Chapitre *I* Effort tranchant (poutre à section rectangulaire)

1. Introduction

Dans une poutre de section constante soumise à la flexion, l'effort tranchant V tend à faire glisser la partie de la poutre située à gauche d'une section quelconque perpendiculaire à la ligne moyenne, par rapport à la partie située à droite de cette section. Il en résulte dans cette section des contraintes de cisaillement **(τ)** appelées contraintes tangentes, qui forme un système en équilibre avec l'effort tranchant.

2. Dimensionnement des sections sous sollicitation d'effort tranchant

Les pièces prismatiques seront toujours justifiées à l'état limite ultime vis-à-vis des sollicitations tangentes.

2. 1 Contrainte tangente conventionnelle

La contrainte tangente utilisée pour les calculs relatifs à l'é□ort tranchant est définie l'expression suivante :

$$\tau_u = \frac{VS}{bI}$$

Dans le but de simplification, le règlement BAEL admet le principe d'une contrainte tangentielle conventionnelle ultime fournit par l'expression suivante :

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 d}$$

Ou V_u est l'effort tranchant `a l'ELU dans la section, b_0 la largeur de l' âme et d ~ 0,9h la position des aciers tendus.

2.3 Comportement des poutres sous l'action de l'effet tranchant

2.3.1 Etat de contrainte provoqué par l'effort tranchant

Prenons le cas d'une poutre sur deux appuis simples, au niveau des appuis le moment fléchissant est nul donc les contraintes normales également. L'effort tranchant est maximum sur les appuis. De ce fait si nous considérons les deux facettes OA et OB, elle sont soumises à un cisaillement simple.

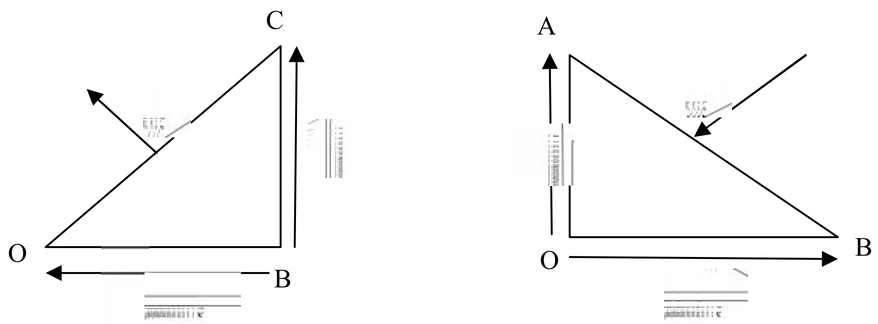
La résistance des matériaux nous montre que : $g = \tau = \frac{V}{bz}$

L'équilibre de ce prisme impose l'existence d'un effort normal à la facette AB

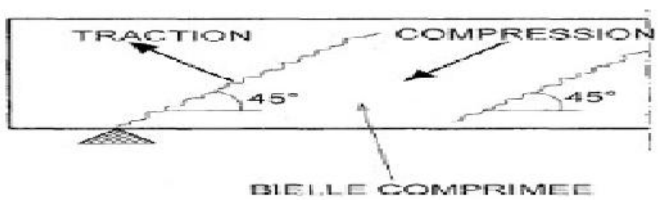
$F_n = \tau b\sqrt{2}dx$ qui produit une contrainte de compression.

La contrainte de compression vaut donc : $\sigma_c = \frac{F_n}{ABx\ b} = \frac{\tau b\sqrt{2}dx}{b\sqrt{2}dx}$

De la même manière nous pouvons étudier l'équilibre d'un prisme OBC et remarquer que l'équilibre de ce prisme exige sur la facette OC l'existence d'une contrainte de traction σ_t avec $\sigma_t = \tau$

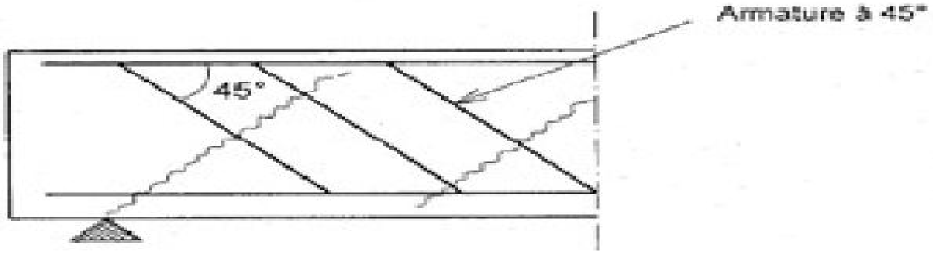


Pour peu que $\tau > f_t$ la résistance en traction du béton, alors la poutre va se fissurer le long de ligne parallèle à OC donc inclinée à 45° sur l'axe de la poutre et dirigée vers le milieu de la poutre. Entre deux fissures à 45°, il existe des prismes de béton qui sont soumis à la compression que nous appelons les bielles comprimées.

