من خلال جداول التوزيع الطبيعي 1والعلاقة الأخيرة (ع3) يمكننا حساب الاحتمالات المتعلقة بقيم المجتمع أو بقيم توزيع المعاينة

مثال:

ليكن لديك مجتمع ما يتكون من 925 منتوجا من مصنع ما بوسط حسابي 25 وحدة و انحراف معياري 15 وحدة سحبنا عينة عشوائية حجمها 45 منتوجا

المطلوب:

1/ احسب الوسط الحسابي لتوزيع المعاينة المتوسط

2/ احسب الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للمتوسط

3/ اذا علمت ان n أصبحت تساوي 64 مفردة، احسب في هذه الحالة $\sigma_{\bar{x}}$

4/احسب احتمال ان يكون وسط عينة عشوائية أكبر أو يساوي 27,5 وحد

الحل:

لنا وحدة $u_x = 25$

$u_{\bar{x}} = u_x \Rightarrow u_{\bar{x}} = 25$وحدة

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{15}{\sqrt{25}} = 2.2360$$

حساب $\sigma_{\bar{x}}$ في حالة n=64

لنا n=64

0.5 (925) = 46,25

ومنه الشرط $n \geq 0.05N$ حقق

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{15}{\sqrt{64}}\sqrt{\frac{925-64}{925-1}} = \frac{15}{8}\sqrt{\frac{861}{924}} = 1.875\sqrt{0.9318} = 1.80975$$

1- حساب الاحتمال $P(\bar{x} \geq 27.50)$

بما ان $n \geq 30$ اذا توزيع المعاينة لـ $\bar{x}$ يتبع التوزيع الطبيعي القياسي حيث:

$$Z = \frac{\bar{x} - u_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}}$$

$$Z_{27.5} = \frac{27.5 - 25}{2.2360} = \frac{2.5}{2.2360} = 1.11$$

$$\langle = \rangle P(Z \geq 1.11)$$

$$= 1 - P(Z \leq 1.11) = 1 - 0.8665 = 0.1335$$

وهو احتمال ان وسط عينة عشوائية اكبر او يساوي 27.5 وحدة

شروط استخدام التوزيع الطبيعي: (شروط خضوع توزيع المعاينة للمتوسط للتوزيع الطبيعي):

1-الشرط الأول (نظرية النهائية المركزية):

اذا كان حجم العينة كبيرا ($n \geq 30$) فتوزيع المعاينة للوسط يتبع التوزيع الطبيعي (راينا ذلك في المثال السابق) وذلك مهما كان شكل توزيع المجتمع الأصلي

2-اذا كان توزيع المجتمع الأصلي (الام) طبيعيا و الانحراف المعياري للمجتمع الام معلوما فتوزيع المعاينة للوسط الحسابي يتبع التوزيع الطبيعي.

توزيع المعاينة للمتوسط الحسابي باستعمال توزيع استودنت أو توزيع *t*

اذا كان المجتمع الأصلي يخضع للتوزيع الطبيعي و كان الانحراف المعياري للمجتمع مجهولا و

$n < 30$

⇐توزيع المعاينة لـ $\bar{x}$ يتبع توزيع استودنت بدرجة حرية v حيث $v=n-1$ او $df=n-1$

التوزيعان يتشابهان الى حد بعيد غير ان ت ط اكثر تفرطحا من توزيع t

مثال: إذا كان توزيع إنتاج أحد المصانع بأخذ التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره 165كغ وقمنا بسحب عينة حجمها 25 مفردة فوجدنا أن انحرافها المعياري هو 7.5كغ.

المطلوب:

1/ أحسب احتمال أن يكون متوسط الوزن في العينة أقل أو يساوي 167 كغ.

2/ احسب احتمال أن يكون متوسط الوزن في العينة أكبر أو يساوي 169كغ.

الحـل:

المعطيات: - توزيع المجتمع طبيعي x_1 ➦ N (0.1)

- 6x مجهول 6x = ?

