

Chapitre IV

Modélisations des lignes Électriques et Transformateurs

IV.1 Modélisation des lignes électriques

IV.1.1 Étude de la ligne courte.

IV.1.2 Étude de la ligne moyenne

IV.1.3 Détermination des paramètres
 A, B, C et D d'un quadripôle
représentant une ligne électrique.

IV.2 Modélisations des transformateurs

IV.2.1 Introduction générale

IV.2.2 Transformateur Idéal

IV.2.3 Transformateur Réel

comportant un noyau réel.

IV.2.4 Circuit équivalent d'un
Transformateur.

Chapitre IV

Modélisations des lignes électriques et transformateurs.

IV.1 Modélisation des lignes électriques

Introduction.

Théoriquement, une ligne de transport doit être considérée comme un ensemble de résistances et réactances réparties le long de la ligne.

Pour des raisons de calculs; une ligne peut être représentée sous forme d'un schéma électrique dont les paramètres sont :

▣ Paramètres longitudinaux appelés Z de la ligne :

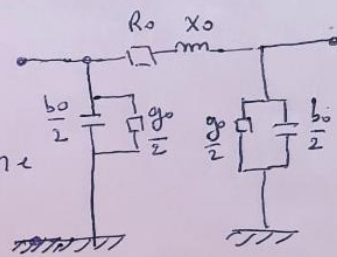
$$Z_L = R_L + jX_L = R_0 \cdot l + jX_0 \cdot l$$

* R_L : Résistance de la ligne

* X_L : Réactance de la ligne

$$X_L = L \cdot \omega / \omega = 2\pi f$$

* L : Inductance.



▣ Paramètres transversaux appelés Admittance

$$Y = G_L + jB_L$$

* G_L : Conductance de la ligne

* B_L : Susceptance de la ligne

$$* G_L = g_0 \cdot l \quad ; \quad g_0 = \frac{\Delta P_{tr}}{U_n^2} \quad ; \quad \Delta P_{tr} : \text{Pertes actives transversales. (Pertes Couronne)}$$

$$* B_L = b_0 \cdot l = \frac{1}{X_0} = C_0 \cdot \omega \cdot l$$

C_0 : Capacité

(1)

U_n : Tension nominale
 l : longueur de la ligne

Chapitre IV

IV.1.1 Etude de la ligne courte :

▣ Schéma équivalent

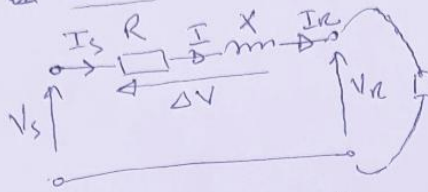


Schéma équivalent d'une phase d'une ligne courte.

Une ligne courte c'est une ligne de longueur comprise entre 50 et 80 km son schéma équivalent est représenté sur la figure suivante :

▣ Modèles Mathématiques

$$V_s = V_R + \Delta V$$

$$\Delta V = Z \cdot I$$

$$I = I_R = I_s$$

$$Z = R + jX$$

$$X = L \cdot \omega$$

V_s : Tension simple à l'origine (debut) de la ligne "Tension source"

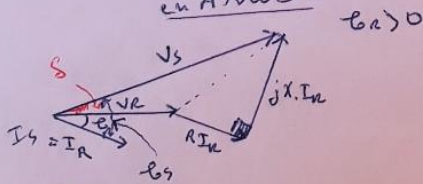
V_R : Tension simple à l'extrémité (fin) de la ligne. "Tension de récepteur"

I_s : Courant simple à l'origine de la ligne

I_R : Courant simple à l'extrémité de la ligne.

▣ Diagramme vectoriel

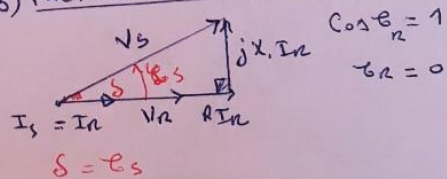
A) Facteur de puissance en Arrière.



$$\phi_s = \phi_r + \phi_s$$

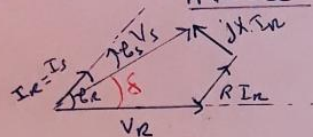
ϕ_s : Angle de charge
Angle de transport.

