. **معامل التحديد: R^2** [التفسير الإجمالي أو مؤشر قوة أو جودة النموذج]

يقيس R^2 مدى مساهمة المتغيرات المستقلة في تفسير التغير الحاصل في المتغير التابع و هو يعبر أو يقيس قوة النوذج أو يعبر عن درجة جودة النموذج ،يعطى بالعلاقات التالية:

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT}$$ (بالفرنسية)

OR

$$R^2 = \frac{SSR}{SST}$$ (بالانجليزية)

$$R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

$$SST = SSR + SSE$$

ملاحظة: في المحاضرة الخاصة بتحليل الانحدار الخطي البسيط استعملنا الرموز المتعلقة بمجموع الانحرافات المربعة باللغة الفرنسية كما يلي:

SCT=La somme carre total: مجموع المربعات الكلية

SCE=La somme carre explique: مجموع المربعات المفسرة

SCR=La somme carre residu: مجموع مربعات البواقي (أو مجموع مربعات الأخطاء)

في محاضرة تحليل الانحدار المتعدد هذه تعمد الكاتب أن يستعمل مصطلحات مجموع مربعات الانحرافات باللغة الإنجليزية وهذا حتى يتسنى للباحث أن يفهم المصطلحات الشائعة باللغتين ، لذلك سيتم اعتماد المصطلحات الإنجليزية التالية فيما يخص مجموع الانحرافات المربعة بالنسبة لتحليل الانحدار المتعدد كما يلي:

SST,SSR,SSE

حيث:

SST= SUM SQUARES TOTAL

R: Regression

E: Error (or residuals)

وعليه حتى يسهل التمييز بين الاصطلاحين يكون ما يلي:

SST=SCT

SSR=SCE

SSE=SCR

حيث

$$SST = \sum (y_i - \bar{y})^2$$

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum {y_i}^2 - n\,\overline{y}^2$$

$$\Rightarrow SST = \acute{y}y - n\,\overline{y}^2$$

$$SSR = \sum \left(\widehat{y}_i - \overline{y}\right)^2 = \hat{\acute{\beta}}_j \acute{x}y - n\,\overline{y}^2$$

$$SSE = \sum e_i^2 \;\Rightarrow \sum e_i^2 = \acute{y}y - \hat{\acute{\beta}}_j \acute{x}y$$

$$\Rightarrow \sum e_i^2 = \sum y_i^2 - \hat{\acute{\beta}}_j \acute{x}y$$

$$R^2 = \frac{\hat{\acute{\beta}}_j \acute{x}y - n\,\overline{y}^2}{\acute{y}y - n\overline{y}^2} \quad or \quad R^2 = \frac{\hat{\acute{\beta}}_j \acute{x}y - n\,\overline{y}^2}{\sum {y_i}^2 - n\,\overline{y}^2}$$

$\rightarrow$

$$or \quad \overline{R^2} = 1 - (1 - R^2)\frac{(n-1)}{(n-k-1)}$$

- **معامل التعديل المعدل أو "المصحح"** $\overline{R}^2$

$$\boxed{\overline{R}^2 = 1 - (1 - R^2)\frac{(n-1)}{(n-k-1)}}$$

نلاحظ من خلال صيغة R^2 أنه كلما زدنا عدد المتغيرات المستقلة سوف يزيد معامل التحديد، حتى ولو كانت هذه المتغيرات ليس لها أثر على المتغير التابع y لذلك يتطلب استعمال ما يعرف بـ: معامل التحديد المعدل أو يعرف بمعامل التحديد المصحح ، رمزه $\bar{R}^2$ وهدفه الغاء تأثير عدد المتغيرات المستقلة على قيمة معامل التحديد وبالتالي الحصول على قيمة أكثر تقريبا للصواب كما أن هدفه جعل المقارنة بين نموذجين أو أكثر ، أكثرتقريبا للصواب أو بالأحرى يجعل المقارنة عادلة بين النماذج.

مثـــال: حسب معطيات المثال السابق، أحسب معامل التحديد وفسر معناه.

الحل :

لدينا

$$\hat{\beta}_j = \begin{vmatrix} 26,34 \\ -3,43 \\ 0,09 \\ 0,93 \end{vmatrix}_{(4\times1)}$$

$$\hat{\beta}'_j = \mathbf{(26,34 \text{ ، } -3,43 \text{ ، } 0,09 \text{ ، } 0,93)}$$

$$\hat{\beta}'_j x' y = \mathbf{(26,34 \text{ ، } -3,43 \text{ ، } 0,09 \text{ ،} 0,93)*} \begin{bmatrix} 385 \\ 2840 \\ 179000 \\ 5100 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\hat{\beta}'j \quad x'y = 21799{,}35}$$

$$n\bar{y}^2 = n\left(\frac{\Sigma y_i}{n}\right)^2 = 7\left(\frac{355}{7}\right)^2 = \boxed{21175}$$

$$\Sigma y_i^{\,2} = 40^2 + 46^2 + ...+ 70^2$$

$$\boxed{= 21875}$$

ومنه :

$$R^2 = \frac{21799{,}35 - 21175}{2175 - 21175} = \boxed{0{,}892}$$

التعليــق:

بما أن $R^2=0{,}892$ هذا يدل على: أن هذا النموذج قوي "جيد" وهذا يعني أن النموذج المقدر يفسر ما نسبة (89,20%) من النموذج المقاس.أو بتعبير اخر المتغيرات المفسرة(المستقلة x_i) تفسر ما نسبته 89.20 % من المتغير التابع وهو المبيعات أي بتعبير اخر 89.20% من التغيرات الحاصلة في المبيعات تعزى إلى(أو سببها هو) المتغيرات المستقلة والتي هي سعر السلعة xi ودخل المستهلك x2و سعر السلعة البديلة.

حساب معامل التحديد المعدل $\bar{R}^2$

$$\boxed{\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2)\frac{(n-1)}{(n-k-1)}}$$

K: عدد المتغيرات المستقلة . n: حجم العينة

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - 0{,}892)\left(\frac{7-1}{7-3-1}\right)$$

$$\bar{R}^2 = 0{,}784$$