربمجموعة من الأسهم بسعر 10 ديناراللسهم واشترى مرةأخرى بنفس القيمةبمجموعة أخرى من الأسهم بسعر 7 ديناراللسهم .ماهومتوسط السعرللسهم.

التمرين الثاني عشر:إذا كان سعر سلعة ما قد تضاعف في فترة أربع سنوات، ما هو متوسط نسبة الزيادة في السنة؟

التمرين الثالث عشر:

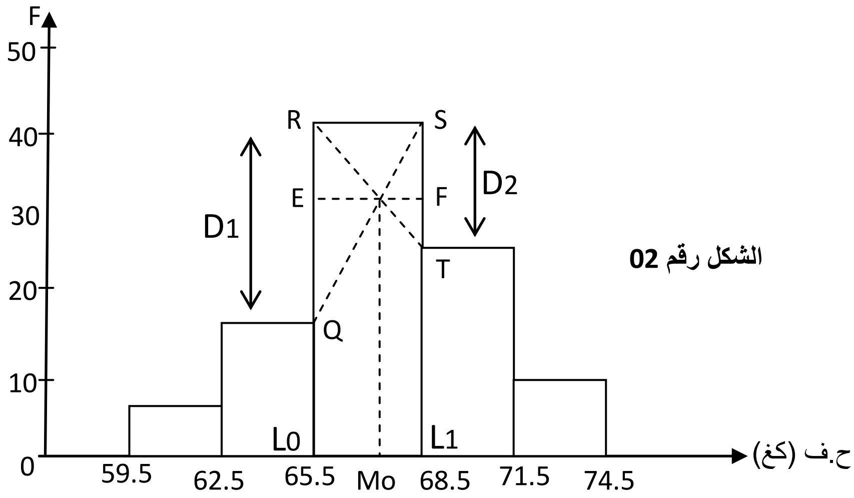
يبين الشكلان 01 و02 المضلع التكراري الصاعد والمدرج التكراري لتوزيع أوزان 100 طالب.

1- بالاعتماد على الشكل رقم 01، بيّن أن: $M_e = L_0 + \frac{\frac{N}{2} - F(L_0)}{n_M} C$



الشكل رقم 01

2-بالاعتماد على الشكل رقم 02، بيّن أن: $M_O = L_0 + \frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2} C$



الشكل رقم 02

المحور الرابع: مقاييس التشتت

لا يجب الاعتماد على مقاييس النزعة المركزية فقط في معرفة تغيرات او وصف ظاهرةما، لأنهاتهمل بعض الجوانب كمدى تبعثر قيم هذه الظاهرة، ولهذا يتم اللجوء الى مقاييس التشتت، والتي تنقسم الى مجوعتين رئيسيتين تسمى الأولى مقاييس التشتت المطلقة وتسمى الثانية بمقاييس التشتت النسبية.

المجموعة الأولى: مقاييس التشتت المطلقة

تنقسم الى نوعين:

1- **مقاييس لا تأخذ بعين الاعتبار مقاييس النزعة المركزية:** و تشمل :

1-1-المدى (E): يقيس الفرق بين اعلى قيمة و ادنى قيمة بين المشاهدات . و يحسب كالتالي:

- **سلسلة عددية:** $E=X_k-X_1$

  حيث: X_k : اعلى قيمة

  X_1 : اصغر قيمة

- **توزيع تكراري:** يحسب المدى بطرقتين

  1-المدى = مركز الفئة الأخيرة- مركز الفئة الأولى

  2-المدى =الحد الأعلى الفعلي للفئة الأخيرة- الحد الأدنى الفعلي للفئة الأولى

1-2-المدى الربيعي(EQ):هو مجال التغير الأوسط الخالي من القيم المتطرفةالناتج عن استبعاد الربيعيين الأول و الثالث للمعطيات ، و يحسب كمايلي:

$$EQ=Q_3-Q_1$$

1-3-نصف المدى الربيعي (1/2EQ):: لا يتاثر بالقيم المتطرفة، و يحسب كالتالي:

$$1/2EQ=\frac{1}{2}(Q3-Q1)$$

2-المقاييس التي تأخذ بعين الاعتيار مقاييس النزعة المركزية: وتشمل

2-1-الانحراف المتوسط:هو الوسط الحسابي لانحرافات القيم عن مؤشر من مؤشرات النزعة المركزية وهو عادة ما يكون الوسط الحسابي او الوسيط، و يحسب كالتالي:

-حالة سلسلة عددية

$EM=\frac{\sum|Xi-\overline{X}|}{N}$ $EM=\frac{\sum|Xi-Me|}{N}$

-حالة توزيع تكراري

$EM=\frac{\sum ni|Xi-Me|}{\sum ni}$ $EM=\frac{\sum ni|Xi-\overline{X}|}{\sum ni}$

2-2-التباين: هو عبارة عن متوسط مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي، وقد يلجا الاحصائيون الى توسيع هذه الانحرافات للتخلص من الإشارة السالبة بدل اخذ قيمتها المطلقة كما في EM. ويحسب كمايلي:

-حالة سلسلة عددية:

$$S^2 = [\sum (x_i - \overline{X})^2] / n$$

-حالة توزيع تكراري:

$$G=\sum ni(Xi-\mu)/N$$

يمكن القسمة على $n-1$ في حالة العينة وهو ما يعرف بالقيم الحرة أو درجات الحرية حيث القيمة لمتبقية من n يكمل انحرافها عن الوسط الحسابي للصفر لأن مجموع انحرافات القيم عن وسطها يساوي الصفر.

$$S^2 = [\sum (x_i - \overline{X})^2] / (n-1)$$

أما في حالة المجتمع فنستخدم الصيغة التالية:

$$\sigma^2 = [\sum (x_i - \mu)^2] / N$$

حيث S^2 تباين العينة ، σ^2 تباين المجتمع

3-2-الانحراف المعياري: يعد من اهم مقاييس التشتت لأنه يعطي فكرة سليمة عن مدى تبعثر قيم ظاهرة ما عن وسطها الحسابي و يحسب كالتالي:

-حالة سلسلة عددية:يحسب كمايلي

$$S=\sqrt{\frac{\sum(Xi-\overline{X})^2}{N}}$$

-حالة توزيع تكراري

$$S=\sqrt{\frac{\sum ni(Xi-\overline{X})^2}{\sum ni}}$$

ملاحظة: يرمز للانحراف المعياري في حالة العينة بالرمز S كما يمكن القسمة على N-1

المجموعة الثانية: مقاييس التشتت النسبية

في حالة عدم توفر الشرطين السابقين المذكورين في المجموعة الأولى فإننا نلجأ الى مقاييس أخرى للتشتت وهي مقاييس التشتت النسبية ومن أهمها:

2-**1-المدى النسبي**:وهو مؤشر تشتت نسبي ينتج عن قسمة المدى على الوسط الحسابي. ويرمز له بالرمز(ER).

$$ER=\frac{E}{\overline{X}}$$

حيث المدى يحسب بطرقتين في حالة سلسلة عددية، وكذا التوزيع التكراري كما سبقت الإشارة اليه.

2-**2-معامل التغير الربيعي**: مؤشر ينتج عن قسمة المدى الربيعي على مجوع الربيعيين الأول و الثالث، و يرمز له بالرمز (CQV) و يحسب كمايلي:

$$CQV=\frac{Q3-Q1}{Q3+Q1}$$

2-3- معامل الاختلاف(التغير):

يعد مؤشر جيد لقياس الظواهر غير المتجانسة و يرمز له بالرمز(CV) و يحسب كمايلي:

$$CV=\frac{S}{\overline{X}}$$

تمارين محلولة

التمرين الأول: اليك مجموعتي الأرقام التاليتين:

المجموعة أ: 12،6،7،3،15،10،18،5

المجموعة ب:9،3،8،8،9،8،9،18

- احسب كل من المدى، الانحراف المتوسط والانحراف المعياري للمجموعتين
- بالاعتماد على هذه المعايير حدد أي المجموعتين أكثر تشتتا؟

الحل:

تمرين 1:

المجموعة أ

1/ المدى $E_{أ}= x_{max-x_{min}}$

$=18-3=15.$

2/ الإنحراف المتوسط: EM

$EM_{أ}=\frac{\sum|xi-\overline{x}|}{N}$

$\overline{x}_{أ}=\frac{\sum xi}{N}=\frac{76}{8}= 9.5$

$EM_{أ}=\frac{34}{8} = 4.25$

3 / حساب الإنحراف المعياري S

$s_{أ}= \sqrt{\frac{\sum(xi-\overline{x})^2}{N}}=\sqrt{\frac{190}{8}}=4.87$

المجموعة "ب"

1/ المدى:

$E_{ب}=18-3=15$

$$EM_{ب} = \frac{\sum|\mathrm{xi} - \overline{x}|}{N}$$

$\overline{x}_{ب}= \frac{72}{8} =9$

$EM_{ب}= \frac{18}{8}= 2.25.$

الإنحراف المعياري3/ S

$S_{ب}= \sqrt{\frac{120}{8}}= 3.87.$

المقارنة: وفق المدى :

$E_{أ} : E_{ب} =$ ⟸ تشتت أ = تشتت ب.

EM: $EM_{أ} < EM_{ب}$ ——— تشتت أ> تشتت ب.

S: $s_{أ} < s_{ب}$ ——— تشتت أ > تشتت ب.

نلاحظ أن نتيجة المقارنة وفق المدى لا تنسجم ونتيجة المقارنة وفق EM وS وحتى وفق الملاحظة حيث يبدو جليا بالملاحظة فقط، أن تشتت أ > تشتت ب، مدى ب تأثر بقيمتين متطرفتين في المجموعة هما 18 و3 وعند إستبعادهما يصبح :

$E_{ب}$ =8-9=1.

التمرين الثاني:

لدينا توزيعين تكرارين الأول خاص بأطوال 50 رجلا و الثاني خاص بنقاط 30 طالب في احد المقاييس.

التوزيع التكراري لأطوال 75 رجلا

الفئات	129-115	144-130	159-145	174-160	189-175	204-190	المجموع
Ni	4	9	15	26	15	6	75

التوزيع التكراري لنقاط الطلبة

الفئات	29-20	39-30	49-40	59-50	79-60	79-80	المجموع
Ni	2	3	9	12	3	1	30

المطلوب: بافتراض أن التوزيعين خاضعان للتوزيع الطبيعي:

1- ماهو عدد الرجال المحصورة أطوالهم في المجال $\bar{X}s \pm$؟

2- ماهو عدد الطلبة المحصورة نقاطهم في المجال $\bar{X}\pm 2s$؟

ماهو التوزيع الأكثر تشتتا؟

الحل

s_1= 22.49 $\bar{x}$ =162.56

عدد الرجال بين s + $\bar{x}$هو 163.4

75 رجل ⟸ 100 ٪

س ⟸ 68.27 ٪

س = 51.2 =51 رجل.

توزيع2: $\overline{x}_{2=}$49.16، $s_{2=}$11.17

عدد الطلبة بين$\overline{\mathrm{x}}$ 25+

30 طالب ـــــ 100٪

س ـــــــ95.45٪

س = 29 طالب

3- أيهما أكثر تشتت : 22.72٪ > $cv_{2=}$ 11.67٪ = $\mathrm{cv}_1=\frac{19.23}{163.4}\frac{s1}{\overline{X1}}$

التمرين الثالث:

يبين الجدول الآتي أرباح الشركتينX و Y لفترة ما بملايين الدينار:

المطلوب: حسب رأيك أي الشركتين أكثر إستقرارا وجذبا للمستثمرين؟

الشركة X	10	50	45	65	10
الشركة Y	40	30	35	40	35

الحل

$\overline{x}=\frac{180}{5}\ \overline{Y}$ =36 =

$$s_x=\sqrt{\frac{\sum(xi-\overline{x})^2}{\mathrm{N}}} = 22.23 > s_y = 3.74$$

على الرغم من أن متوسطي أرباح الشركتين متساويان خلال الفترة إلا أن أرباح الشركة(y) أقل تشتتا بالتالي فهي أكثر إستقرارا من أرباح الشركة (x) وهذا ما يجعل الشركة (y) افضل بالنسبة للمستثمرين

التمرين الخامس:

قام أحد الباحثين بدراسة بين فيها أن متوسط دخول عمال وحدة الشرق لمؤسسة ما قبل إقتطاع الضريبة وصل إلى 25000 دج بانحراف معيار قدره 1200 دج.