B) Facteur de puissance égale 1



$$\phi_s = \phi_r$$

C) Facteur de puissance en Avance



$$\phi_s = \phi_r - \phi_s$$

(2)

chapitre IV

☐ Coefficient de régulation de la tension

$$\varepsilon \% = \frac{|V_{sl} - |V_r||}{|V_r|} \cdot 100$$

☐ Le rendement de la ligne

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_R}{P_S} = \frac{P_R}{P_R + \Delta P_j}$$

P_R : Puissance de récepteur

P_S : Puissance de source

ΔP_j : Pertes Joule de la ligne.

$$P_R = \sqrt{3} \cdot U_R \cdot I_R \cdot \cos \phi_R$$

$$P_S = \sqrt{3} \cdot U_S \cdot I_S \cdot \cos \phi_S$$

$$\Delta P_j = 3 \cdot R \cdot I^2$$

chapitre IV

IV.1.2 Etude de la ligne moyenne

Introduction
Les lignes moyennes sont caractérisées par la longueur comprise entre 80 et 250 km. Il existe deux types ; type π et type T.

type π : admittance totale de la ligne est divisée en deux parties égales placées à l'origine et à l'extrémité de cette ligne.

type T : admittance totale de la ligne est placée au milieu de la ligne.

☑ Schéma équivalent de la ligne moyenne type π .

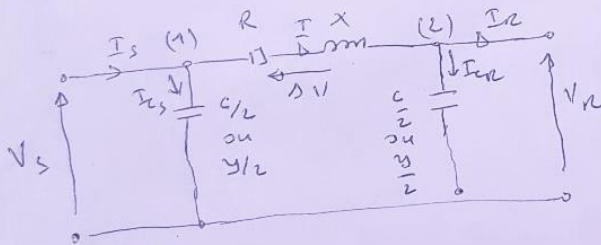


Schéma équivalent pour une phase d'une ligne moyenne type π

~~Noned N:1~~
 $V_s = V_r + Z \cdot I$

$$Z = R + jX$$

Noned N:1
 $I = I_r + I_{cr}$

$$Y = \frac{1}{X_c}$$

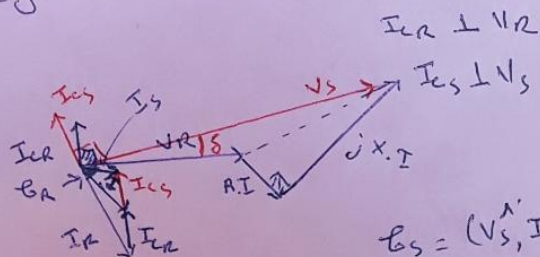
$$I_{cr} = V_r \cdot \frac{Y}{2}$$

Noned N:1

$$I_s = I + I_{cs}$$

$$I_{cs} = V_s \cdot \frac{Y}{2}$$

☑ Diagramme vectoriel



$$I_{cr} \perp V_r$$

$$I_{cs} \perp V_s$$

$$S = (V_r \hat{,} I_r)$$

☑ Schéma équivalent d'une ligne moyenne type T.

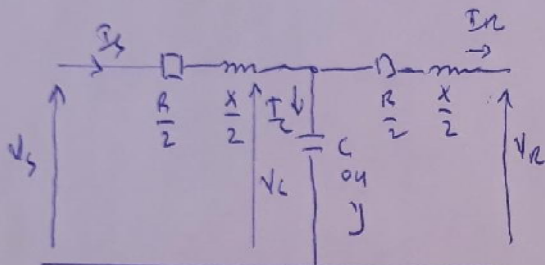


Schéma équivalent d'une phase pour une ligne moyenne type T

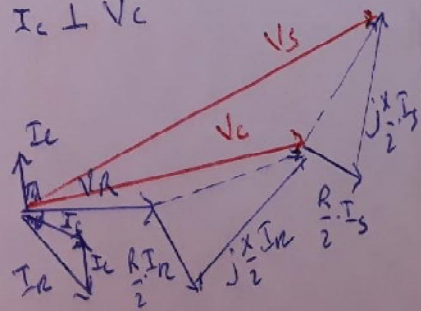
$$V_s = V_c + \frac{Z}{2} \cdot I_s$$

$$I_s = I_R + I_c$$

$$I_c = V_c \cdot Y$$

$$V_c = V_R + \frac{Z}{2} \cdot I_R$$

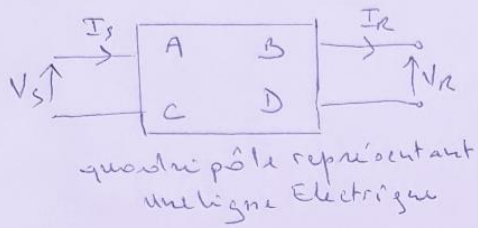
☑ Diagramme vectoriel
 $I_c \perp V_c$



(5)

IV.1.3 Détermination des paramètres A, B, C et D d'un quadripôle représentant une ligne électrique

on peut représenter un tronçon de ligne par un quadripôle comportant une entrée et une sortie; on peut calculer les grandeurs d'entrée ou de sortie en utilisant ce dernier.



