

TD1: نظرية المجموعات

التمرين الأول:

- لتكن A ، B و C ثلاث مجموعات جزئية من مجموعة غير خالية E .
1. بين أن $A - B = A \cap \bar{B}$ ، $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ و $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$.
 2. هل $\overline{A - B} = \bar{A} - \bar{B}$ ؟
 3. بين أن :

$$A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C) \text{ و } A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$$

$$(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C) \text{ و } (A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$$

التمرين الثاني:

لتكن \mathcal{R} علاقة معرفة على \mathbb{R}^* كما يلي :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^{*2}, x \mathcal{R} y \Leftrightarrow xy > 0$$

1. بين أنها علاقة تكافؤ.
2. عين صنف تكافؤ 1 و -1. استنتج مجموعة حاصل القسمة.

التمرين الثالث:

لتكن \mathcal{R} علاقة معرفة على \mathbb{Z} كما يلي :

$$\forall (a, b) \in \mathbb{Z}^2, a \mathcal{R} b \Leftrightarrow a \equiv b [3]$$

1. بين أنها علاقة تكافؤ.
2. عين أصناف تكافؤ 0، 1، 2 و 3.

التمرين الرابع:

لتكن \mathcal{R} علاقة معرفة على \mathbb{N}^* كما يلي :

$$\forall (a, b) \in \mathbb{N}^{*2}, a \mathcal{R} b \Leftrightarrow a|b$$

بين أنها علاقة ترتيب. هل هذا الترتيب كلي ؟

التمرين الخامس:

ليكن $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تطبيقاً معرفاً بـ: $f(x) = x^2$ و ليكن $A = [-2, 1]$ و $B = [-1, 4]$ مجالين من \mathbb{R} .

1. قارن $f(A \cup B)$ مع $f(A) \cup f(B)$ و $f(A \cap B)$ مع $f(A) \cap f(B)$.
2. قارن A مع كل من $f^{-1}(f(A))$ و $f(f^{-1}(A))$.

التمرين السادس:

ليكن $f: [0,1] \rightarrow [0,2]$ و $g: [0,2] \rightarrow [0,1]$ تطبيقين معرفين ب:

$$g(x) = (x - 1)^2 \text{ و } f(x) = 2 - x$$

1. قارن بين $g \circ f$ و $f \circ g$ وكل من g و f .
2. بين أن $g \circ f$ متقابل ثم عين $(g \circ f)^{-1}$.

التمرين السابع:

ليكن التطبيق التالي:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \cos(2\pi x)$$

1. هل f متباين؟ غامر؟ متقابل؟
2. عين الصورة المباشرة لمجموعة الأعداد الصحيحة.
3. عين الصورة العكسية للمجموعة $\{-1, 1\}$.