المطلوب:

1- كيف سيتغير متوسط دخل العمال وانحرافه المعياري إذا فرضت ضريبة موحدة على الجميع قدرها 3000 دج؟

2- كيف سيتغير متوسط دخل العمال وانحرافه المعياري إذا فرضت ضريبة على الجميع بمعدل 30٪ من الدخل؟

3- إذا علمت أن متوسط دخول عمال وحدة الغرب للمؤسسة نفسها والإنحراف المعياري هما على الترتيب: 30000 دج و 4500دج، وأن عدد عمال هذه الوحدة يمثل ثلثي مجموع المؤسسة ككل، أحسب متوسط دخول كل عمال المؤسسة والإنحراف المعياري لهذه الدخول؟

الحل:-

1- حساب متوسط الدخل و الانحراف المعياري في حالة فرض ضريبة موحدة قدرها 3000دج

$$x_i \qquad x_i = -A = \frac{\sum yi}{N} = \frac{\sum(xi - A)}{N} = \overline{x} - A$$

$$\overline{y} = DA25000 - 3000 = 22000$$

$$s_2 = s_{x=1200\,DA}$$

2- حساب متوسط دخل العمال وانحرافه المعياري في حالة فرض ضريبة على الجميع بمعدل 30٪ من الدخل

$$y_i = x_i^t x_{i-} \longrightarrow y_i = x_i\,(1-t) = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum x_i}{N} = (1-t) \longrightarrow \overline{y} = \overline{x}\,(0.7) = 25000(0.7) = 17500DA$$

$$s_y = s_x(0.7) = 1200(0.7) = 840DA$$

/3 $\overline{x}=\frac{\boxed{\overline{x}}_1 N_1+\overline{x}_2 N_2}{N_1+N_2}=\frac{⅓N(25000)+⅔N(30000)}{N}$

$= 28333.33DA$

التمرين السادس:

إذا كان متوسط درجة الحرارة لمدينة ماهو 25درجة بانحراف معياري 3 درجات.أوجدالمتوسط والإنحراف المعياري للدرجات الفهرنهايتيةإذا كانت العلاقة بينهما هي:

الدرجة الفهرنهايتية= (1.8+32 الدرجة المئوية)

تمرين رقم(6): ؟ $\overline{x}_F =$ ؟ $s_F =$

$s_{D=}\ 30^{\circ}$

$\overline{x}_F = 1.8(25)+32= 77F$

$F= 1.8(3)= 5.4 s_F$

التمرين السابع: تمثل المعلومات الواردة في الجدول التالي قيم الربيعين الأول والثالث المحسوبين لبيانات مجموع من الأعمار والأوزان:

المجموعات		
مجموعات الأعمار	22 سنة	37 سنة
مجموعة الأوزان	65 كغ	80 كغ

الحل

نحسب معامل التغيير الربيعي:

$cQv_1=\frac{Q3-Q_1}{Q_{3+}Q_1}=\frac{37-22}{37+22}= 0.2542= 25.42\%$

$cQv_2=\frac{Q3-Q_1}{Q_{3+}Q_1}=\frac{80-65}{80+65}= 0.1034= 10.34$

الأعمار cQv (الاعمار) >cQv (الأوزان) وعليه فتشتت مجموعة الأعمار أكبر

التمرين الثامن: أجريت تجربة لدراسة طول النبات(سم)، وكمية المحصول (كلغ) لـ (100) نبات من المحصول الذرة الصفراء، فكانت النتائج كما هي مبينة في الجدول المقابل:

المطلوب: قارن بين تشتت صفتي الطول وكمية المحصول.

المؤشرات الإحصائية	الطول/سم	كمية المحصول/ كغ
الوسط الحسابي	240	900
الإنحراف المعياري	16	30

الحل

نحسب معامل الاختلاف:

$$cv\% = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{16}{240} = 0.0666 = 6.66$$

$$cv = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{30}{900} = 0.0333 = 3.33\%$$

التمرين التاسع:

إذا علمت أن معامل الإختلاف لإنتاج أحد المصانع في فترة ما هو 20٪، أوجد عدد أيام هذه الفترة إذا كان الانحراف المعياري هو 10 وحدات، وجموع إنتاج الفترة يساوي 500 وحدة.

$$cv = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{s}{\frac{\sum xi}{N}} = \frac{10}{\frac{500}{N}} = 0.2. \qquad N=10 \text{ أيام}$$

التمرين العاشر:

يبين التوزيع التكراري التالي أعمار 50 مصباحا ناتجة عن دراسة قامت بها مصلحة متابعة الجودة في أحد المصانع. فإذا علمت أن الوسط الحسابي لهذه الأعمار 953 ساعة، والإنحراف المعياري يساوي 201.34 ساعة.

المطلوب:

- حدد النسبة التي يحتويها المجال $\overline{X} \pm s$.
- ماذا نستنتج بخصوص منحنى هذا التوزيع؟

الفئات	

500-100	2
800-500	4
900-800	6
1000-900	18
1100-1000	15
1500-1100	5
المجموع	50

الحل:

تحديد النسبة التي يحتويها المجال: $\bar{x} \pm S$:

$\bar{x}$- S= 751.66 .
$\bar{x} + S$ =1154.34.
800-751.66=48.34.
1154.34-1100=54.34.

300———4تكرارات
0.644 =n ———————48.34
400———5
0.679 = n ———————54.34
٪100———————50
x ———————40.323
X= 80.64 ٪

- نستنتج أن المنحنى ليس طبيعي

تمارين مقترحة

التمرين الأول:

قام أستاذ بإجراءامتحان لطلبة مقسمين إلىمجموعتين فإذاتوفرت لك المعلومات التالية.

– عدد طلبة المجموعة الأولى248،والمتوسط الحسابي لدرجاتهم09.5

– عددطلبةالمجموعة الثانية230، والمتوسط الحسابي لدرجاتهم10.4

أوجدالمتوسط الحسابي لمجموع الطلبة؟ احسب الانحراف المتوسط و الانحراف المعياري، ما رايك في النتائج؟

التمرين الثاني:

عند مراقبةالوصول إلى مقرالعمل لمجموعة مكونة من 100 عامل في إحدى المؤسسات تم الحصول علىا لمعلومات التالية:

زمن التأخرxi	10-5	15-10	20-15	30-20	40-30	50-40
عدد التأخرni	10	18	40	20	8	4

1حسب كلا من :المتوسط الحسابي،الوسيط؟

2-أحسب كلامن :المدى المطلق والنسبي،المدى الربيعي المطلق والنسبي.

3-نفرض أن زمن التأخر الوسيط في مؤسسة ثانية يقدرب 17,75 دقيقة وأن الانحراف المتوسط بالنسبة للوسيط يساوي 4 دقائق،قارن مستوى التأخروالتشتت بين المؤسستين، ما تفسيرك للنتائج؟.

التمرين الثالث:

بلغ متوسط عمر عمال مؤسسة ما خلال 2018، 46سنة بانحراف معياري 7 سنوات فاذا علمت ان المؤسسة قامت بتوظيف ثلاث عمال جدد أعمارهم على الترتيب 25 سنة، 23 سنة، و 30لا سنة و ذلك لسد العجز الذي احدثه تقاعد 5 موظفين يبلغون من العمر 65 سنة، 65 سنة، 60 سنة ، 60 سنة ، 70 سنة، على الترتيب ، احسب متوسط العمر و الانحراف المعياري الجديدين لعمال هذه المؤسسة؟

التمرين الرابع

لتكن العلامات التالية المحصل عليهامن طرف طالبين في6 إمتحانات:

الطالب الأول: 15، 14، 11، 13، 8،10

الطالب الثاني ،،13،10 11 ، 12،10،12

المطلوب:

1-قارن بين مستوى الطالبين؟

2-أدرس التشتت في علامات كل طالب؟

التمرين الخامس:

تمتلك أحد المؤسسات الصناعية وحدتين إنتاجيتين، وبغرض دراسة ظاهرةالتغيب فيها أجريت دراسةخاصةحيث حصلناعلى النتائج التالية:

الوحدةالأولى :المدةالمتوسطة لتغيب العامل الواحد سنويا يساوي 35 يوم،التباين يساوي36 .

الوحدةالثانية :عدد العمال 400 عامل،المدة الكلية للتغيب خلال السنة هي 8000 يوم،معامل الاختلاف يساوي% 15

المطلوب:

1-حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري في الوحدة الثانية؟

2-قارن مستوى التغيب والتشتت بين الوحدتين؟ماهي أحسن وحدة في رأيك؟

3-أحسب على الوحدةالثانية:

أ-نسبة وعدد العمال الذى نتراوح مدة تغيبهم بين الربيع الأول والربيع الثالث؟

ب-نسبة وعدد العمال الذين تتراوح مدةتغيبهم بين العشيرالسادس والعشيرالتاسع؟

ج -نسبة وعدد العمال الذين تتراوح مدةتغيبهم بين المئوي 47 والمئوي95 .

المحور الخامس: مقـاييس الشكل

تفيد هذه المقاييس في معرفة الشكل العام للتوزيع فقد يكون لتوزيعين تكراريين نفس الوسط الحسابي و نفس الانحراف المعياري الا انهما يختلفان في الشكل العان للتوزيع لذلك ظهرت الحاجة الى هذه المقاييس.

أولا:التناظر

عكس الالتواء، و نعتبر توزيعا ما تناظريا اداكان المفردات xi موزعة بانتظام و بالتساوي حول $\bar{X}$.

في التوزيع التناظري تتحقق العلاقات التالية: $Me=Mo=\bar{X}$

$$Q3-Me=Me-Q1$$

$$D9-Me=Me-D1$$

$$P99-Me=Me-P1$$

ثانيا: الالتواء

1- تعريف الالتواء: نعتبر توزيعا ما ملتويا اذا لم تكن المفردات xi موزعة بالتساوي حول ز هو نوعان:

- **التواء ناحية اليمين**: أي التواء موجب و هو عندما يكون الذيل الأطول للمنحنى متجها نحو اليمين و هنا نجد: $Mo<Me<\bar{X}$
- **التواء ناحية اليسار**: التواء سالب او الذيل الأطول متجها نحو اليسار ، و هنا نجد: $Mo> Me>\bar{X}$

2-مقاييس الالتواء:هناك مجموعة من المقاييس تساعد على قياس درجة الالتواء و اتجاهه، و يشترط استعمالها في الظاهرة وحيدة الالتواء و ذات عدد كبير من المشاهدات و من أهم هذه المعاملات نذكر مايلي:

2-1-معامل فيشرF1: نميز ثلاث حالات $F1=\mu_3/S^3$:

- $F1>0$ الالتواء نحو اليمين
- $F1<0$ الالتواء ناحية اليسار
- $F1=0$المحنى عديم الالتواء

2-2- معامل بيرسون(P) :هناك صيغتين لحسابه:

الصيغة الأولى: $\mathbf{-MoP1=}\frac{\bar{\bar{X}}}{S}$

$P1=\bar{x}-Mo/S$

- $\bar{X}Mo<$ $P1>0$ التوزيع موجب الالتواء
- $\bar{X}Mo=$ $P1=0$ التوزيع عديم الالتواء (تناظري)
- $Mo>\bar{X}$ $P1<0$ التوزيع سالب الالواء

الصيغة الثانية: تعطينا معامل مهم و هو P2

$$P2=(\mu_3)^2/(\mu_2)^3 \quad =\mu_3{}^2/S^6 \quad =F_1{}^2$$

نلاحظ ان قيمة P2 موجبة دوما و منه لمعرفة اتجاه الالتواء ندرس إشارة$\mu 3$

فاذاكان : $0\mu>$ فان التوزيع موجب الالتواء

$\mu<0$ فان التوزيع سالب الالتواء

$\mu=0$ فان التوزيع عديم الالتواء

2-3-معامل يول و كندال: يستعمل خاصة في التوزيعات التكرارية المفتوحة، و يحسب كالتالي:

$$Cyk=(Q3-Q2)-(Q2-Q1)/Q3-Q1 \quad =\frac{Q3-2Q2+Q1}{Q3-Q1}$$

نميز ثلاث حالات:

1-$(Q2-Q1)$ $>(Q3-Q2)$ $Cyk>0$التوزيع موجب الالتواء

2- $(Q2-Q1)$ $>(Q3-Q2)$ $Cyk<0$ التوزيع سالب الالتواء

3 $(Q2-Q1)$ $=(Q3-Q2)$ - $Cyk=0$ التوزيع عديم الالتواء

نلاحظ اعتماد هذا المعامل على الربيعات لذلك يسمى المعامل الربيعي للالتواء.

ثانيا: التفلطح

1-تعريف التفلطح: يعتبر منحنى ما مفلطحا اذا كانت قيمته اقل ارتفاعا و شكله اكثر انبساطا مقارنة بالمنحنى الطبيعي.

2–تعريف التدبب: المنحنى المدبب هو الذي تكون قيمته اعلى وشكله اقل انبساطا من المنحنى الطبيعي.

3–معاملات التفلطح: نستخدم عدة معاملات لقياس درجة تدبب او تفلطح منحنى تكراري نوجز أهمها فيما يلي:

3–1–معامل بيرسون P3 :

حيث يحسب كمايلي: $P_3=\mu_4/\mu_2^2$

نميز ثلاث حالات:

- P3>3 المنحنى مدبب
- P3<3 المنحنى مفلطح
- P3=3 المنحنى طبيعي

3–2–معامل فيشر F_2: و يحسب كما يأتي:

$$F2=P_3-3=\mu_4/S^4$$

نميز ثلاث حالات :

$F2>0-P_3>3$ المنحنى مدبب

$F2<0\ -<3P_3$ المنحنى مفلطح

$F2=0\ -\ P_3=3$ المنحنى طبيعي

3–3–معامل كيلي "K" : و يحسب كمايلي

$$K=1/2EQ/P90-P10\quad =1/2EQ/D9-D1$$

اذا كانت K=0 .263 المنحنى طبيعي.

تمارين محلولة

التمرين الأول:

أدرس شكل التوزيع التكراري الآتي باستخدام معاملات "بيرسون" للالتواء والتفلطح:

الفئة	2 – 0	4 – 2	6 – 4	8 – 6	10 – 8	المجموع
التكرار	6	8	10	8	6	**38**

الحل: دراسة شكل التوزيع التكراري باستخدام معاملات بيرسون للالتواء والتفلطح

الفئات	التكرار	XI	Nixi	Xi-xbar	ni $(xi-x)^2$	ni $(xi-x)^3$	ni $(xi-x)^4$
2-0	6	1	6	4-	96	384-	1536
4-2	8	3	24	2-	32	64-	128
6-4	10	5	50	0	0	0	0
8-6	8	7	56	2	32	64	128
10-8	6	9	54	4	96	384	1536
	38		190		256	0	3328

Xbar=190/38=50

$Mo= B_{min} + \frac{\Delta 1}{\Delta 1+\Delta 2}.l = 4 + \frac{2.2}{2+2} \quad =5$

$\mu_3=\sum ni(xi-xbar)^3/\sum ni \; =0/38=0$

$\mu_4=\sum ni(xi-xbar)^4/\sum ni \; =3328/38=87,57$

$S= \sqrt{6,736}= 2,59$

$P_1=(XBAR-Mo)/S=\frac{5-5}{2.59}=0$ المنحنى متناظر

$P_2=(\mu_3)^2/(\mu_2)3=\frac{\mu 32}{S6}=0/(2,59)^6=0$ المنحنى متناظر

$P_3=\mu_4/\mu_2{}^2=\mu_4/S^4=87,57/(2,59)^4=1,94<3$ المنحنى مفلطح

و منه التوزيع متناظر و مفلطح

التمرين الثاني:

الجدول رقم01 (دج)

يبين الجدول رقم 01 التوزيع التكراري للأجر الساعي لخمسين عاملا في إحدى الورشات، بينما يبين الجدول رقم 02 التوزيع التكراري للأجر الساعي لخمس وستين عاملا في إحدى الشركات.