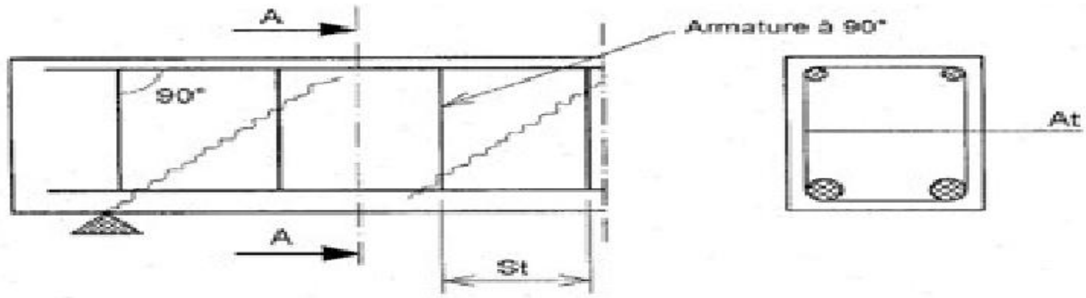


2.3.2 <u>Nécessite d'armatures transversales</u>

Le béton par sa faible résistance en traction ne peut équilibrer les contraintes de traction engendrées par l'effort tranchant. Il est nécessaire da palier à cette insuffisance par des armatures qui vont « coudre » les fissures. Leur disposition logique est donc perpendiculaire à la section et dirigée vers l'about de la poutre.



Cependant pour des facilités de réalisation et parce que leur efficacité est peut amoindrie, les armatures transversales sont le plus souvent perpendiculaires à la fibre neutre.



On appellera : S_t : l'écartement de deux cours successifs d'armatures transversales

A_t : la section d'un cours d'armatures $A_t = 2\frac{\pi\emptyset^2}{4}$

2.3.3 <u>Détermination des armatures d'âme</u>

Le rapport de la section A_t sur l'espacement S_t des armatures transversales doit vérifier l'inégalité suivante:

$$\frac{A_t}{b_0 s_t} \geq \frac{\gamma_s(\tau_u - 0{,}3 f_{tj} k)}{0{,}9 f_e(cos\alpha + sin\alpha)}$$

Ou

- ✓ b_0 est la largeur de l'âme,
- ✓ f_e est la limite d'élasticité garantie des armatures transversales,
- ✓ γ_s le coefficient de sécurité partiel sur les armatures (en général γs=1,15),
- ✓ α est l'angle d'inclinaison transversales (α=90° si elles sont droite),
- ✓ f_{tj} est la résistance caractéristique du béton à la traction à j jours,

- ✓ k est un coefficient qui vaut:
  - $k = 0$ si la fissuration est considérée très préjudiciable ou si il y a une reprise de bétonnage non traités
  - $k = 1$ en fléxion
  - $k = 1 + 3\frac{|N_u|}{Bf_{c28}}$ en flexion composée avec compression
  - $k = 1 - 10\frac{|N_u|}{Bf_{c28}}$ en flexion composée avec traction,

En flexion simple, on utilise souvent la formule simplifiée (armatures droites,participation du béton en traction négligée) : $\frac{A_t}{s_t} \geq \frac{V_u}{0{,}9df_{su}} = \frac{V_u}{z_b f_{su}}$

2.3.3.1 <u>Justification du béton sous sollicitations tangentes</u>

La contrainte du béton tangentielle conventionnelle doit satisfaire aux états limites ultimes suivants :

✓ Armatures droites :

$\tau_u \leq min\left[0{,}2\frac{f_{cj}}{\gamma_b}\ ,5\ MP\ \right]$ si la fissuration n'est pas préjudiciable.

$\tau_u \leq min\left[0{,}15\frac{f_{cj}}{\gamma_b}\ ,4\ M\ \right]$ si la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciables.

✓ Armatures d'âme inclinées à 45°
Cadres ou étriers contenus dans le plans faisant un angle de 45° avec la fibre moyenne de la poutre.

$$\tau_u \leq min\left[0{,}27\frac{f_{cj}}{\gamma_b};\ \ 7\ M\ \right]$$

✓ Armatures d'âme inclinées à 45° <□< 90°(cas rare)
α étant exprimé en dégrée

$\tau_u \leq min\left[\left(0{,}34—0.07\frac{\alpha}{45}\right)\frac{f_{cj}}{\gamma_b},\ (9 - 2\frac{\alpha}{45})\ MP\right]$ si la fissuration peut préjudiciable.

$\tau_u \leq min\left[\left(0{,}39—0.12\frac{\alpha}{45}\right)\frac{f_{cj}}{\gamma_b},\ (10 - 3\frac{\alpha}{45})\ MP\ \right]$ si la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciables.

2.3.4 <u>Dispositions constructives</u>

<u>2.3.4.1 Pourcentage minimal d'armatures transversales</u>

Il faut vérifier : $s_t \leq M\ (0{,}9d; 40\ cm; \frac{A_t f_e}{0{,}4 b_0})$

2.3.4.2 <u>Diamètre des aciers transversaux</u>

Il faut vérifier : $\phi_t \leq M\ \left\{\emptyset_l; \frac{h}{35}, \frac{b_0}{10}\right\}$

ϕ_t diamètre des armatures transversales

ϕ_l diamètre des armatures longitudinales

h : hauteur totales de la poutre

b : largeur de la poutre.

