

سلسلة التمارين رقم 3

تمرين 1 : أدرس طبيعة التآملات التالية:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t}{(1+t^2)^2} dt, \quad \int_1^{+\infty} \frac{\ln(t)}{t} dt, \quad \int_0^1 \frac{t}{(1-t)^2} dt,$$

$$\int_2^{+\infty} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{t}\right)\right) dt, \quad \int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt, \quad \int_1^{+\infty} \frac{e^{\sin(t)}}{t} dt.$$

تمرين 2 : لتكن الدالة F المعرفة كما يلي:

$$F(x) = \int_1^x \frac{\ln(1+t^2)}{t^2} dt.$$

(1) أحسب $F(x)$.

(2) إسنتج أن التآمل $F(+\infty)$ منقارب و أوجد قيمته.

تمرين 3 : أثبت أن التآمل

$$I = \int_1^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t} dt.$$

منقارب لكن ليس منقارب مطلقا.

تمرين 4 : نضع

$$I_n = \int_0^{+\infty} \frac{e^{nt}}{(1+e^t)^{n+1}} dt, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

(1) نحقق من وجود I_n (التآمل منقارب).

(2) أوجد علاقة تراجع بين I_n .

(3) إسنتج $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$.