الفئات	n_i
29 – 25	5
34 – 30	8
39 – 35	10
44 – 40	13
49 – 45	8
54 – 50	6
المجموع	**50**

المطلوب:

1. لكلا التوزيعين:

أ- احسب كلاًّ من الوسط الحسابي، الوسيط والمنوال.

ب- استنتج شكل المنحنى التكراري من حيث الالتواءُ.

ج- ماذا تلاحظ ؟

الجدول رقم02: (دج)

n_i	الفئات
8	59.99 – 50.00
10	69.99 – 60.00
16	79.99 – 70.00
14	89.99 – 80.00
10	99.99 – 90.00
5	109.99 – 100.00
2	119.99 – 110.00
65	**المجموع**

2. باستخدام معاملي فيشر:

أ. حدد شكل منحنى التوزيعين من حيث الالتواءُ والتفلطحُ.

ب. هل تتفق نتيجة F_1 للالتواء مع نتيجة السؤال الأول ؟

ج. قارن بين شكلي التوزيعين من حيث التفلطحُ.

الحل:

حساب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال

الحدود الفعلية	Ni	xi	ni.xi	F↑	xi-br	ni(xi-x)2	ni(xi-x)3	ni(xi-x)4
29,5-24,5	5	27	135	5	-12,9	832,05	-10733,44	138461,44
34,5-29,5	8	32	256	13	-7,9	499,28	-3944,31	31160,06
39,5-34,5	10	37	370	23	-2,9	84,1	-243,89	707,28
44,5-39,5	13	42	546	36	2,1	57,33	120,39	252,82
49,5-44,5	8	47	376	44	7,1	403,28	2863,28	20329,34
54,5-49,5	6	52	312	50	12,1	878,46	10629,36	128615,32
المجموع	50	/	/	/	/	2754,5	-1308,6	319526,28

X= 1995/50=39,9da/h

Me=39,9+25-23/13.5=40,26da/h

Mo=39,5+3/3+5.5=41,37da/h

التوزيع الثاني:

ح,ف	ni	xi	ni.xi	F↑	xi-xbar	ni(xi-x)2	ni(xi-x)2	ni(xi-x)2
59,995-49,995	8	54,995	439,96	8	-24,765	4906,44	-121508,03	3009146,39
69,995-59,995	10	64,995	649,95	18	-14,765	2180,05	-32188,47	475262,78
79,995-69,995	16	74,995	1199,92	34	-4,765	363,28	-1731,04	8248,43
89,995-79,995	14	84,995	1189,93	48	5,235	383,67	2008,52	10514,64
99,995-89,995	10	94,995	949,95	58	15,235	2321,05	35361,23	538728,35
109,995-99,995	5	104,995	524,97	63	25,235	3184,02	80348,89	2027604,47
119,995-109,995	2	114,995	229,99	65	35,235	2483,01	87488,87	3082670,44
المجموع	65	/	5184,67	/	/	15829,54	49779,98	9152175,53

حساب الوسط الحسابي، الوسيط والمنوال

X=5184,675/65=79,76da/h

Me=69,995+32,5-18/16.10=79,06da/h

Mo=69,995+6/6+2.10=77,49da/h

شكل المنحنى التكراري من حيث الالتواء

X1< Me1 <Mo1   التوزيع الأول سالب الالتواء

X2> Me2 >Mo2   التوزيع الثاني موجب الالتواء

تمارين مقترحة للحل

التمرين الأول

الفئة	5,5-5,5	10,5-5,5	15,5-10,5	20,5-15,5	25,5-20,5	30,5-25,5	35,5-30,5	40,5-35,5
التكرار	6	25	29	20	10	5	3	2

المطلوب:1. احسب الوسيط، المنوال، الربيع الثالث، العشير الثامن

2.احسب الانحراف المعياري،الانحراف المتوسط؟

3.احسب معامل الالتواء لبيرسون، معامل التفرطح،ماذا تستنج؟

4.ما هي نسبة العمال الذين لديهم مدة عمل اقل من 20,5 سنة و 23 سنة ؟

5.ارسم المدرج التكراري للتوزيع و عين من خلاله المنوال؟

التمرين الثاني: اليك البيانات التالية

الفئة	15-10	20-15	25-20	30-25	المجموع
التكرار	14	12	25	19	70

المطلوب: أدرس شكل التوزيع التكراري باستخدام معاملات بيرسون للالتواء و التفلطح

التمرين الثالث

يبين الجدول التالي توزيع الدخل الشهري لتسعين عاملا في إحدى الشركات (الوحدة: 1000دج)

الفئة	8 – 10	10 – 12	12 – 14	14 – 16	16 – فأكثر	**المجموع**
التكرار	12	16	20	25	17	**90**

المطلوب: أدرس شكل هذا التوزيع من حيث الالتواءُ والتفلطحُ

التمرين الرابع

أدرس شكل منحنى التوزيع التكراري الآتي باستخدام معاملات فيشرثم قم برسمه

التكرار	6–4	8–6	10–8	12–10	14–12	المجموع
الفئة	3	2	26	33	14	78

التمرين الخامس:

سحبت عينة من 30 مزرعة للتعرف على مردوديتها من القمح(بالطن)،فكانت النتائج كالآتي:

20	15	12	16	17	16	25	17	20	20	14	30
20	14	16	12	15	14	20	25	14	15	20	12

أدرس شكل التوزيع التكراري باستخدام معاملات بيرسون للالتواء والتفلطح؟

مواضيع مقترحة وبعض الحلول

الموضوع الاول

التمرين الأول:

أكمل الفراغ في الجمل الاتية:

1-إذا كان التوزيع التكراري مفتوحا فانه لدراسة شكله من حيث الالتواء نستخدم معامل......، ولدراسة شكله من حيث التفلطح نستخدم معامل....

2-لحساب متوسط في ظواهر السرعة و السعر نستخدم.....

3-عندما نضيف قيمة ثابتة لمجموعة من المعطيات فان قيمة الانحراف المعياري ......،اما قيمة الوسط الحسابي فانها.....

4-تعني قيمةQ_3 ان ثلاثة ارباع لمعطيات....منه، و ربع المعطيات .....منه.

5-عند مقارنة تشتت عدة ظواهر غير متجانسة فإننا نستعمل مقاييس....

6-يتميز شكل المنحنى الطبيعي بانه من حيث الالتواء..... و من حيث التفلطح....

التمرين الثاني:

اذا علمت ان معدل النجاح$\bar{X}$ في مسابقة الدخول الى تخصص معين هو 12,25 فما هي ادنى علامة يجب ان يحل عليها الطالب في مقياس الإحصاء لينجح في المسابقة، اذا علمت انه تحل على العلامات التالية:

المادة	العلامةx_i	المعاملn_i
الرياضيات	12	3
الاقتصاد	10	4
الإحصاء	$X_3 =$	5

1-احسب ادنى علامة يجب ان يحصل عليها الطالب في مقياس الإحصاء لينجح في المسابقة.

2-احسب الانحراف المعياري Sلهذه العلامات .

التمرين الثالث:

يبين الجدول الاتي التوزيع التكراري لأجور عمال احدى الشركات (الوحدة دج)

احسب المتوسط الحسابي لهذه الأجور.

الفئات	عدد العمال	مراكز الفئات
45-35	7	
55-45	13	
65-55	12	
75-65	8	
85-75	5	
95-85	3	
المجموع	48	

2-احسب الانحراف المعياري.

3-ارادت الشركة تحفيز اطاراتها فقررت زيادة اجر ربع العمال الأعلى اجرا. فما هو ادنى اجر اعتمدته الشركة في الزيادة؟

4-بعد انشائك توزيعا تكراريا متجمعا صاعدا

- استنتج قيمة اعلى اجر من بين أجور 40 عاملا الأقل اجرا في الشركة
- استنتج قيمة ادنى اجر من بين أجور ثلث العمال الأعلى اجرا في الشركة.

5–حدد أي الظاهرتين اقل تشتتا: علامات الطالب في التمرين الثاني، ام أجور العمال في التمرين الثالث.

الحل:

التمرين الأول

1– اذاكان التوزيع التكراري مفتوحا فانه لدراسة شكله من حيث الالتواء نستخدم معامل.يول و كندال ، و لدراسة شكله من حيث التفلطح نستخدم معامل كيلي

2–لحساب متوسط في ظواهر السرعة و السعر نستخدم الوسط التوافقي

3–عندما نضيف قيمة ثابتة لمجموعة من المعطيات فان قيمة الانحراف المعياري تبقى ثابتة،اما قيمة الوسط الحسابي فانها فتزيد بالمقدار الذي اضيف.

4–تعني قيمة Q_3 ان ثلاثة ارباع لمعطيات اقل منه، و ربع المعطيات اكبر منه.

5–عند مقارنة تشتت عدة ظواهر غير متجانسة فاننا نستعمل مقاييس التشتت النسبية .

التمرين الثاني:

المادة	العلامة x_i	المعامل n_i	$x_i x n_i$	$ni(xi-\bar{x})^2$
الرياضيات	12	3	36	$3(12-12.25)^2$ $=0.1875$
الاقتصاد	10	4	40	$4(10-.25)^2=20.25$
الإحصاء	$X_3 =$	5	$5X_3$	$5(14.2-2.25)^2=19.0125$
		12	$76+5X_3$	39.45

ادنى علامة يحصل عليها الطالب هي X_3

$X_= \sum N_I .X_I / \sum n_i =76+5x_3 /12$

X_3=14 .2

الانحراف المعياري:

$$S=\sqrt{\frac{39.45}{11}} = 1.89$$

التمرين الثالث:

الفئة	مركز الفئة	عدد العمال	xi.ni	$n_i(x_i-x)^2$	F_I صاعد
45-35	40	7	280	$7(40—60)_2$	7
55-45	50	13	650		20
65-55	60	12	720		32
75-65	70	8	560		40
85-75	80	5	400		45
95-85	90	3	270		48
المجموع		48	2880	9600	

حساب المتوسط الحسابي للأجور:

$$\bar{X}=\frac{\sum xi.ni}{\sum ni}=\frac{2880}{48}=60\text{da}$$

2-حساب الانحراف المعياري للأجور:

$$S=\sqrt{\frac{9600}{47}} = 14,29$$

3–ارادت الشركةتحفيز اطاراتها فقررت زيادة الاجر ربع العمال الأعلى اجرا فان ادنى اجر تعتمده هونقوم بحساب Q_3لان ثلاث ارباع أجور العمال اقل منه و بالتالي ربع العمال اكبر منه

Q3= Bmin+3N/4-FBmin /nQ $_3$ .L

$$Q3=Bmin+\frac{\frac{3N}{4}-F(Bmin)}{nQ3}.L$$

$$= 65+\frac{\frac{3.48}{4}-32}{8}.10 =70da$$

4–استنتاج اعلى اجر يتقاضاه 40 عامل الأقل اجرا في الشركة

من الجدول نجد 40 عامل اجورهم اقل من 75دج حسب التكرار المتجمع الصاعد

5–استنتاج أدني اجر يتقاضاه ثلث العمال الأعلى اجرا في الشركة

من الجدول نجد اعلى اجر يتقاضاه ثلثي لعمال هو 3/2x48 =32دج و هو نفسه ادنى اجر يتقاضاه ثلث العمال الأعلى اجرا في الشركة.

6–لتحديد الظاهرة الأقل تشتتا نحسب معامل الاختلاف لكل ظاهرة:

- حساب معامل الاختلاف بالنسبة لعلامات الطالب هو:

$$Cv=s/\bar{x}=1.89/12.25=0.1543$$

- حساب معامل الاختلاف بالنسبة لأجور عمال الشركة هو:

$$Cv=s/\bar{x}=14.29/60=0.2382$$

ومنه علامات الطالب ال تشتتا من أجور اعمال .

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

اجب بصح او خطا عن الأسئلة الاتية مع تصحيح الخطأ ان وجد.

- يتأثر الوسط الحسابي بالقيم المتطرفة.
- قيمة الوسط الهندسي لأي ظاهرة أصغر دائما من الوسط الحسابي.
- من اهم خواص المتوسط الحسابي انه لا يأخذ بعين الاعتبار جميع قيم الظاهرة.
- لا يمكن استخدام المنوال في حالة البيانات النوعية.
- إذا كان الربيع الأول يساوي 25فان المئين 75 يساوي 25.

التمرين الثاني

الجدول التالي يبين أجور عمال مؤسسة ما

الاجر الشهري	عدد العمال
10000-14000	100
14000-18000	150
18000-22000	40
22000-30000	10
المجموع	300

المطلوب:احسب

- متوسط أجور عمال هذه المؤسسة.
- اعلى اجر يتحصل عليه الربع الأول من العمال الأقل اجرا.
- اقل اجر يتحل عليه 30% من العمال الأعلى اجرا.
- ماذا يمثل المئين الثمانين؟.
- تحت ضغط النقابات العمالية المطالبة برفع الأجور عرضت المؤسسة البديلين التاليين اما رفع أجور كل العمال بـ5% او إضافة 900 دينار لأجر كل عامل.