$$\begin{aligned} V_s &= A \cdot V_r + B \cdot I_r \\ I_s &= C \cdot V_r + D \cdot I_r \end{aligned} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} V_s \\ I_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_r \\ I_r \end{pmatrix}$$

$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$: Matrice de Transport (diagonale).
A = D

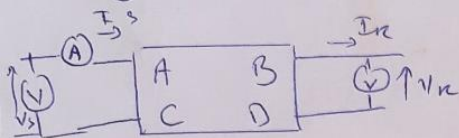
▣ A, B, C et D pour une ligne courte et ligne moyenne

	A	B	C	D
Ligne courte	1	Z	0	1
Ligne moyenne type π	$1 + \frac{1}{2} y \cdot z$	Z	$y(1 + \frac{1}{4} y \cdot z)$	$1 + \frac{1}{2} y \cdot z$
Ligne moyenne type T	$1 + \frac{1}{2} y \cdot z$	$Z(1 + \frac{1}{4} y \cdot z)$	y	$1 + \frac{1}{2} y \cdot z$

▣ Détermination des paramètres A, B, C et D

Pour déterminer A, B, C et D du quadripôle nous devons examiner deux régimes de fonctionnement de la ligne.

▣ Régime à vide ($I_R = 0$)



$$A = \frac{V_s}{V_R} \Big|_{I_R=0} \quad \text{gain de courant}$$

$$C = \frac{I_s}{V_R} \Big|_{I_R=0} \quad [S].$$

▣ Régime en court-circuit ($V_R = 0$)



$$B = \frac{V_s}{I_R} \Big|_{V_R=0} \quad [s]$$

$$D = \frac{I_s}{I_R} \Big|_{V_R=0} \quad \text{gain de Tension}$$

La vérification des coefficients du quadripôle se fait par la satisfaction de la relation suivante :

$$A \cdot D - B \cdot C \approx 1.$$

Suite chapitre IV

IV.2 Modalités des transformateurs.

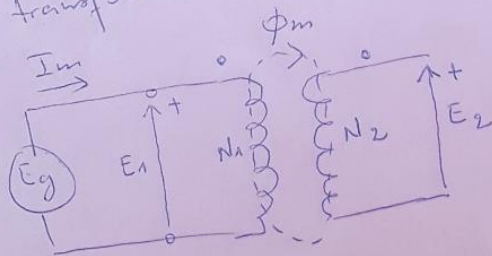
IV.2.1 Introduction.

Le transformateur est un appareil électrique très simple, il permet de modifier la tension et le courant dans un circuit. Grâce à lui, l'énergie électrique peut être transportée à grande distance de façon économique et distribuée dans les usines et les maisons.

IV.2.2 Transformateur idéal.

☐ transformateur idéal à vide.

Un transformateur idéal n'a aucune perte et son noyau est infiniment perméable. De plus, le couplage entre le primaire et le secondaire est parfait, un transformateur idéal n'a aucun flux de fuite.



Transformateur
Idéal à vide

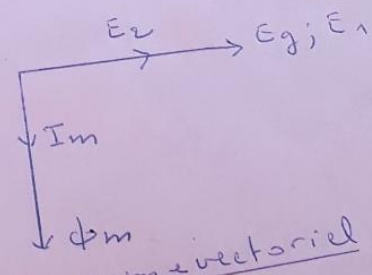


Diagramme vectoriel
des grandeurs primaires

⚡ : Sans toute inductance, le courant I_m est déphasé de 90° en arrière de la tension E_1 .

Soit $E_1 = E_g$

$E_1 = 4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot \phi_{max} (1)$; et $E_2 = 4,44 \cdot f \cdot N_2 \cdot \phi_{max} (2)$

L'équation (1) divisée par l'équation (2) \Rightarrow rapport de transformation

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

E_1 : tension induite au primaire [V]
 E_2 : tension induite au secondaire [V]

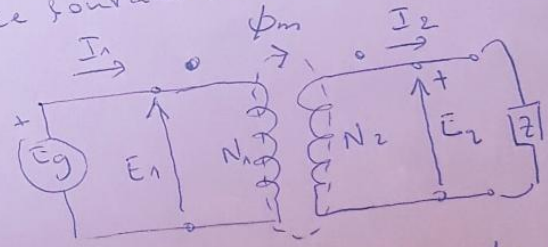
N_1 : Nombre de spires du primaire.
 N_2 : Nombre de spires du secondaire.

Comme il s'agit d'un transformateur idéal, le circuit magnétique est infiniment perméable, ce qui veut dire qu'un courant magnétisant infiniment petit suffit à créer le flux ϕ_m .