- (h<30) مفردة h=25

بما أن h<30 و 6x مجهول وتوزيع المجتمع الأ.... طبيعي إذا توزيع معاينة لـ x يتبع توزيع t بدرجة حرية df=n-1 حيث $df=25-1=\boxed{24}$

1°/ حساب الاحتمال :I ــ p($\bar{x}$ ≤160kg)

$$u_{\bar{x}} = u_x = u_{\bar{x}} = 165kg \qquad t_{160} = \frac{160-u_{\bar{x}}}{6_{\bar{x}}}$$

(أي كمقدر غير متحيز لـ $6x$

$$6_{\bar{x}} = \frac{6_x}{\sqrt{n}}$$

$$\boxed{S'^2 = \frac{n}{n-1}s^2}$$

$$S'^2 = \frac{25}{25-1}(7.5)^2$$

$$= \frac{25}{24} \times 56.25$$

$$S'^2 = 58.59375$$

$$\boxed{\rightarrow S' = 7.6546}$$

تستخدم S' كمقدر غير متحيز لـS ومنه:

$$6_{\bar{x}} = \frac{S\prime}{\sqrt{n}}$$

$$\Rightarrow 6_{\bar{x}} = \frac{7.6546}{\sqrt{25}}$$

$$\boxed{6_{\bar{x}} = 1.5309}$$

$$t_{160} = \frac{160-165}{1.5309}$$

$$t_{160} = -3.2660 - 3.2660 + 3.260$$

$$I \Leftrightarrow P(t_{v=24} \leq -3.2660)$$

$$= 1 - P(t_{24} \leq 3.2660)$$

$$= 1 - 0.99$$

=0.01

وهو احتمال أن يكون متوسط الوزن في العينة أقل أو يساوي 160kg

2/ حساب الاحتمال التالي:

$$P(\bar{x} \geq 167kg)$$

$$t_{150} = \frac{167 - 165}{1.5309}$$

$$= \frac{2}{2.5309}$$

$$t_{167} = 1.30$$

$$P(t_{24} \geq 1.30)$$

$$= 1 - P(t_{24} \leq 1.30)$$

$$= 1 - 0.90$$

=0.10

توزيع المعاينة للفرق بين المتوسطين باستخدام التوزيع الطبيعي:

إذا سحبنا عينتين مستقلتين عشوائيا من مجتمعين n_1 و n_2 (أو مجموعة من العينات من المجتمعين) فإذا كان:

الحالة1: المجتمعان يتبعان التوزيع الطبيعي و 6_1 و 6_2 حيث (6_1 الانحراف المعياري للمجتمع الأول و 6_2 الانحراف المعياري للمجتمع الثاني) معلومات فهناك توزيع معاينة للفرق بين متوسطات العينات (n_{11}) المسحوبة من المجتمع الأول وكذا (n_{12}) المتعلقة بالمجتمع الثاني (أي $\bar{x}_{11} - \bar{x}_{12}$) .

توزيع المعاينة للفرق $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$ له أيضا متوسط حسابي وكذا انحراف معياري، كما أنه بتحقق الشرطين السابقين (طبيعة المجتمعين ومعلومية 6_1 و6_2) فتوزيع المعاينة للفرق $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$ يتبع التوزيع الطبيعي حيث متغيره العشوائي القياسي هو $Z_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}$ يعطي بالعلاقة:

$$\mathrm{Z}_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \frac{(\bar{x}_2 - \bar{x}_2) - U_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}}{6_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}}$$

حيث:

$U_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}$ هو المتوسط الحسابي لتوزيع المعاينة للفرق $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$

$6_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}$ هو الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للفرق $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$

حيث:

$$=(M_{\bar{x}_1} - M_{\bar{x}_2})$$

$$=M_1 - M_2 M_{\bar{x}_1} - M_{\bar{x}_2}$$

$$6_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{6_1^2}{h} + \frac{6_2^2}{h}}$$ (الحالة المختصرة)

أما الحالة الثانية فتنص في حالة محقق الشرط n_1 و$n_2 \leq 30$ فتوزيع المعاينة للفرق $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$ وسوف يتبع التوزيع الطبيعي أيضا.

<u>مثـــال</u>:

إذا كانت رواتب موظفين في قطاع عمومي ① يتبع بوسط يساوي 35500دج وانحراف معياري 5167دج ورواتب موظفين في قطاع عمومي ② يتبع أيضا التوزيع الطبيعي بوسط 25745دج وانحراف معياري 5665دج سحبنا عشوائي عينتين مستقلتين حجمها 16 موظفا من القطاعين و 9 موظفًا من القطاعين على الترتيب.