- أي البديلين أفضل بالنسبة للعمال حسب رأيك؟
- كيف يتغير متوسط أجور عمال المؤسسة والانحراف المعياري؟

الحل

التمرين الأول:

- يتأثر الوسط الحسابي بالقيم المتطرفة -**صحيح**-
- قيمة الوسط الهندسي لأي ظاهرة أصغر دائما من الوسط الحسابي -**صحيح**-
- من اهم خواص المتوسط الحسابي انه لا يأخذ بعين الاعتبار جميع قيم الظاهرة – **خطا**-

الصحيح: من اهم خواص المتوسط الحسابي انه يأخذ بعين الاعتبار جميع قيم الظاهرة.

- لا يمكن استخدام المنوال في حالة البيانات النوعية -**خطا**-

الصحيح: يمكن استخدام المنوال في البيانات النوعية

- إذا كان الربيع الأول يساوي 25فان المئين 75 يساوي 25 -**خطا**-

الصحيح: اذا كان الربيع الأول يساوي 25فان المئين 25 يساوي 25 .

التمرين الثاني

الاجر الشهري	عدد العمال	Xi	xi.ni	F↑
14000-10000	100	12000	1200000	100
18000-14000	150	16000	2400000	250
22000-18000	40	20000	800000	290
30000-22000	10	26000	260000	300
المجموع	300		4660000	

1-حساب متوسط أجور العمال

$$\bar{X}=\frac{\sum xi.ni}{\sum ni}=\frac{4660000}{300}=15533,33\text{da}$$

2-اعلى اجر يتحصل عليه الربع الأول من العمال الأقل اجرا

$$Q1=10000+\frac{75-0}{100}.4000=13000da$$

3-اقل اجرا يتحصل عليه 30 % من العمال الأعلى اجرا

$$D70=14000+\frac{210-100}{150}.4000=16933,33da$$

4-المئين الثمانين يمثل اعلى اجر يتحصل عليه 80 % الأقل اجرا

5-البديل الأول رفع كل الأجور ب5%اما البديل الثاني فيتمثل في إضافة 900دج لأجر كل عامل.

البديل الثاني أفضل بالنسبة لعمال المؤسسة لان زيادة التي يتحصلون عليها (900دج) تكون اعلى نسبيا من الزيادة التي يتحصل عليها المديرين (أصحاب الأجور الأعلى).

ب- في حالة رفع كل الاجور ب5 % فان: متوسط الأجور يزداد بنفس النسبة ، و الانحراف المعياري يرتفع بنفس النسبة.

$$\bar{Y}=\bar{X}+0,05\bar{X}=16310da$$

$$S_y=1.05S_x$$

في حالة رفع الأجور بـ 900دج فان متوسط الاجر يزداد بنفس المبلغ

$$\bar{Y}=\bar{X}+900=16433,33da$$

الانحراف المعياري يبقى ثابت $Sy=Sx$

الموضوع الثالث

التمرين الأول

في دراسة إحصائية لظاهرتين: الأولى تمثل أطوال أحد النباتات والثانية تمثل متوسط أوزان أوراقه، فكانت النتائج كالآتي:

الظاهرة الأولى (الطول): الانحراف المعياري = 15 سم

المتوسط الحسابي = 75سم

الظاهرة الثانية (متوسط الوزن):

الفئات (غ)	28 – 18	38 - 28	48 – 38	58 – 48	68 – 58
n_i	26	59	105	79	31

المطلوب: حدد أي الظاهرتين أكثر تشتتا.

التمرين الثاني: لتكن لديك البيانات الآتية والخاصة بتوزيع الإنتاج الشهري من مادة معينة لعينة من 34 مؤسسة صغيرة ومتوسطة.

الفئات	n_i
12000 – 10000	2
14000 – 12000	4
16000 – 14000	n_3
18000 – 16000	8

18000 – 20000	n_5
20000 – 22000	4
22000 – 24000	4
المجموع	34

المطلوب:

1- أحسب التكرارين المطلقين (n_5،n_3) للفئتين الثالثة والخامسة مع العلم أن المنوال: $Mo = 17000Kg$.

2- أوجد الوسط الحسابي والوسيط ثم استنتج شكل التوزيع.

3- قررت الحكومة زيادة الدعم المالي لـ: 25%من المؤسسات الصغيرة والمتوسطة **الأقل إنتاجا**. **المطلوب:** حدد أعلى كمية انتاج لا يجب أن تتجاوزها المؤسسة ليمكن بموجبها اعتبار هذه المؤسسة مستفيدة من هذا الدعم.

4- أحسب قيمة المدى الربيعي.

التمرين الثالث:

أجب باختصار على الأسئلة الآتية:

1- إحدى مراحل المنهج الإحصائي، يتم فيها تطبيق بعض التقنيات الرياضية على هذه المعطيات للحصول على نتائج لها دلالاتها الإحصائية. ماذا تسمى هذه المرحلة؟

2- ماذا نسمي متوسط مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي؟

3- ما هو المقياس الذي يعد الأهم والأكثر استخداما لمقارنة تشتت عدة ظواهر غير متجانسة؟.(أعط رمزه واكتب قانون حسابه)

4- ما نوع (أو اتجاه) الالتواء الذي يكونفيه: $M_o > M_{ed} > \bar{X}$؟.

5- ما هو المعامل الذي نستخدمه لدراسة الإلتواء في التوزيعات التكرارية المفتوحة؟ (أعط رمزه واكتب قانون حسابه)

التمرين الرابع

حققت إحدى الشركات أرباحا خلال فترة رئاستها من طرف ثلاث مدراء، والجدول التالي يبين معدل زيادة الأرباح:

المدراء	**المدة بالسنوات**	**معدل زيادة الربح**

5,8%	3	المدير الأول
4,6%	1	المدير الثاني
11,2%	2	المدير الثالث

المطلوب:أوجد معدل النمو المتوسط لزيادة الأرباح خلال الفترة كاملة.

الحل

التمرين الأول:

لتحديد أي الظاهرتين أكثر تشتتا **نحسب معامل الاختلاف CV**لكل ظاهرة : $CV = \frac{S}{\overline{X}}$

الظاهرة الأولى:

$$CV_1 = \frac{S_1}{\overline{X}_1} = \frac{15}{75} \Rightarrow CV_1 = 0.20$$

الظاهرة الثانية:

الجدول

هنا فقط ضع $\overline{X}$بدل الحرف μ

$n_i(x_i-\mu)^2$	$(x_i-\mu)^2$	$n_i x_i$	x_i	n_i	**الفئات** (غ)
11466	441	598	23	26	28 – 18
7139	121	1947	33	59	38 – 28
105	1	4515	43	105	48 – 38
6399	81	4187	53	79	58 – 48
11191	361	1953	63	31	68 – 58
36300	/	**13200**	/	300	**المجموع**

$$S_2 = \sqrt{\frac{\sum n_i\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{36300}{300}} = 11 \quad \overline{X}_2 = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{13200}{300} = 44$$

ومنه:

$$CV_2 = \frac{S_2}{\overline{X}_2} = \frac{11}{44} \Rightarrow CV_2 = 0.25$$

إذن: $CV_2 \phi CV_1$ فالظاهرة **الأكثر تشتتا هي الظاهرة الثانية**.

التمرين الثاني:

حساب التكرارين المطلقين (n_5،n_3) للفئتين الثالثة والخامسة:

$$Mo = B_{MIN} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot L.........(1)$$

$$\sum n_i = 34 \Leftrightarrow 2+4+n_3+8+n_5+4+4 = 34........(2)$$

من المعادلة رقم (1) نجد:

$$17000 = 16000 + \frac{(8-n_3)}{(8-n_3)+(8-n_5)} \cdot 2000$$

$$\frac{1000}{2000} = \frac{(8-n_3)}{(8-n_3)+(8-n_5)} \Rightarrow n_3 = n_5$$

بتعويض قيمة n_3(أو n_5) في المعادلة رقم (2) نجد:

$$\sum n_i = 34 \Leftrightarrow 2+4+n_3+8+n_3+4+4 = 34 \Rightarrow 2n_3 = 12$$

$$n_3 = 6 = n_5$$

1- حساب الوسط الحسابي والوسيط واستنتاج شكل التوزيع:

الفئات (كلغ)	n_i	x_i	$x_i n_i$	$F_i \uparrow$	
10000- 12000	2	11000	22000	2	
12000- 14000	4	13000	52000	6	
14000- 16000	**6**	15000	90000	12	Q_1
16000- 18000	8	17000	136000	20	Med

20000-18000	**6**	19000	114000	26	Q_3
22000 -20000	4	21000	84000	30	
24000 -22000	4	23000	92000	34	
المجموع	**34**	/	**590000**	/	

- الوسط الحسابي: $\overline{X} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{590000}{34} \approx 17352.94Kg$
- الوسيط:

الوسيط يعني الإنتاج الذي أقل منهنصف عدد المؤسسات (17 مؤسسة) وعليه فالفئة الوسيطية هي:

$[18000-16000]$

$$Med = B_{MIN} + \frac{n/2 - F(B_{MIN})}{n_m} * L = 16000 + \frac{17-12}{8} * 2000 = 17250Kg$$

2- بما أن: $Mo < Med < \overline{X}$ فإن توزيع الإنتاج الشهري من المادة للمؤسسات الصغيرة والمتوسطة ملتو نحو اليمين

3- تحديد أعلى كمية إنتاج بحيث لا يمكن تجاوزها من طرف المؤسسة حتى تستفيد من الدعم: (حساب قيمة Q_1)

$$Q_1 = B_{MIN} + \frac{n/4 - F(B_{MIN})}{n_{Q_1}} * L = 14000 + \frac{8.5-6}{6} * 2000 \approx 14833.33Kg$$

4- تحديد قيمة المدى الربيعي: $EQ = Q_3 - Q_1$

لنحسب أولا قيمة Q_3 :

$$Q_3 = B_{MIN} + \frac{3n/4 - F(B_{MIN})}{n_{Q_3}} * L = 18000 + \frac{25.5-20}{6} * 2000 \approx 19833.33Kg$$

ومنه: $EQ = Q_3 - Q_1 = 19833.33 - 14833.33 = 5000Kg$

التمرين الثالث:

وضع أمام كل عبارة المصطلح المناسب لها:

1-المرحلة التي يتم فيها تطبيق بعض التقنيات الرياضية على هذه المعطيات للحصول على نتائج لها دلالاتها الإحصائية هي: **مرحلة المعالجة الإحصائية.**

2-التباين هو متوسط مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي.

3-يعد **معامل الاختلاف CV** أهم المقاييس وأكثرها استخداما لمقارنة تشتت عدة ظواهر غير متجانسة.

$CV = \frac{S}{\overline{X}}$

4-الإلتواء نحو اليسار هو الذي يكون فيه: $\overline{X} \phi Med \phi Mo$.

5-المعامل الذي يستخدملدراسة الإلتواء في التوزيعات التكرارية المفتوحة هو **معامل يول كندال**.

التمرين الرابع:

إيجاد معدل النمو المتوسط لزيادة الأرباح خلال الفترة كاملة: نحسب t_m

$$t_m = \sqrt[6]{(1.058)^3 \cdot (1.046)^1 \cdot (1.112)^2} - 1 \approx 0.0636 .$$

إذن معدل النمو المتوسط لزيادة الأرباح خلال الفترة هو: 6.36%

الموضوع الرابع

التمرين الأول:

لنفرض أن لدينا توزيعا تكراريا مفتوحا،وأردنادراسته بحساب أحدمقاييس النزعة المركزية،وأحد مقاييس التشتت،وكذادراسته من حيث الالتواء والتفلطح:

1.ماهي المقاييس الوصفيةالتي تقترحها للقيام بهذه الدراسة؟

2.ماهوالتوزيع التكراري المفتوح؟

3.لماذايصعب حساب بعض المقاييس الإحصائية الوصفيةفي مثل هذاالنوع من التوزيعات؟

4.أذكرمثالالمقياس يصعب حسابه في مثل هذاالنوع من التوزيعات،وذلك عن كل مجموعةمن المقاييس الإحصائيةالوصفيةالتي درسناها(.نزعة مركزية،تشتت،إلتواء،تفلطح.)

التمرينالثاني:

في إحدى الشركات الكبيرة،يتميزالتوزيع التكراري للأجرالسنوي للعمال بالخصائص الآتية:

δ = الانحراف المعياري 1400 $ ، X = الوسطالحسابي45000 $

قدمت إدارةالشركة لهيئةالنقابة عرضين لزيادةالأجور:

العرض الأول :زيادة في الأجر تقدرب 8% :من الأجرالقديم لكل عامل.

العرض الثاني :زيادة 900 $ علىالأجرالقديم،مع زيادةتقدرب 6% :من الأجرالقديم أيضالكل عامل.

المطلوب:

1. ماهي التغيرات التي ستحصل لكل الوسط الحسابي و الانحراف المعياري في حال تطبيق كل عرض على حِدَة؟
2. حسب رأيك أي العرضين تراه الأحسن بين العمال؟بررإجابتك باختصار.

التمرين الثالث: لنفرض أن الجدول الآتي يعرض توزيعاتكراريخاصابأطوال 75 طالبافي إحدى الجامعات:

الفئات	129-115	144-130	159-145	174-160	189-175	204-190	المجموع
التكرار	4	9	15	26	15	6	75

1-أحسب كلا من الوسط الحسابي والانحراف المعياري لهذاالتوزيع.

