السلسلة الأولى

المعادلات التفاضلية ومعادلات "لاقرانج" Lagrange

التمرين الأول:

تكتب معادلة الحركة $x(t)$ لجملة "كتلة + نابض" تهتز اهتزاز حر غير متخامد بطريقتين:

1- $x(t) = a\cos(\omega_0 t) + b\sin(\omega_0 t)$

2- $x(t) = c\cos(\omega_0 t + \varphi)$

المطلوب: بين ان العبارتين متكافئتين واوجد العلاقة بين الثوابت.

التمرين الثاني:

اوجد حل المعادلات التفاضلية التالية، علما ان الشرطين الابتدائيين هما كما يلي: $x(0) = 4$ ، $\dot{x}(0) = 0$

1- $\ddot{x} + 5\dot{x} + 4x = 0$

2- $\ddot{x} + 5\dot{x} + 4x = 4$

3- $\ddot{x} + 5\dot{x} + 4x = 2t$

4- $\ddot{x} + 5\dot{x} + 4x = 3\cos(4t)$

5- $\ddot{x} + 4x = 0$

6- $\ddot{x} + 4x = 2\cos(2t)$

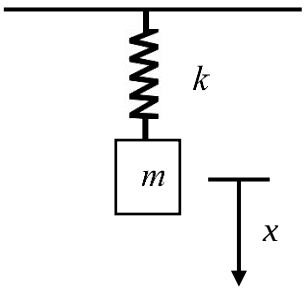
7- $\ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = 4$

8- $\ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = 3\cos(2t)$

التمرين الثالث:

نأخذ نابض ثابت مرونته (k) ونثبت طرفه الأعلى في السقف، نأخذ كتلة (m) ونثبتها في الطرف الثاني للنـــــابض، تسحب الكتلة عن موضع توازنها بمقدار (x_0) وتترك حرة.

المطلوب: احسب سرعة الكتلة عند الوضع الذي تكون فيه استطالة النابض $(\frac{x_0}{2})$ (باعتبار وضع التوازن هو المرجع) وهذا باستعمال طريقة الطاقة.

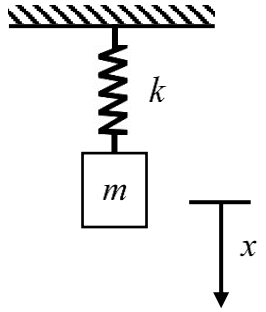


التمرين الرابع:

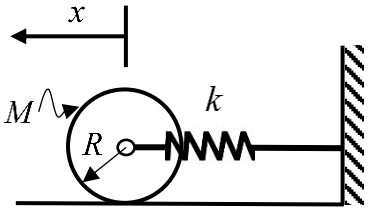
المطلوب:

- اكتب عبارات الطاقة الحركية والطاقة الكامنة للأشكال المبينة اسفله.
- اوجد معادلة لاقرانج *Lagrange* للأشكال المبينة اسفله.

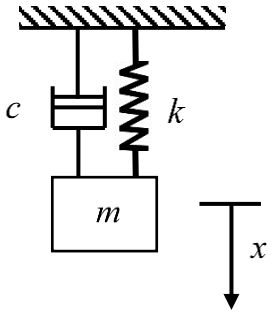
ملاحظة: في الحالات التي يتسبب فيها ثقل الكتلة في استطالة ابتدائية للنابض عن وضع التوازن تستعمل عبارة الطاقة الكامنة المختصرة (حذف الطاقة الكامنة الثقيلة للكتل مع حذف الاستطالة الابتدائية الموافقة لها).



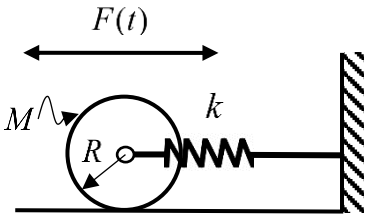
الشكل 1



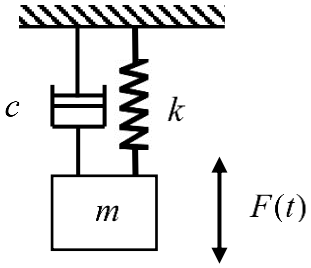
الشكل 2



الشكل 3



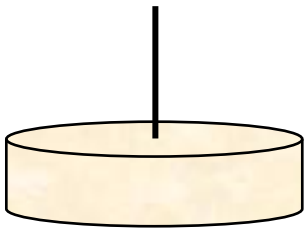
الشكل 4



الشكل 5

واجب منزلي:

اوجد عزم عطالة قرص متجانس كتلته m ونصف قطره R بالنسبة لمحور دوران عمودي على وجهي القرص ويمر من مركزه؟



الشكل أ