2.3.5 <u>Répartition des armatures transversales (Méthode CAQUOT)</u>

Méthode applicable uniquement aux poutres de section constante supportant des charges uniformément réparties. Pour déterminer la section d'acier transversale et l'espacement des cadres, il faut procéder de la manière suivant:

- Pour des raisons de mise en œuvre, les espacements s_t sont choisis dans la suite de Caquot : 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 13 - 16 - 20 - 25 - 35 - 40
- On se fixe la valeur de la section d'armature transversale A_t, ce qui revient dans les faits à choisir le diamètre des armatures transversales (avec $\phi_t = \frac{\emptyset_l}{3}$ .Pour des facilités de mise en œuvre, on placera des cadres identiques sur toute la travée
- Module: le module est égal au nombre entier de mètre compris dans la portée d'une console, ou dans la demi –portée d'une poutre.
- Principe : le calcul fournit à l'appui un écartement minimal, nous choisissons dans la série de Caquot le nombre immédiatement inférieur. Ce sera le premier écartement, que nous répéterons selon le module trouvé, puis nous passerons à l'écartement suivant.
- **METHODE 2**

  Depuis l'abscisse $S_{t/2}$, on répète les espacements successifs s_{ti+1} avec un nombre de répétitions : $\left\{\begin{array}{ll} l'_0 + \frac{5}{6}\frac{h}{s_{t0}} & \text{pour le 1er espacement} \\ l'_0 & \text{pour les espacements suivants} \end{array}\right\}$

Si le nombre de répétitions n'est pas entier, le nombre de répétitions totalisé depuis l'origine est arrondi à l'entier le plus voisin.

s_t	$\frac{s_{t0}}{2}$	s_{t1}	s_{t2}
Nombre de répétitions		$l'_0 + \frac{5}{6}\frac{h}{s_{t0}}$	l'_0
Nombre cumulé		$l'_0 + \frac{5}{6}\frac{h}{s_{t0}}$	$2 l'_0 + \frac{5}{6}\frac{h}{s_{t0}}$
Nombre arrondi		m_1	m_2
Nombre de répétition		$n_1 = m_1$	$n_2 = m_2 - m_1$
Abscisses	$\frac{s_{t0}}{2}$	$\frac{s_{t0}}{2} + n_1 s_{t1}$	$\frac{s_{t0}}{2} + n_1 s_{t1} + n_2 s_{t2}$

Remarques :

- ✓ Le calcul doit être mené de chaque appui vers le centre de la poutre.
- ✓ Le calcul pratique tend cependant à multiplier les cadres au regard du calcul rigoureux.

2.3.6 Zones d'application des efforts

1. **Armature inférieure tendue sur appui d'about**

   L'équilibre des moments en B donne :

   $V_{umax} Z = F_s . Z \Rightarrow V_{umax} = F_s$

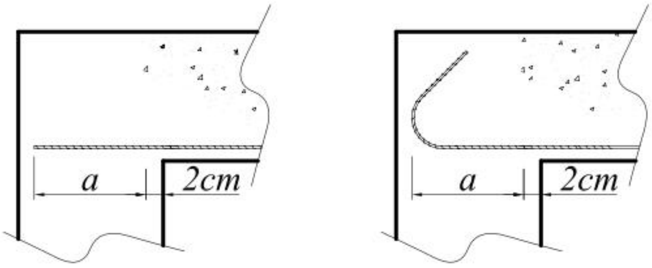
$$F_s = A\frac{f_e}{\gamma_s} \Rightarrow A \geq \frac{1.15 V_{umax}}{f_e}$$

- **Equilibre de la bielle de béton sur appui simple d'about**

  La contrainte de compression dans la bielle doit vérifier :

$$\sigma_{bc} = \frac{2V_{umax}}{b_0 . a} \leq 0.8\frac{f_{cj}}{\gamma_b}$$

- **Largeur a de bielle à prendre en compte**



2. **Armature inférieure tendue sur appui intermédiaire**

   Les aciers inférieur doivent équilibrer :

$$\begin{Bmatrix} F_s = V_{umax} - \dfrac{M_u}{Z} \\ F_s = A.f_c \end{Bmatrix}$$

D'où leur section est donnée par :

$$A = \frac{F_S}{f_c}$$

et par suite : $A > 0 \leftrightarrow F_s > 0 \leftrightarrow \quad V_{umax} - \frac{M_u}{Z} > 0 \leftrightarrow M_u < V_{umax}.Z$

d'où avec une valeur approchée du bras de levier égale Z= 0.9d

$$si\ M_u < 0.9\ d\ .V_{umax} \qquad \Rightarrow A_{st} = \frac{V_{umax} - \dfrac{M_u}{0.9d}}{f_{ed}}$$