2-بافتراض أن هذاالتوزيع خاضع للتوزيع الطبيعي:

-احسب عدد الطلبة المحصورة اطوالهم في المجال $\bar{X} \pm S$

-احسب عدد الطلبة المحصورة اطوالهم في المجال $\bar{X} \pm 2S$

التمرين الرابع :

لنفرض أنك دخلت السوق المالية،فاشتريت سهما لشركة صيدال،وسهما آخرلشركة نفطال،تجني منهماأرباحا سنوية،ولنفرض أن أرباح سهم صيدال قد أصبحت الضعف بعد 4 سنين،بينما أرباح سهم نفطال تضاعفت مرتين بعد 6 سنين.

المطلوب:

1.احسب متوسط معدل النموالسنوي لكل سهم.

2.لنفرض أنك اضطررت لبيع أحدالسهمين،ماهوالسهم الذي تفضل بيعه والتخلي عنه؟علل إجابتك باختصار.

الحل

التمرين الأول

لنفرض أن لدينا توزيعا تكراريا مفتوحا،وأردناحساب أحد مقاييس النزعة المركزية،وأحد مقاييس التشتت،وكذا دراسته من حيث الالتواء والتفلطح:

1-المقاييس الوصفية التي تقترحها للقيام بهذه الدراسة هي

النزعةالمركزية :الوسيط. Me

التشتت :المدى الربيعي EQ أومعامل الاختلاف الربيعي. CQV

الالتواء :معامل يول وكندال.

التفلطح :معامل كيلي.

2-التوزيع التكراري المفتوح هوذلك التوزيع الذي تكون إحدى فئتيه الأولى أوالأخيرة(أوكلاهما)مفتوحة، وذلك بفقدانها أحدحديهاالأدنى(بالنسبةللفئةالأولى)أوالأعلى(بالنسبة للفئةالأخيرة.

3-يصعب حساب بعض المقاييس الإحصائيةالوصفية في مثل هذا النوع من التوزيعات نظرا لصعوبة أو تعذر حساب مركزالفئة المفتوحةفي هذاالتوزيع.... .

4-ذكرمثال لمقياس يصعب حسابه في مثل هذا النوع من التوزيعات،وذلك عن كل مجموعة من المقاييس

الإحصائية الوصفية.:

النزعةالمركزية :الوسط الحسابي.

التشتت :الانحراف المعياري.

الالتواء :بيرسون P_1. أو. P_2

التفلطح :فيشر. F_2

التمرين الثاني

1–التغيرات التي ستحصل لكل من الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل عرض على حدة:

الوسط الحسابي $\overline{X}$=45000$، الانحرافالمعياري$\delta$=1400$

العرضان لزيادةالأجور:

1–زيادةفي الأجرتقدر ب 8% لكل عامل.

$\overline{X}=45000+45000\times0.08=\mathbf{48600}\$$

$\delta=1400+1400\times0.08=\mathbf{1512}\$$

2–منح 900$ لكل عامل مع زيادة تقدرب6% في الأجر.

$\overline{X}=45000+900+45000\times0.06=\mathbf{48600}\$$

$\boldsymbol{\delta=1400+1400\times0.06=1484}$

2– من هنايظهرأن الاقتراح الثاني هوالأفضل والأعدل بالنسبةلأغلب العمال.

التبرير :لأن التشتت فيه حول الأجورأقل،وهذا يدل على تقارب الأجورمن المتوسط العام

التمرينالرابع

$$tm=\sqrt[N]{\frac{S}{P}}-1$$

بالنسبة لسهم صيدال السعرفي أول الفترةPوالسعرفي آخرالفترةSحيث $S=2P$في ظرف 4 سنين.

بالنسبةلسهم نفطال السعرفي أول الفترةPوالسعرفي آخرالفترةSحيث $S=3P$في ظرف 6 سنين.

وعليه:

$$\text{صيدال}=\sqrt[4]{\frac{S}{P}}-1=\sqrt[4]{\frac{2P}{P}}-1=\sqrt[4]{2}-1=1{,}1892-1=0{,}1892=\mathbf{18{,}92}\%$$

$$tm_{\text{نفطال}}=\sqrt[6]{\frac{S}{P}}-1=\sqrt[6]{\frac{3P}{P}}-1=\sqrt[6]{3}-1=1{,}2009-1=0{,}2009=\mathbf{20{,}09}\%$$

السهم الذي نتخلى عنه هو سهم صيدال :لأن متوسط معدل نموه السنوي أبطأأوأقل من سهم نفطال.. .

الموضوع الخامس :

التمرين الأول: اجب عن الأسئلة التالية

1.في توزيع تكراري ما وجدنا ان $\overline{X}=M_e=M_o$فهل هذا يعني بالضرورة ان هذا المحنى طبيعي

2. هل يمكن الاستعانة بمقاييس النزعة المركزية لدراسة شكل ظاهرة ما من حيث الالتواء.

3.متى يمكن استخدام مقاييس التشتت المطلقة لمقارنة تشتت قيم الظاهرتين.؟

التمرين الثاني:يبين التوزيع التكراري الاتي اطوال 120 طالبا يمثلون طلبة الدفعةA

الفئات(سم)	التكرار
129-120	8
139-130	$F_2=0.1$
149-140	20
159-150	25
169-160	$F_5=0.2$
179-170	16
189-180	10
199-190	5
المجموع	120

1.اذاكان f_2 وf_5يمثلان التكرار النسبي للفئتينالثانية و الخامسة على الترتيب،اوجد التكرار المطلق لهاتين الفئتين.

2.احسب الوسط الحسابي لاطوال هؤلاء الطلبة باستخدام طريقة الترميز حيث ($a=154.5$)

3.ما هو طول اقصر طالب ضمن ثلث الطلبة الأطول في المجموعةA؟

4.اذا علمت ان متوسط طول طلبة الدفعتين AوB معا هو 145,65 سم، فما هو الوسط الحسابي لاطوال طلبة المجموعة B اذا كان عددهم 150 طالبا؟

5.اذا طلب اليك اختيار معامل لتحديد شكل هذا التوزيع من حيث الالتواء بشرط عدم الاستعانة بمراكز الفئات.

أ.ما هو المعامل الذي سنختاره لهذا الغرض؟.احسبه.

2.ما تعليقك حول شكل هذا التوزيع؟

الحل:

التمرين الأول:

1.في توزيع تكراري ما وجدنا ان $\overline{X}=M_e=M_o$فهل هذا يعني بالضرورة ان هذا المحنى طبيعي

هذا لا يعني بالضرورة ان التوزيع طبيعي بل يعني انه متناظر فقط لا ن الطبيعي يشترط ان يكون متناظر و عديم التفلطح، في جين ان هذا التوزيع رغم انه متناظر الا انه قد يكون مقلطحا او مدببا.

3. هل يمكن الاستعانة بمقاييس النزعة المركزية لدراسة شكل ظاهرة ما من حيث الالتواء.

نعم يمكننا الاستعانة بمقاييس النزعة المركزية لدراسة شكل ظاهرة ما من حيث الالتواء و ذلك بالمقارنة بين الوسط الحسابي و الوسيط و المنوال، اذاكانت متساوية فالتوزيع متناظر و اذا كانت مختلفة فالتوزيع ملتو يمينا او يسارا.

3.متى يمكن استخدام مقاييس التشتت المطلقة لمقارنة تشتت قيم الظاهرتين.؟

يمكن استخدام مقاييس التشتت المطلقة لمقارنة تشتت قيم الظاهرتين اذا توفر شرطان:

- ان تكون الظاهرتين متجانستين(وزن مع وزن او طول مع طول)

- ان يكون وسكهما الحسابيان متساويين او متقاربين.

التمرين الثاني:

$n_i u_i$	u_i	x_i	n_i	الفئات(سم)	
-24	-3	124.5	8	129	120
-24	-2	134.5	12	139	130
-20	-1	144.5	20	149	140
0	0	154.5	25	159	150
24	1	164.5	24	169	160
32	2	174.5	16	179	170
30	3	184.5	10	189	180
20	4	194.5	5	199	190
38			120	المجموع	

-حساب التكرار المطلق للفئتين الثانية و الخامسة:

$$\left(\mathcal{F}_2 = {}^{n_2}/_{N}\right) \Rightarrow (n_2 = \mathcal{F}_2 \times N) = (0.1 \times 180) = \mathbf{12}$$

$$\left(\mathcal{F}_5 = {}^{n_5}/_{N}\right) (n_5 = f_5 \times N)(0.2 \times 180) = \mathbf{24}$$

2- جساب الوسط الحسابي لاطوال هؤلاء الطلبة باستحدام طريقة التمريز حيث (a=154.5)

C=10

U=(x_1-α)

حساب الوسط المساعد

$\overline{U}=\frac{\sum n_i \times u_i}{\sum n_i}=\frac{3}{120}=$**0.3167**

حساب الوسط الحسابي $\bar{X}$

$\overline{X}=C\times\overline{U}+a=10\times0.3167+154.5=$**157.67cm**

3–طول اقصر طالب ضمن ثلث الطلبة الأطول في المجموعة

ثلث الطلبة الأطول يساوي 40

اقصر طالب في هؤلاء الطلبة هو الأطول من 80 طالب الباقين بمعنى المطلوب هو الطول الذي يقع دونه اطوال 80 طالب .

يجب تحديد الفئة التي ينتمي اليها الطالب ذي الرتبة 80و الفئة المطلوبة هي الفئة الخامسة ومنه:

X=L+$[M-L]\frac{F(X)-F(L)}{F(M)-F(L)}$=159.5+169.5-159.5 $\frac{80-65}{89-65}$=159.5+6.25=**165.75cm**

4- حساب الوسط الحسابي لاطوال طلبة المجموعة B

$\bar{X}=\frac{N_1\bar{X}_1+N_2\,\bar{X}_2}{N_1+N_2} \Longleftrightarrow \bar{X}(N_1+N_2)=N_1\bar{X}_1+N\bar{X}_2 \Longleftrightarrow$

$\bar{X}(N_1+N_2)-N_1\bar{X}_1=N\bar{X}_2$

$\bar{X}_2=\frac{\bar{X}(N_2+N_2)-N_1X_2}{N_2}=\frac{145.65(120-150)-120-157.67)}{150}$

$=\frac{39325.5-18820}{150}=\frac{20405.5}{150}=\mathbf{136.037cm}$

المعامل الذي سنختاره هو معامل يول و كندال

$C_{yk}=\frac{\varrho_3-2\varrho_2+\varrho}{\varrho_3-\varrho_1}$

$\varrho_3=L+\frac{(3N/4)-F(L)}{n\varrho_3}C=169.5+\frac{90-89}{16}10=\mathbf{170.125}$

$\varrho_2=L+\frac{(2N/4)-F(L)}{n\varrho_2}C=149.5+\frac{60-40}{25}10=\mathbf{157.500}$

$\varrho_1=L+\frac{(V/4)-F(L)}{n\varrho_1}C=139.5+\frac{30-20}{20}10=\mathbf{144.500}$

$C_{yk}=\frac{170.125-2(157.5)+144.5}{170.125-144.5}=\frac{(-0.375)}{25.625}\,(\mathbf{-0.015})$

شكل التوزيع سالب الالتواء لكن هذا الالتواء بسيط جدا لان قيمة المعال قريبة من الصفر.

الموضوع السادس

التمرين الأول:

اعتاد محمد شراء كيلوغرام من اللحم بداية كل شهر، لكنه لاحظ خلال الأشهر الأربعة الأخيرة ان سعر الكيلوغرام من اللحم تزايد على الشكل التالي:

الشهر	1	2	3	4
السعر(دج/كغ)	1000	1100	1265	1581,25

1-احسب متوسط سعر الكيلوغرام في الأشهر الاربعة

2-احسب معدل النمو المتوسط لسعر الكيلوغرام في الثلاثة اشهر الأخيرة (2،3،4).

التمرين الثاني

يبين التوزيع التكراري التالي العمر الإنتاجي لـ 400 مصباح تم اختيارها عشوائيا من أحد المصانع:

1-احسب التكرارين المطلقين(n_3,n_7) للفئتين الثالثة و السابعة علما ان تكرار الفئة الثالثة اكبر من تكرار الفئة السابعة بعشرة مصابيح

2-احسب الوسط الحسابي لأعمار المصابيح

3-بعد دراسة توزيع اعمار المصابيح المقابل حصلنا على النتائج التالي:

- العمر الإنتاجي الأكثر تواجدا هو 660,86 ساعة
- 200 مباح تزيد اعمارها عن 708,32 ساعة
- 80% من عدد المصابيح اعمارها اكبر من 549,5 ساعة
- 50 %الوسطى من عدد المصابيح تتراوح اعمارها بين 583,98 ساعة و 860,79 ساعة.

المطلوب:

1- ماذا تمثل كل قيمة من القيم التي تحتها سطر؟

2- اعتمادا على النتيجتين المذكورتين في العبارة الرابعة

- ما هو مقياس التشتت الذي يمكن حسابه؟ احسبه؟
- ما هي شروط استخدامه لمقارنة تشتت ظاهرتين او أكثر؟

الفئات (ساعة)	التكرار
399,5-299,5	14
499,5-399,5	37
599,5-499,5	N3
699,5-599,5	85
799,5-699,5	68
899,5-799,5	62
999,5-899,5	N7
1099,5-999,5	22
1199,5-1099,5	6
المجموع	**400**

التمرين الثالث:

تتنافس ثلاث طالبات في مسابقة للمطالعة، حيث لوحظ ان الطالبة الأولى تقرا 20 صفحة في الساعة، وان الطالبة الثانية تقرا 28 صفحة في الساعة، وان الطالبة الثالثة تقرا 35 صفحة في الساعة.

المطلوب: احسب متوسط عدد الصفحات المقروءة في هذه المسابقة.

