Université Med Khider Biskra
Faculté des Sciences Exactes et des Sciences de la Nature et de la Vie
Département des sciences Agronomiques
Module : Biométrie Dirigé par M^{me} MEBREK
Correction de TD N°3(comparaison de deux moyennes) Master 1 (Hydropédologie)

Correction de l'Exercice 3:

1-L'hypothèse d'égalité des moyennes :

$$t_{obs} = \frac{|\overline{X_1}-\overline{X_2}|}{\sqrt{\frac{SCE_1+SCE_2}{n_1+n_2-2}.\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{|\overline{X_1}-\overline{X_2}|}{\sqrt{\frac{SCE_1+SCE_2}{n(n-1)}}}$$

On a: $\overline{X_1} = \frac{1}{N}\sum X_i = \frac{1}{4}(5{,}9+4{,}3+5{,}4+6) = \frac{21{,}6}{4} = 5{,}4$

$\overline{X_2} = \frac{1}{N}\sum X_i = \frac{1}{4}(5{,}4+6{,}8+5{,}8+7{,}2) = \frac{25{,}6}{4} = 6{,}3$

$SCE_1 = \sum X_i^2 - \frac{1}{N}(\sum X_i)^2 = 118{,}46 - \frac{1}{4}(21{,}6)^2 = 1{,}82$

$SCE_2 = \sum X_i^2 - \frac{1}{N}(\sum X_i)^2 = 160{,}88 - \frac{1}{4}(25{,}2)^2 = 2{,}12$

A.N.: $t_{obs} = \frac{|5{,}4-6{,}3|}{\sqrt{\frac{1{,}82+2{,}12}{4(4-1)}}} = \frac{0{,}9}{0{,}57} = 1{,}58 \rightarrow t_{obs} = 1{,}58$

On obtient les valeurs de t théorique en consultant les tables de t, l'entrée dans ces tables se fait avec : au niveau de à (α=0,05), avec ddl= (n_1+n_2-2)= (4+4-2)=6 et $t_{1-(\alpha/2)} = t_{1-(0,05/2)} = t_{0,975} = 2{,}447$ $\rightarrow t_{théo}=2{,}447$. D'après les résultats l'hypothèse H0 est acceptée parce que $t_{obs}<t_{théo}$

2-L'intervalle de confiance :

$|\overline{X_1}-\overline{X_2}| \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\frac{SCE_1+SCE_2}{n_1+n_2-2}.\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}$

Le $n_1 = n_2$ donc on :

$|\overline{X_1}-\overline{X_2}| \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\frac{SCE_1+SCE_2}{n(n-1)}}$

A.N. : $|5{,}4-6{,}3| \pm 2{,}447.\sqrt{\frac{1{,}82+2{,}12}{4(4-1)}}$ (0,25pt) $\rightarrow 0{,}9 \pm 1{,}4 \rightarrow [-0{,}5; 2{,}3]$

La valeur zéro est à l'intérieur de l'intervalle cela confirme l'acceptation de l'hypothèse nulle (H0).

3- On a : $t_{obs} = \frac{|X_i-\bar{X}'|}{\sqrt{\frac{nSCE'}{(n-1).(n-2)}}}$

Pour : $\bar{X}' = \frac{1}{N'}\sum X_i = \frac{1}{3}(5{,}9+5{,}4+6) = \frac{17{,}3}{3} = 5{,}77$

$SCE' = \sum X_i^2 - \frac{1}{N'}(\sum X_i)^2 = 99{,}97 - \frac{1}{3}(17{,}3)^2 = 0{,}206 \approx 0{,}21$

A.N. :$t_{obs} = \frac{|4{,}3-5{,}77|}{\sqrt{\frac{4.0{,}21}{(4-1).(4-2)}}} = \frac{1{,}47}{\sqrt{0{,}14}} = \frac{1{,}47}{0{,}374} = 3{,}929 \approx 3{,}93 \rightarrow t_{obs} = 3{,}93$

Pour ddl=n-2=4-2=2 net un niveau de signification $\alpha' = \frac{\alpha}{n} = \frac{0{,}05}{4} = 0{,}0125 \rightarrow t_{1-\frac{\alpha'}{2}} = t_{1-\frac{0{,}0125}{2}} = t_{0{,}9937} \approx t_{0{,}994} \approx t_{0{,}995} = 9{,}925$

Donc $t_{obs}<t_{théo}$ (la valeur 4,3 n'est pas aberrante).

Correction de l'Exercice 4 :

1- L'hypothèse d'égalité des moyennes :

$$t_{obs} = \frac{|\overline{X_1} - \overline{X_2}|}{\sqrt{\frac{SCE_1+SCE_2}{n_1+n_2-2}.\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{|\overline{X_1} - \overline{X_2}|}{\sqrt{\frac{SCE_1+SCE_2}{n(n-1)}}}$$

on a : $\overline{X_1} = \frac{1}{N}\sum X_i = \frac{1}{10}(6{,}8 + 6{,}3 + 6{,}5 + 6{,}2 + 6{,}7 + 6{,}8 + 6{,}6 + 6{,}4 + 6{,}6 + 6{,}1) = \frac{65}{10} = 6{,}5$

$\overline{X_2} = \frac{1}{N}\sum X_i = \frac{1}{10}(5{,}1 + 4{,}9 + 5{,}3 + 4{,}9 + 3{,}8 + 5 + 4{,}9 + 5{,}2 + 5{,}1 + 4{,}8) = \frac{49}{10} = 4{,}9$

$SCE_1 = \sum X_i^2 - \frac{1}{N}(\sum X_i)^2 = 423{,}04 - \frac{1}{10}(65)^2 = 0{,}\ 54$

$SCE_2 = \sum X_i^2 - \frac{1}{N}(\sum X_i)^2 = 241{,}66 - \frac{1}{10}(49)^2 = 1{,}56$

A.N. : $t_{obs} = \frac{|6{,}5-4{,}9|}{\sqrt{\frac{0{,}54+1{,}56}{10(10-1)}}} = \frac{1{,}6}{0{,}15} = 10{,}66 \rightarrow t_{obs} = 10{,}66$

On

obtient les valeurs de t théorique en consultant les tables de t, l'entrée dans ces tables se fait avec : au niveau de à (α=0,05), l'hypothèse d'égalité des hauteurs moyenne des deux populations, car avec ddl=(n_1+n_2-2)=(10+10-2)=18 et $t_{1-(\alpha/2)}$ = $t_{1-(0,05/2)}$ = $t_{0,975}$ = 2,10 →$t_{théo}$=2,10 D'après les résultats l'hypothèse est rejetée parce que t_{obs}>$t_{théo}$.

|

2- L'intervalle de confiance :

$$|\overline{X_1} - \overline{X_2}| \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\frac{SCE_1+SCE_2}{n_1+n_2-2}.\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}$$

Le n_1 = n_2 donc on :

$$|\overline{X_1} - \overline{X_2}| \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\frac{SCE_1+SCE_2}{n(n-1)}}$$

A.N. : $|6{,}5 - 4{,}9| \pm 2{,}1\ .0{,}15 \rightarrow 1{,}6 \pm 0{,}315 \rightarrow [1{,}285\ ;\ 1{,}915]$

La valeur zéro est n'est pas à l'intérieur de l'intervalle cela confirme le rejet de l'hypothèse nulle.