

لتكن لديك المعطيات التالية حول علاقة الحدار خطية بسيطة بين الدخل (x) والإنفاق (y) لـ 9 عائلات:

$$\sum x_i y_i = 708$$

$$\sum x_i = 85$$

$$\sum y_i = 71$$

$$\sum x_i^2 = 855$$

$$\sum y_i^2 = 595$$

• المطلوب:

• أحسب معامل الارتباط بيرسون ثم معامل التحديد ثم فسر معناهما

• أدرس معنوية معامل الارتباط عند مستوى معنوية 5%

الحل:

أولاً: حساب معامل الارتباط r

$$r = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{(n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2)(n\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2)}}$$

لنا : n=9

$$\alpha = 5\% = 0.05$$

$$r = \frac{9(708) - (85)(71)}{\sqrt{(9(855) - (85)^2)(9(595) - (71)^2)}}$$

$$r = 0.8772$$

ثانيا: حساب معامل التحديد:

$$R^2 = r^2 = (0.8772)^2 = \boxed{0.7694}$$

التفسير:

بالنسبة لمعامل الارتباط r من خلال قيمته نقول بأن علاقة الارتباط بين الدخل X و الإنفاق Y هي علاقة قوية

طردية (+)

أما بالنسبة لمعامل التحديد $R^2 = 0.7694$

فهو يدل على جودة النموذج المقدر (\hat{y}) أي النموذج قوي وهو يفسر ما نسبته "76,94%" من النموذج الحقيقي (y).

ثالثا: دراسة معنوية لمعامل الارتباط ρ :

نرمز لمعامل الارتباط الحقيقي وهو مجهول بالرمز: ρ

ومنه $H_0 : \rho = 0$ (ليس هناك ارتباط معنوي)

$H_1 : \rho \neq 0$ (هناك ارتباط معنوي)

K: عدد المعالم المقدرة: $k=2$

$$\begin{aligned} \text{I) } t_t &= t_{n-k}^{1-\frac{0,05}{2}} = t_{9-2}^{1-\frac{0,05}{2}} \\ &= t_7^{0,975} \end{aligned}$$

$$= \boxed{2.36}$$

← (من جدول استودنت)

$$t_c = \left| \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}} \right|$$

$$t_c = 0.8772 \sqrt{\frac{9-2}{1-0.7694}} =$$

$$\boxed{|t_c| = 4.8329}$$

نلاحظ أن $t_i < |t_c|$ ومنه نفرض $H_0 (\ell = 0)$ ونقبل $H_1 (\ell \neq 0)$ أي معامل الارتباط معنوي (دال) بين الدخل والاستهلاك عند مستوى معنوي 5% أي الارتباط بين الدخل والاستهلاك هو ارتباط معنوي [دال] عند مستوى معنوية 5%.