الحل

التمرين الاول

1. حساب متوسط سعر الكيلوغرام في الأشهر الأربعة: نحسب H

$$H=\frac{n}{\sum\frac{1}{xi}}=\frac{4}{\frac{1}{1000}+\frac{1}{1100}+\frac{1}{1265}+\frac{1}{1581.25}}=\frac{4}{0.0033}=1212.1212$$

2. حساب معدل النمو المتوسط لسعر الكيلو غرام، نحسب t_m

$$Tm=\sqrt{\frac{s}{p}-1=\quad\sqrt[3]{\frac{1581.25}{1000}}}=1=0.165=16.50\%$$

التمرين الثاني

I/ حساب التكرارين المطلقين (n_3 .n_7) الفئتين الثالثة والسابعة:

(14+37+N3+85+68+62+N7+22+6)=400.

14+37+(N7+10)+85+68+62+N7+22+6=400.

2N7+304=400.

$N7=\frac{400-304}{2}=\mathbf{48}$.

ومنه: $N3=N7+10=48+10=\mathbf{58}$.

II/ حساب الوسط الحسابي لأعمار المصابيح:

$$.X=\frac{\sum xini}{\sum ni}=\frac{287800}{400}=719.5\ h$$

III/ بعد دراسة توزيع أعمار المصابيح

1. تمثل كل قيمة تحتها سطر مايلي:

أ- العمر الإنتاجي الأكثر تواجدا هو 660.86 ساعة، (المنوال)

ب- 200 مصباح تزيد أعمارها عن 708.32 ساعة. (الوسيط أو الربيع 2 او العشير5 او المئين 50)

ج- 80% من عدد المصابيح أعمارها أكبر من 549.50 ساعة (العشير الثاني او المئين العشرون)

د- 50% الوسطى من عدد المصابيح تتراوح أعمارهم بين 583.98 ساعة (الربيع الأول أو المئين 25) و860.79 ساعة (الربيع الثالث او المئين 75)

2. اعتمادا على النتيجتين المذكورتين في (د):

- مقياس التشتت الذي يمكن حسابه هو "المدى الربيعي" E_Q
- حسابه: EQ=Q3-Q1=860.79-583.98= 276.81 H
- شروط استخدامه لمقارنة تشتت ظاهرتين أو أكثر شرطان:

أن تكون الظواهر محل المقارنة متجانسة (مثلا أوزان مع أوزان)

أن تكون أوساطها الحسابية متساوية او متقاربة

التمرين الثالث

حساب متوسط عدد الصفحات المقروءة في الساعة لهذه الطالبات الثلاث معا: نحسب H

$$H=\frac{n}{\sum\frac{1}{xi}}=\frac{3}{\frac{1}{20}+\frac{1}{28}+\frac{1}{35}}=\frac{3}{0.1143}=26.25$$

أي أن متوسط عدد الصفحات المقروءة في الساعة لهذه الطالبات الثلاث معا يساوي 26 صفحة/ ساعة.

الموضوع السابع :

التمرين الأول:

بعد إعادة كتابة كل عبارة، ضع "صح" أو "خطأ" أمام العبارة الملائمة مع تصحيح الخطأ إن وجد:

1- يستخدم معامل "كيلي" لدراسة الالتواء في التوزيعات التكرارية متعددة المنوال.

2- إذا كانت لدينا مجموعة من المعطيات ذات القيم الموجبة تماما فإن $H = G = \overline{X}$

3- نستعين في حساب المدى الكلي لمجموعة من القيم بمقاييس النزعة المركزية.

4- يتم تربيع الانحرافات عند حساب معامل الاختلاف الربيعي.

5- يكون المنحنى التكراري ملتويا إلى اليسار عندما تكون قيمة المنوال أكبر من قيمة الوسط الحسابي.

التمرين الثاني:

أنجزت مديرية توزيع المياه بسكرة دراسة إحصائية حول استهلاك الماء للثلاثي لنحو 5000 عائلة، ولخصت معطياتها في التوزيع التكراري المقابل. (الوحدة: م^3 للثلاثي)

الفئات	n_i
50 – 10	200
80 – 50	400
90 – 80	600
100 – 90	1800
110 – 100	1500
150 – 110	500
المجموع	**5000**

المطلوب:

1. أحسب كلا من الوسط الحسابي والانحراف المعياري لهذا التوزيع.
2. حدد النسبة التي يحتويها المجال $\overline{X} \pm S$.
3. ماذا تستنتج بخصوص شكل منحنى هذا التوزيع؟

التمرين الثالث:

اعتاد عمار شراء كيس الدقيق بداية كل شهر، لكنه لاحظ خلال الأشهر الأربعة الأخيرة أن سعر الكيس تزايد على النحو التالي:

الشهر	1	2	3	4
السعر (دج / للكيس)	1000	1100	1265	1581.25

المطلوب:

1. أحسب متوسط سعر الكيس في الأشهر الأربعة.
2. أحسب نسب (معدلات) نمو سعر الكيس لكل شهر من الثلاثة أشهر الأخيرة. (الثاني، الثالث والرابع).
3. أحسب معدل النمو المتوسط لسعر الكيس في الثلاثة أشهر الأخيرة. (الثاني، الثالث والرابع).

التمرين الرابع:

يمثل الجدول التالي توزيع 20000 عامل بإحدى الشركات الكبرى حسب أعمارهم:

فئات العمر	20 – 25	25 – 30	30 - 35	35 – 40	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60
عدد العمال	1000	1700	2400	4300	3400	3000	2300	1900

المطلوب:

1. أحسب الوسيط لهذا التوزيع.
2. أحسب القيمتان من قيم السن اللتان تحصران 50% الوسطعدد من العمال. (أي تحصران نصفهم الأوسط).
3. بناءً على الإجابة السابقة ما هو السن الأعلى لـ 25% من العمال الأقل سنا.
4. هل توزيع أعمار العمال متماثل؟ علل إجابتك بالاعتماد على معامل يول وكندال.

الحل:

التمرين الأول: بعد إعادة كتابة كل عبارة، ضع "صح" أو "خطأ" أمام العبارة الملائمة مع تصحيح الخطأ إن وجد:

1- يستخدم معامل "كيلي" لدراسة الالتواء في التوزيعات التكرارية متعددة المنوال. **خطأ**...

يستخدم معامل "كيلي" لدراسة الالتواء في التوزيعات التكرارية المفتوحة.

2-إذا كانت لدينا مجموعة من المعطيات ذات القيم الموجبة تماما فإن $H = G = \overline{X}$

خطأ...

- **إذا كانت لدينا مجموعة من المعطيات النتساوية فإن** $H = G = \overline{X}$
- **إذا كانت لدينا مجموعة من المعطيات ذات القيم الموجبة تماما فإن** $\boldsymbol{H \leq G \leq \overline{X}}$

3-نستعين في حساب المدى الكلي لمجموعة من القيم بمقاييس النزعة المركزية.**خطأ**

في حساب المدى الكلي نستعين بأعلى قيمة وأدنى قيمة من المشاهدات.

4-يتم تربيع الانحرافات عند حساب معامل الاختلاف الربيعي.**خطأ**.

يتم تربيع الانحرافات عند حساب الانحراف المعياري.

5-يكون المنحنى التكراري ملتويا إلى اليسار عندما تكون قيمة المنوال أكبر من قيمة الوسط الحسابي.

صح.

التمرين الثاني: 1-حساب كلا من الوسط الحسابي والانحراف المعياري لهذا التوزيع.

$n_i(x_i - \overline{X})^2$	$(x_i - \overline{X})^2$	$(x_i - \overline{X})$	$n_i \cdot x_i$	n_i	x_i	الفئات (م^3 للثلاثي)
852818	4264,09	-65,3	6000	200	30	50 – 10
367236	918,09	-30,3	26000	400	65	80 – 50
63654	106,09	-10,3	51000	600	85	90 – 80
162	0,09	-0,3	171000	1800	95	100 – 90
141135	94,09	9,7	157500	1500	105	110 – 100
602045	1204,09	34,7	65000	500	130	150 – 110
2027050	/	/	**476500**	**5000**	/	**المجموع**

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{476500}{5000} = \mathbf{95.3}$$

$$S = \sqrt[2]{\frac{\sum \boldsymbol{n}_{\mathbf{i}}(\boldsymbol{x}_{\mathbf{i}} - \overline{\boldsymbol{X}})^{\mathbf{2}}}{\sum n_i}} = \sqrt[2]{\frac{2027050}{5000}} = \sqrt[2]{405.4} = \mathbf{20,1348}$$

ملاحظة: يمكن القسمة على 4999 بدل 5000 للتصحيح، وتكون نتيجة الانحراف المعياري **20.1368** .

2–تحديد النسبة التي يحتويها المجال $\overline{X} \pm S$.

أولا: نحدد حدود هذا المجال، وعدد العائلات الموجودة فيه:

$\overline{X} - S = 95,3000 - 20,1348 = 75,1652$.

$\overline{X} + S = 95,3000 + 20,1348 = 115,4348$.

أي أن عدد العائلات في هذا المجال هو جميع عائلات الفئات 3 و 4 و 5 وبعض عائلات الفئتين الثانية والأخيرة.

ثانيا: نحدد عدد العائلات المنتمية للمجال $\overline{X} \pm S$ من هاتين الفئتين.

لنفرض أن العائلات موزعة بانتظام داخل الفئات، ثم نطبق القاعدة الثلاثية لتحديد عدد العائلات في الجزء المنتمي للمجال من الفئة الثانية، وعدد العائلات في الجزء المنتمي للمجال من الفئة الأخيرة:

الفئة الثانية:

(80 – 50)................................ 400

(80 – 75,1652) .... X_1

$X_1 = (80 -$

الفئة الأخيرة:

500)............................... 110 – 150(

2) .... X110(115,4348 –

$$X_2 = \frac{(115}{}$$

ومنه عدد العائلات المنتمية للمجال $\overline{X} \pm S$ هو: 64 + 600 + 1800 + 1500 + 68 = **4032**عائلة.

نسبة العائلات في المجال $\overline{X} \pm S$ تساوي: 4032 / 5000 = 0.8064 = **80.64%**

3-نستنتج بخصوص منحى هذا التوزيع أنه غير طبيعي، لكون نسبة العائلات المحصورة في المجال $\overline{X} \pm S$ لا تساوي النسبة النظرية 68.27% .

التمرين الثالث:

1. حساب متوسط سعر الكيس في الأشهر الأربعة:

بما أن الظاهرة أسعار نستخدم **الوسط التوافقي H**

$$H = \frac{\sum n_i}{\sum \frac{n_i}{x_i}} =$$

ومنه السعر المتوسط لكيس الدقيق يساوي **1200.44 دج**

2. حساب نسب (معدلات) نمو سعر الكيس لكل شهر من الثلاثة أشهر الأخيرة. (الثاني، الثالث والرابع).

$$t_1 = \frac{1100}{1}$$

$$t_2 = \frac{1265 - 1100}{1100} = \frac{165}{1100} = 0.15$$

$$t_1 = \frac{1581.25 - 1265}{1265} = \frac{316.25}{1265} = 0.25$$

3. حساب معدل النمو المتوسط لسعر الكيس في الثلاثة أشهر الأخيرة. (الثاني، الثالث والرابع).

$$t_m = \sqrt[n]{(1+t_1)(1+t_2)(1+t_3)} - 1 = \sqrt[3]{(1.10)(1.15)(1.25)} - 1$$
$$= \sqrt[3]{1.5812} - 1$$

$$= 1.1650 - 1 = 0.1650 = \mathbf{16.50\%}$$

التمرين الرابع:

حساب الوسيط لأعمار العمال:

الفئات (العمر)	n_i	ح. العليا الفعلية	$F_i \uparrow$	
20 – 25	1000	أقل من 20	0	
25 – 30	1700	أقل من 25	1000	
30 – 35	**2400**	**أقل من 30**	**2700**	Q_1
35 – 40	4300	أقل من 35	5100	
40 – 45	**3400**	**أقل من 40**	**9400**	M_{ed}
45 – 50	**3000**	**أقل من 45**	**12800**	Q_3
50 – 55	2300	أقل من 50	15800	
55 –	1900	أقل من 55	181	

60			00	
المجموع	**20000**	أقل من 60	20000	

الوسيط يعني السن الذي أقل منه نصف عدد العمال (10000عامل) وعليه فالفئة الوسيطية هي:

$[40-45[$

أما قيمة الوسيط فتحسب بالقانون التالي:

$$Med = B_{MIN} + \frac{\frac{n}{2} - F(B_{MIN})}{n_m} L$$

$$= 40 + \frac{10000 - 9400}{3400} 5$$

$$= \mathbf{40.882}$$

1. حساب قيمتي السن اللتين تحصران نسبة 50% الوسطى من العمال:

القيمتان هما **<u>الربيع الأول</u>** Q_1 **<u>والربيع الثالث</u>** Q_3

$$Q_1 = B_{MIN} + \frac{\frac{n}{4} - F(B_{MIN})}{n_{Q_1}} L = 30 + \frac{5000 - 2700}{2400} 5 = \mathbf{34.792}$$

$$Q_3 = B_{MIN} + \frac{\frac{3n}{4} - F(B_{MIN})}{n_{Q_3}} L = 45 + \frac{15000 - 12800}{3000} 5 = \mathbf{48.667}$$

أي ان 50 %من العمال تتراوح عموما أعمارهم بين 34.79 و 48.67 سنة.

2. السن الأعلى لـ 25% من العمال الأقل سنا هو قيمة <u>الربيع الأول</u>: ومعناه أن ربع الموظفين الاقل سنا تقل أعمارهم عن 34.792 سنة.

