

Solutionnaire TD N° 4

Exercice 1:

Par définition l'énergie de tension superficielle ω_s est donnée par

$$\omega = E_{S_f} - E_{S_i} = \sigma(S_f - S_i)$$

On note que, pour pulvériser ou fragmenter la goutte, il faut que l'énergie de tension superficielle ω_s égale à l'énergie mécanique $\omega_{méc}$:

$$\omega_s = \omega_{méc} \Rightarrow \sigma(S_f - S_i) = mgh.$$

Avec $S_i = 4\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \pi D^2$ et $S_f = 8S = \pi d^2$.

Avec

S_f : représente la surface totale des gouttes à l'état final.

S_i : est la surface de la goutte dans l'état initiale.

S : est la surface de la gouttelette de diamètre d .

Selon la condition de conservation de la masse, nous écrivons :

$$m_i = m_f \Rightarrow V_i = V_f \Rightarrow \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3 = 8 \cdot \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3 \Rightarrow d = \frac{D}{2}.$$

Alors, d'après le résultat précédent on obtient:

$$h = \frac{\sigma(S_f - S_i)}{mg} = \frac{\sigma\pi\left(8\frac{D^2}{4} - D^2\right)}{mg} = \frac{\sigma\pi D^2}{mg} = \frac{6 \cdot \sigma}{\rho g D}.$$

Application numérique $h = \frac{6 \cdot \sigma}{\rho g D} = \frac{6 \cdot 73 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 4,38 \text{ cm}.$

Exercice 2:

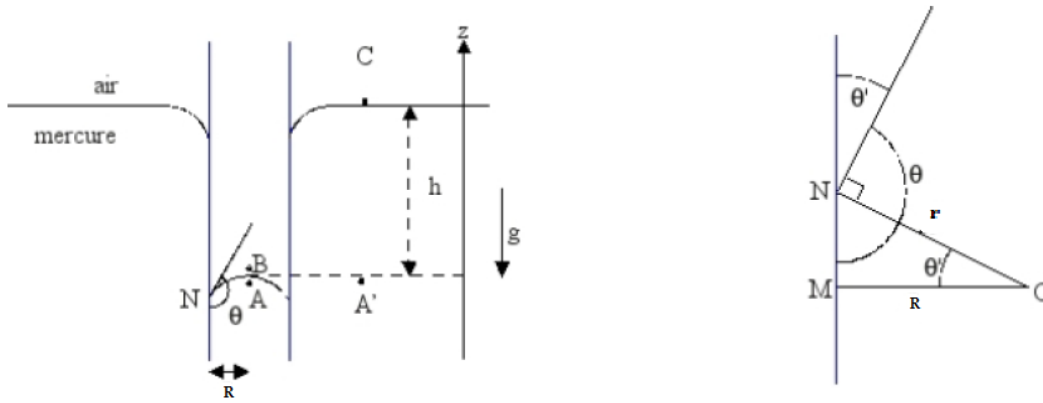
D'une part, d'après la loi de Laplace, on a $\Delta P = P_{\text{int}} - P_{\text{ext}} = P_{\text{int}} - P_a = 2\sigma / r$.

En d'autre part, selon la loi hydrostatique on a : $\Delta P = P_a - P_{\text{atm}} = \rho g h$

On trouve alors que $P_{\text{int}} = P_{\text{atm}} + (2\sigma / r) + \rho g h$.

Application numérique : $P_{\text{int}} = 10^5 + \frac{2 \cdot 75 \cdot 10^{-3}}{10^{-5}} + 10^3 \cdot 10 \cdot 10 = 2,15 \cdot 10^5 \text{ Pascal}$

Exercice 3:



D'après la loi de Laplace: $\Delta P = P_{int} - P_{ext} = P_A - P_B = 2\sigma / r$

Avec $P_{int} = P_A$ et $P_{ext} = P_B = P_{atm}$.

Et d'après l'équation fondamentale de l'hydrostatique entre les deux points A et B, nous aurons: $\Delta P = P_A - P_C = P_A - P_B = \rho gh$.

Substituant les deux prédites expressions, on obtient la relation de la tension superficielle de

$$\text{mercure comme } \rho gh = \frac{2\sigma}{r} = \frac{2\sigma \cos \theta'}{R} \Rightarrow \sigma = \frac{\rho gh R}{2 \cos \theta'}$$

Où nous avons utilisé la relation suivante: $\cos \theta' = R / r$ avec $\theta' = \pi - \theta$.

$$\text{Application numérique: } \sigma = \frac{13600 \cdot 10 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}}{2 \cos(51^\circ)} = 0,397 \text{ Nm}^{-1}$$

Exercice 4:

1- Calcul de rayon des alvéoles durant l'expiration :

D'une part, on a $S_T = NS_{A_{exp}}$

Où S_T : représente la surface totale des alvéoles.

N : est le nombre des alvéoles

$S_{A_{exp}}$: est la surface d'une seule alvéole.

On d'autre part, nous avons $S_{A_{exp}} = 4\pi r_{exp}^2$, ce qui nous conduit à

$$r_{exp} = \sqrt{\frac{S_T}{4\pi N}} = \sqrt{\frac{75}{4 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 108}} = 0,12 \text{ mm.}$$

3- Calcul de la surface alvéolaire au cours de l'inspiration:

Avec le même raisonnement que le cas précédent, l'expression de volume total des alvéoles

$$V_T \text{ s'écrit comme : } V_T = NV_A \Rightarrow V_A = V_T / N = (4/3)\pi r_{ins}^3.$$

$$\text{Ce qui implique que } r_{ins} = \sqrt[3]{\frac{3V_T}{4\pi N}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 108}} = 0,14 \text{ mm.}$$

Finalement la surface alvéolaire à l'inspiration est égale à

$$S_{T_{ins}} = N4\pi r_{ins}^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 108 \cdot (14 \cdot 10^{-5})^2 = 98,17 m^2$$

4- Calcul de l'énergie nécessaire pour augmenter la surface alvéolaire :

D'après la définition de l'énergie de cohésion, on peut écrire

$$\omega = E_{S_f} - E_{S_i} = \sigma(S_f - S_i) = \sigma(S_{ins} - S_{exp}).$$

Application numérique : $\omega = 2 \cdot 10^{-2} (98,17 - 75) = 0,46 J$:

5- Calcul de l'énergie nécessaire à l'inspiration pour des poumons malade :

Nous procédons de la même manière que la troisième question, on trouve

$$\omega' = \sigma'(S_{ins} - S_{exp}) = 5 \cdot 10^{-2} (98,17 - 75) = 1,15 J.$$