3. دراسة تماثل توزيع أعمار الموظفين بحساب معامل يول وكندال:

$$C_{yk} = \frac{(Q3 - Q2) - (Q2 - Q1)}{(Q3 - Q1)}$$
$$= \frac{(48.667 - 40.882) - (40.882 - 34.792)}{(48.667 - 34.792)} = 0.122$$

ومنه يظهر أن توزيع أعمار الموظفين ملتوٍنحو **اليمين** لكنه **ضعيف** وهو قريب من التماثل

الموضوع الثامن:

التمرين الأول:

إليك القيم الإحصائية الآتية: 3.21، 3.24، 3.27، 3.30، 3.33، 3.36، 3.39، 3.42.

1- احسب كلا من: الوسط الحسابي، الوسيط، والمنوال لكل هذه القيم.

2- إذا افترضنا أن هذه القيم عبارة عن مراكز فئات لتوزيع تكراري معين، فالمطلوب:

أ. حساب طول الفئات.

ب. حساب الحدود الفعليةللفئتين الأولى والأخيرة فقط.

ت. حساب المدى بطريقتين.

التمرين الثاني:

يبين التوزيع التكراري الآتي نقاط 44 طالبا في أحد المقاييس، فإذا علمت أن تكرار الفئة الأولى يمثل 80% من تكرار الفئة الثالثة:

الفئات	التكرارات
12 – 10	n_1
14 – 12	9
16 – 14	n_3
18 – 16	9
20 - 18	8
المجموع	44

المطلوب:

1. احسب كل من n_1 وn_2
2. باستخدام الصيغة الأولى لمعامل بيرسون، حدد شكل هذا التوزيع من حيث الالتواء.
3. استنتج قيمة الوسيط، وماذا تعني هذه القيمة.

التمرين الثالث: قام أحد الباحثين بدراسة بيّن فيها أن متوسط الأجور $\overline{X}$ لعمال وحدة الشرق لمؤسسة ما–قبل اقتطاع الضريبة وصل إلى 25000 دج بانحراف معياري S_1 قدره 1200 دج.

المطلوب:

1. كيف سيتغير $\overline{x}_1$ و S_1 إذا فرضت ضريبة موحدة على الجميع قدرها 3000 دج؟
2. كيف سيتغير $\overline{x}_1$ و S_1 إذا فرضت فريضة على الجميع بمعدل 20% من الأجر؟

(أي المطلوب تحديد متوسط الأجور الجديد x'_1 ، والانحراف المعياري S'_1 في كل حالة)

I. في مرحلة ثانية قام هذا الباحث بدراسة متوسط الأجور X_2 لعمال وحدة الغرب للمؤسسة نفسها، حيث وجد أن هذا المتوسط قد تضاعف خلال أربع سنوات.

المطلوب: أحسب متوسط نسبة الزيادة السنوية (متوسط معدل النمو) لمتوسط أجور العمال $\overline{X2}$ في هذه الوحدة خلال هذه السنوات الأربع.

التمرين الرابع:

أجب عن الأسئلة الآتية مع شرح أو تبرير إجابتك بدقة واختصار:

1. في توزيع تكراري ما، إذا وجدت أن $\overline{X}-M_O=3(\overline{X}-M_O)$، فماذا تستنتج حول منحنى هذا التوزيع من حيث الإلتواء؟
2. هل يمكن الإستعانة بمقاييس النزعة المركزية لدراسة شكل ظاهرة ما من حيث الإلتواء؟
3. متى يمكننا استخراج الوسيط في حالة البيانات النوعية (الوصفية)؟

الحل

التمرين الأول:

1- حساب $\bar{X}$، M_e، M_o:

$$\overline{X}=\frac{\sum xi}{N}=\frac{3.21+3.24+\cdots+3.42}{8}=\frac{26.52}{8}=\mathbf{3.315}$$

Me= $x\left(\frac{n}{2}+\frac{1}{2}\right) = x_{4.5} = 3.3 + 0.5(3.33 - 3.3) = 3.3 + 0.015 = 3.315.$

هذه المجموعة عديمة المنوال.

2- حساب:

أ-طول الفئات: نلاحظ أن المسافة ثابتة وعليه: 3.24-3.21=**0.03**

ب- الحدود الفعلية

$$M_1 = \frac{3.21 + 3}{2}$$

$M_8=\frac{3.39+3.42}{2} = 3.405$ M_8-L_8+L=3.405+0.03=3.435

ج- المدى بطريقتين:

1. م.ف.أ-م.ف.أولى: 3.42-3.21=0.21
2. نستخدم حدود فعلية: حد.أعلى.للفئة الفعلية الاخيرة.- ح.أدنى.للفئة الفعلية الأولى
   .3.435-3.195=0.24

التمرين الثاني:

1. حساب n_1 وn_2:

$$\sum ni = n1 +$$

=

n_1=0 ,8.10=8 n_2=10

2. تحديد شكل الالتواء: p_1

$P_1=\frac{x-Mo}{s}$

$\bar{x}=\frac{\sum nixi}{\sum ni}=\frac{660}{44}=15$

3.استنتاج قيمة الوسيط: بما أن التوزيع متناظر فإن$= Me = Mo = \bar{x} 15$

تعني هذه القيمة أن نصف الطلبة نقاطهم أقل من 15والنصف الآخر أكبر.

التمرينالثالث:

1. متوسط الأجر الجديد

$\bar{X}=\overline{x1}$ -3000=25000-3000=22000

2. الانحراف المعياري الجديد لا يتغير أي$s_i=s_1=1200da$
3. $\bar{X}$ الجديد:$\bar{X}_i = \bar{X}_1 - 0,2 = 0,8\bar{X}1 = 0,8.25000 = 22000$

S الجديد:$S_i = 0,8.s = 0,8.1200 = 960$

التمرين الرابع:

1. إذا وجدت معناه شكل هذا التوزيع ملتو التواءا بسيطا نحو اليمين أو نحو اليسار.
2. نعم يمكن الاستعانة بمقاييس النزعة المركزية لدراسة شكل الظاهرة من حيث الالتواء بالمقارنة بين قيمها.
3. يمكننا استخراج الوسيط في حالة البيانات النوعية (الوصفية)إذا:

شرط 1: أن تكون البيانات قابلة للترتيب (مثلا: التقديرات: ضعيف، متوسط...)

شرط 2: أن يكون عددا فرديا.

الموضوع التاسع

التمرين الأول

لاحظ أحد التجار أن دخله قد زاد ثلاثة أضعاف خلال خمسة سنوات. احسب النسبة المتوسطة لنمو دخله خلال هذه الفترة.

1. لنفرض أن لدينا ظاهرتين لهما نفس معاملا الاختلاف (CV)، فهل هذا يعني بالضرورة أن لهما نفس الانحراف المعياري؟ إشرح إجابتك بمثال توضيحي بسيط.

التمرين الثاني:

1. متوسط نقاط السنة الأولى في مقياس الإحصاء هو 12 نقطة بانحراف معياري قدره 3 نقاط. لنفرض أن الأستاذ اكتشف أنه أخطأ فلم يحتسب نقطتين لجميع الطلبة، فقرر إضافتها للجميع.

   المطلوب: ماهي القيمة الجديدة لكل من الوسط الحسابي والانحراف المعياري لهؤلاء الطلبة بعد إضافة هاتين النقطتين؟
2. بلغ متوسط الأجر في إحدى الدول 50000 وحدة نقدية، بانحراف معياري 1500 وحدة نقدية، لنفرض أن السلطات فرضت ضريبة على الأجر بنسبة 20%.

   المطلوب: احسب القيمة الجديدة لكل من الوسط الحسابي والانحراف المعياري لهذه الأجور بعد فرض هذه الضريبة.

الفئات	التكرارات
12-10	n_1
14-12	9
16-14	
18-16	n_3
20-18	9

	8
المجموع	**44**

التمرين الثالث:

يبين التوزيع التكراري التالي نقاط 44 طالبا في أحد المقاييس،

فإذا علمت أن تكرار الفئة الأولى يمثل 80% من تكرار الفئة الثالثة:

1. أحسب كلا من n1 وn3.
2. باستخدام الصيغة الأولى لمعامل بيرسون، حدد شكل هذا التوزيع من حيث الالتواء.
3. استنتج قيمة الوسيط، وماذا تعني هذه القيمة؟

التمرين الرابع:

برهن أن انحرافات القيمx_i حول وسطها الحسابي$\bar{X}$ دوما يساوي الصفر.

الحل

التمرين الأول:

حساب النسبة المئوية المتوسطة لنمو دخل التاجر خلال هذه الفترة.

لنفرض أن دخل التاجر في بداية الفترة كان R، إذن بعد خمس سنوات أصبح R3، وعليه

tm=√(5&3R/R)-1=√(5&3)-1=1.2457-1=0.2457=24.57%….(2)

إذا كانت لظاهرتين CV نفسه، فهذا لا يعني بالضرورة أن لهما S نفسه……..(1)

مثال توضيحي:

لتكن لدينا الظاهرة 1 أين:.$S_1 = 2$و $\bar{X} = 10$ومنه : $CV_1 = \frac{S1}{\bar{X}} = 0.2$

ولتكن لدينا الظاهرة 2 أين:.$S_1 = 1$ و$\bar{X} = 5$ومنه : $CV_2 = \frac{S_2}{\bar{X}} = 0.2$

نلاحظ أنه رغم كون $CV_1=CV_2$ فإن$S_1 \neq S_2$

التمرين الثاني:

1- الوسط الحسابي والانحراف المعياري لنقاط الطلبة هما على التوالي $\bar{x}=12$ و$S_1=3$

حساب القيمة الجديدة لهما بعد إضافة ثلاث نقاط للجميع:

$S_{الجديد}=S_1$(لا يتغير)

$X_{الجديد}=\bar{X}_1+2=12+2=14$

2- متوسط الأجر في إحدى الدول $\bar{X}_2=50000$ وحدة نقدية، بانحراف معياري $S2=1500$و.ن.

حساب القيمة الجديدة لهما بعد فرض ضريبة على الأجر بنسبة 20%.

$X_{الجديد}=\bar{X}_2-(0.2)\bar{X}_2=(0.8)\bar{X}=(0.8)*50000=40000$

$S_{الجديد}=S_2-(0.2)S_2=(0.8)S_2=(0.8)*1500=1200$

التمرين الثالث:

1- حساب كل من n1 وn3.

$\sum_{i=1}^{5} ni = n1+n2+n3+n4+n5) \leftrightarrow (n_1+n_3=\sum_{i=1}^{5} ni - n2 - n4 - n5)$

$(0.8n3+n3=\sum_{i=1}^{5} ni - n2 - n4 - n5\ )$ -2

$(1.8n3=\sum_{i=1}^{5} ni - n2 - n4 - n5)$

$(n3=\frac{\sum_{i=1}^{5} ni-n2-n4-n5}{1.8})$

$(n3=\frac{44-9-9-8}{1.8}=10)$

$n1=0.8n3=0,8.10=8$

2-تحديد شكل التوزيع من حيث الالتواء باستخدام الصيغة الأولى لمعامل بيرسون:

$$P_1 = \frac{\bar{x} - mo}{s}. \quad \bar{x} = \frac{\sum nixi}{\sum ni} = \frac{660}{44} = 15$$

$$M_o = L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_1}.C = 14 + \frac{(10-9)}{(10-9)+(10-9)} * 2 = 15$$

$$P_1 = \frac{x - M_0}{S} = \frac{15 - 15}{S} = 0$$

ومنه التوزيع عديم الالتواء

3- استنتاج قيمة الوسيط، وماذا تعني هذه القيمة؟

بما أن التوزيع متناظر فإن الوسيط والوسط الحسابي والمنوال كلها مقاييس متساوية إذن قيمة الوسيط تساوي15.

تعني هذه القيمة أن نصف الطلبة نقاطهم أقل من 15، والنصف الآخر نقاطهم أكبر من ذلك

الفئات	ni	xi	ni.xi	
12-10	8	11	88	
14-12	9	13	117	
16-14	10	15	150	
18-16	9	17	153	
20-18	8	19	152	
المجموع	**44**	/	**660**	

التمرين الرابع:

$$\sum (xi - \bar{x}) = 0$$

$$\sum (xi - \bar{x}$$

$$\sum xi - \sum xi = 0$$

الموضوع العاشر:

التمرين الأول:

يبين الجدول المقابل التوزيع التكراري لعلامات 30 طالبا في أحد المقاييس:

الفئات	التكرار المطلق
29-20	2
39-30	3
49-40	9
59-50	12
69-60	3
79-70	1
المجموع	30

المطلوب: أحسب الوسط الحسابي لهذا التوزيع:

1. بالطريقة العادية.
2. بطريقة الانحرافات. (نفرض العدد الثابت A=54.5)
3. بطريقة الترميز. (نفرض العدد الثابت A=54.5)

التمرين الثاني:

يبين التوزيع التكراري التالي الأجر لـ 65 عاملا في إحدى شركات البناء:

فإذا علمت أن عدد العمال الذين يتراوح أجرهم الساعي بين 60.00دج و69.99 دج هو ضعف أولئك الذين يتقاضون أجرا ساعيا بين 100.00 دج و109.99 دج.

الفئات	**التكرار المطلق**
59.99-50.00	8
69.99-60.00	n_1
79.99-70.00	16
89.99-80.00	14
99.99-90.00	10
109.99-100.00	n_6
119.99-110.00	2
	65

المطلوب:

1. أحسب كل من n_1 وn_6.
2. ما هو عدد العمال الذين لا يتجاوز أجرهم 99.995 دج/سا؟
3. ما هي نسبة العمال الذين يقل أجرهم عن 69.995 دج/سا؟
4. ما هو عدد العمال الذين لا يقل أجرهم عن 89.995 دج/سا، لكنه لا يتجاوز 109.995 دج/سا ؟
5. ما هو العمال الذين يقل أجرهم عن 84.995 دج/سا؟

التمرين الثالث:

إليك سلسلة البيانات التالية:

200.75، 900.20، 200.28، 200.96، 200.75، 100.52.

المطلوب:

1. أحسب كلا من:

أ. منوال هذه القيم

ب. الوسط الحسابي لهذه القيم.

2. حسب رأيك، أي هذين المقياسين أحسن وصفا وتمثيلا لهذه القيم؟

- برر إجابتك ياختصار.

التمرين الرابع

لنفترض أن لدينا سلسلة بسيطة من القيم Xi مكونة منN قيمة، وسلسلة أخرى من القيم Zi مكونة من N قيمة أيضا، حيث A− $\bar{x}$= $\bar{z}$و A قيمة افتراضية ثابتة.

المطلوب:

بين أن $\bar{X}$=$\bar{Z}$+A

حيث:$\bar{X}$ هو الوسط الحسابي للقيم X_i

$\bar{Z}$هو الوسط الحسابي للقيمZ_i

التمرين الخامس:

يبين التوزيع التكراري التالي علامات 120 طالبا في أحد المقاييس:

1. أحسب العلامة التي تفوقها علامات نصف هؤلاء الطلبة.

الفئات	التكرار المطلق
10-19	4
20-29	11
30-39	32
40-59	43
60-89	21
90-99	9
المجموع	120

2. احسب العلامة التي حصل عليها أكبر عدد من الطلبة.
3. احسب الوسط الحسابي لهذه العلامات.
4. باستخدام المقاييس السابقة، استنتج شكل المنحنى التكراريلهذا التوزيع من حيث الالتواء (مع ذكر اتجاه الالتواء إن كان المنحنى ملتويا).

الموضوع الحادي عشر

التمرين الأول:

يبين الجدول الآتي التوزيع التكراري للعلامات التي تحصل عليها طلبة أحد الأفواج في مادة الإحصاء 1 مقسمة إلى فئات:

المطلوب:

1. أحسب كلا من الوسط الحسابي، الانحراف المعياري.
2. أوجد أحسن علامة تحصل عليها نصف الطلبة غير المتفوقين.
3. بكم سيتغير المتوسط الحسابي والانحراف المعياري إذا أضاف الأستاذ نقطتين لكل طالب؟
4. بعد إضافة هاتين النقطتين للجميع، رغم الأستاذ الآن في تغيير سلم التنقيط ليصبح "على 40" بدل "على 20".

المطلوب: كيف سيتغير كل من الوسط الحسابي والانحراف المعياري (المحسوبين في السؤال الثالث)

الفئات		عدد الطلبة
0	4	3
4	8	6
8	12	12
12	16	9
16	20	6
المجموع		36

التمرين الثاني:

بعد إعادة كتابة كل عبارة، ضع "صحيح" أو "خطأ" أمام العبارة الملائمة مع تصحيح الخطأ إن وجد:

1. تكون قيمة الوسط التوافقي دائما أكب من قيمة الوسط الهندسي للظاهرة نفسها.
2. إذا كان $X-M_O=3(X-M_E)$ لتوزيع تكراري معين فإن هذا التوزيع يعتبر طبيعيا.

3. من عيوب الوسيط أنه يتأثر بالقيم المتطرفة.
4. يستخدم معامل "كيلي" لدراسة التفلطح في التوزيعات التكرارية ذات الفئات غير متساوية الطول.
5. يستخدم الانحراف التوسط لدراسة شكل الظواهر من حيث الالتواء.
6. يكون التوزيع سالب الالتواء إذا كان $M_o > M_e > \bar{X}$.

التمرين الثالث

يبين الجدول التالي توزيع الأجر الشهري لـ 90 عاملا في إحدى الشركات (الوحدة: 1000 دج)

الفئة	8-10	10-12	12-14	14-16	16- فأكثر	المجموع
التكرار	12	16	20	25	17	90

المطلوب:

1. أدرس شكل هذا التوزيع من حيث الالتواء والتفلطح.
2. أظهرت إحدى الدراسات أن متوسط الأجر الشهري لهؤلاء العمال قد تضاعف خلال الأربع سنوات الأخيرة.
   - أحسب متوسط معدل النمو للأجر الشهري المتوسط لهؤلاء العمال.

التمرين الرابع:

لتكن لدينا مجموعة من القيم $X_1; X_2; \dots; X_n$ وسطها الحسابي $\bar{X}$ هو ولتكن لدينا سلسلة أخرى $Z_1; Z_2; \dots; Z_n$ ووسطها الحسابي $\bar{X}$ هو حيث $Z_i = X_i - A$ (عدد حقيقي)

المطلوب: أثبت أن $\bar{z} = \bar{x} - A$

الموضوع الثاني عشر

التمرين الأول:

أجب بـ (صحيح) أو (خطأ) على العبارات التالية، ثم صحح إن وجد:

1- من أهم خواص المتوسط الحسابي أنه لا يأخذ بعين الاعتبار جميع قيم الظاهرة.

2- يتأثر المتوسط الحسابي باليم المتطرفة.

3- يكون المنحنى موجب الإلتواء عندما يكون $\bar{x}<m_e<m_o$

4- لا يمكن استخدام المنوال في حالة البيانات النوعية

5- إذا كان الربيع الأول يساوي 25، فإن المئين الخامس والسبعين يساوي25

6- إذا كان العشير الثامن يساوي 80، فإن المئين الثمانون يساوي80.

التمرين الثاني:

إليك البيانات التالية التي تظهر الأجور الأسبوعية لعمال مصنع ما بمئات الدينارات:

50	45	17	30	27	51	36	35
47	20	29	17	18	33	44	47
43	33	44	13	24	28	14	18
22	53	35	30	26	37	45	50

المطلوب:

1- حدد المجتمع الإحصائي ونوعه؟

2- بوب هذه البيانات في جدول توزيع تكراري ذي فئات متساوية طول كل منها6.

3- ارسم المنحنى المجتمع الصاعد والمجتمع النازل ثم حدد قيمة الوسيط بيانيا.

4- احسب الوسط الحسابي، الوسيط والمنوال (بعد عملية التبويب)، قارن بينهم ثم حدد نوع التوزيع

5- أوجد الربيع الأول، الربيع الثالث، العشير السابع، المئين الخامس والعشرون، ثم بين دلالات كل منها.

6- أوجد أقل أجر لـ 35 بالمئة الاحسن اجراء، وأحسن أجر لـ 17بالمئة الأقل أجرا.

التمرين الثالث

اشترى تاجر جملة بقيمة 120.000 دج مجموعة من علب الطماطم المصبرة بسعر 80 دج للعلبة واشترى في الشهر الموالي بنفس القيمة مجموعة أخرى من العلب بسعر 50 دج للعلبة.

المطلوب: ما هو متوسط السعر لعلب الطماطم؟

الموضوع الثالث عشر:

التمرين الأول: اعد رسم الجدول التالي مع ذكر صنف المتغيرات الإحصائية والى ماذا ينقسم كل صنف مع ذكر مثال عن كل صنف.

صنف المتغيرات الإحصائية	قسم كل صنف	مثال عن كل قسم

التمرين الثاني:

في احدى الكليات يبين التوزيع التالي 44 طالبا من طلبة الأولى في احد المقاييس فاذا علمت ان تكرار الفئة الأولى يمثل 80% من تكرار الفئة الثالثة:

الفئات	التكرار
12-10	n 1
14-12	9
16-14	n 3
18-16	9
20-18	8

المجموع	44

1.احسب كل من n1 و n3

2.احسب كلا من الوسط الحسابي والمنوال.

3.استنتج (دون حساب) قيمة الوسيط، لماذا اخترت هذه القيمة؟

4.بعد خمس سنين لاحظ المسؤول ان عدد طلبة السنة الأولى قد تضاعف، احسب معدل النمو المتوسط لعدد الطلبة خلال هذه الفترة.

التمرين الثالث:

يوضح الجدول التالي توزيع 200 موظف بإحدى المؤسسات حسب السن

الفئات	25–20	30–25	35–30	40–35	45–40	50–45	55–50	60–55	المجموع
التكرار	10	17	24	43	34	30	23	19	200

المطلوب:

1.احسب كلا من الوسط الحسابي و الوسيط .

2.احسب القيمتين اللتين تحصران النصف الأول(50%) من عدد المشاهدات .

3.حسب رايك ما هو المؤشر الأنسب الذي تقترحه لمعرفة أي الظاهرتين اكثر تشتتا اعمار الموظفين في هذا التمرين او نقاط الطلبة في التمرين السابق .برر اجابتك دون حساب.

الموضوع الرابع عشر:

التمرين الأول:

حدد الى أي مرحلة من مراحل المنهج الاحصائي تنتمي كل جملة من الجمل التالية و تحت أي نوع من أنواع الإحصاء تندرج .

1.بعد دراسة إحصائية لمستوى الأجور قرر المدير زيادة أجور عمال مصنعه.

2.توصلنا الى ان الوزن المتوسط لعينة من الطلبة يساوي 67,45كغ

3.قام باحث بجمع معطيات إحصائية حول المبالغ التي ينفقها عينة من الافراد شهريا في تعبئة رصيد هواتفهم.

4.تبين احصائيا ان مستوى طلبة السنة الأولى لهذا العام جيد.

5.يتوقع احصائيا ان استهلاك المواطنين لمادة الحليب سيتضاعف خلال شهر رمضان الكريم.

6.قام مكتب دراسات بإنشاء توزيع تكراري يبين استهلاك مادة اللحم لعينة من المواطنين في شهر معين.

التمرين الثاني:

متوسط درجات المردودية لعمال احد المصانع هو 18 درجة، بانحراف معياري 5درجات لنفرض ان المدير اكتشف انه اخطأ فلم يحتسب 3 درجات لجميع العمال فقرر اضافتها للجميع.

المطلوب:

ما هي القيمة الجديدة لكل من الوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات هؤلاء العمال بعد إضافة هذه الدرجات الثلاث؟

2.لنفرض في إضافة هذه الدرجات الثلاث أدى زيادة أجور العمال بنسبة 10% لكل عامل. فاذا علمت ان متوسط أجور هؤلاء العمال كان 40000 دج، بانحراف معياري قدره1400دج وذلك قبل إضافة الدرجات الثلاث.

المطلوب: احسب القيمة الجديدة لكل من الوسط الحسابي والانحراف المعياري لهذه الأجور بعد إضافة هذه الدرجات الثلاث.

الموضوع الخامس عشر:

التمرين الاول:

ينتج مصنع نوعين من الآلات الفلاحية،حيث أن النوع الأول يهتلك في حال اشتغاله في المتوسط6000 ساعةبانحراف معياري قدره 900 ساعة،أماالنوع الثاني فيهتلك في حال اشتغاله في المتوسط 8000 ساعة بانحراف معياري يبلغ 1020 ساعة.

-ماهوالنوع الأفضل من بين هاذين الآلتين؟

التمرين الثاني:

تشغل مؤسسة إنتاجية 150 عامل،من بينهم 90 عامل يتقاضون أجرشهري متوسط قيمته33500 دج، 40عامل يتقاضون أجر شهري متوسط قيمته 39000 دج،بينما يبلغ الأجرالمتوسط لبقيةالعمال 51000دج.

المطلوب:

1 -حدد متوسط الأجر في هذه المؤسسة.

2-إذاقررت المؤسسة توظيف 20 عامل آخر بمتوسط أجري مثل متوسط الأجور السابقة،فكم يصبح متوسط الأجرالشهري في هذه المؤسسة.

التمرين الثالث: في استبيان قام به أحدالباحثين على عينة مكونة من50عائلة بغرض دراسة النفقات الاستهلاكية الشهرية(الوحدة 10^3دج)لهذه العائلات في مدينة معينة، وقدتحصل الباحث على المعلومات التالية:

55	76	79	43	54	32	65	40	45	54
47	38	75	20	30	42	35	45	52	35
36	28	33	26	47	45	25	30	42	42
42	25	43	25	52	52	30	26	38	28
34	46	30	32	62	28	27	28	23	25

المطلوب:

1-تحديد المتغيرة المدروسة وطبيعتها.

2-وضع هذه البيانات في جدول توزيع تكراري باستخدام طريقةستيرجس.

3-رسم المدرج والمضلع التكراري

المراجـــــــــع

1- احمد سعد جلال،**مبادئ الإحصاء تطبيقات وتدريبات عملية علىspss**. الدار الدولية للاستثمارات الثقافية، القاهرة ،2008.

2-بنية صابرينة، **محاضرات في الإحصاء الوصفي(الاحصاء1)**. مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى، كلية العلوم الاقتصادية و العلوم التجارية و علوم التسيير، جامعة ابن خلدون ، 2017-2018، تيارت .

3- عبد الرزاق عزوز،**الكامل في الإحصاء دروس مفصلة**. تمارين ومسائل مع الحلول، الجزء الأول، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2010.

4-جلاطو جيلالي، **الإحصاء مع تمارين و مسائل محلولة**. ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2010.

5-محمدراتول،**الاحصاءالوصفي**.ديوان المطبوعات الجامعية،الجزائر،2005.

6-سياغ احمد رمزي،**محاضرات في الإحصاء الوصفي**.كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير ،جامعة ورقلة،2015 .

7-محمد صبحي أبو صالح، عدنان محمد عوض، **مقدمة في الإحصاء مبادئ و تحليل باستخدام spss**. دار المسيرة للنشر و التوزيع و الطباعة، الأردن، 2014.

8-إبراهيم نراد الدعمة، مازن حسن الباشا، **اساسيات في علم الإحصاء مع تطبيقات spss**. الطبعة الأولى، دار المناهج للنشر و التوزيع، الأردن ، 2013.

9-فتحي حمدان وكمال فليفل،**الإحصاء**.ط1 ،دارالمناهج للنشروالتوزيع،عمان،2006 .

10-كامل فليفل، فتحي حمدان، الإحصاء، الطبعة الأولى، دار المناهج للنشر و التوزيع، عمان، الأردن، 2013.