Transformateur idéal en charge

Raccordons une charge Z au secondaire d'un transformateur idéal ; un courant I_2 circulera immédiatement ce courant est donné par :

$$I_2 = \frac{E_2}{Z}$$



Transformateur idéal en charge ; il produit seulement un flux mutuel

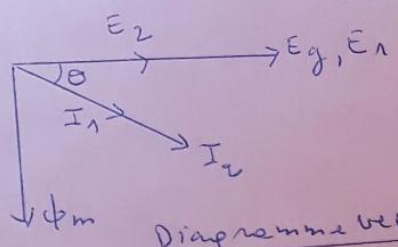


Diagramme vectoriel des grandeurs primaires

\Rightarrow Si l'on suppose une charge résistive - inductive, le courant I_2 sera en retard d'un angle θ sur la tension E_2 .

1^{er} Premièrement

Le rapport de transformation en charge est le même qu'à vide, soit :

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Deuxièmement : La tension E_1 de la source demeure constante ; La tension induite E_2 (induite par Φ_m) reste également constante ; E_2 ne change pas lorsque la charge est branchée au secondaire.

- Le courant I_2 produit une f.m.m. secondaire $N_2 \cdot I_2$.
- Une f.m.m. $N_1 \cdot I_1$ d'égale valeur mais opposée à $N_2 \cdot I_2$.
- Le courant I_1 circulant au primaire doit respecter la relation

$$N_1 \cdot I_1 = N_2 \cdot I_2$$

Les courants I_1 et I_2 sont en phase et ils sont définis par l'équation

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

I_1 : courant primaire (A)

I_2 : courant secondaire (A)

N_1 : Nombre de spires au primaire

N_2 : Nombre de spires au secondaire.

ou A/V

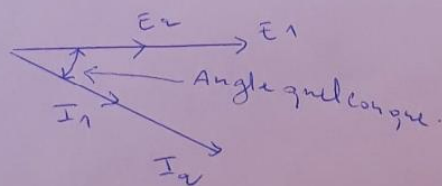
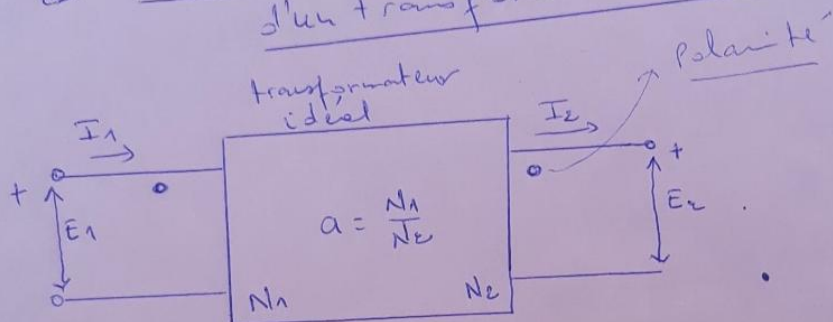
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

on tire

$$E_1 \cdot I_1 = E_2 \cdot I_2$$

\Rightarrow La puissance apparente absorbée au primaire
 est donc égale à la puissance débitée par le secondaire.
 Il s'ensuit que les puissances active et réactive
 débitées par le secondaire sont exactement égales à
 celles absorbées par le primaire.

\Rightarrow Conventions et représentation symbolique
d'un transformateur idéal



I_1 et I_2
 sont en phase

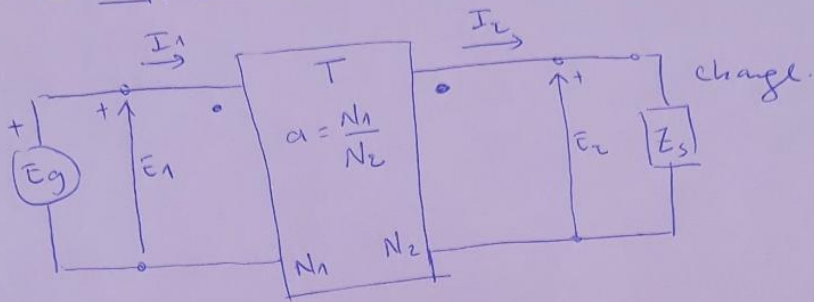
$$a = \frac{N_1}{N_2}$$

Il s'ensuit que :

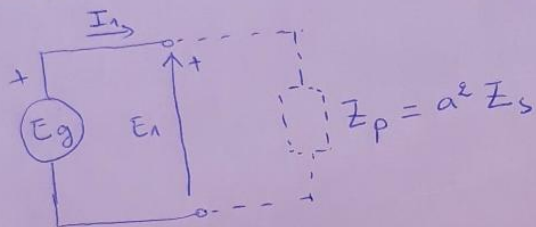
$$E_1 = a E_2$$

$$I_2 = a \cdot I_1$$

▣ Rapport d'impédance



Le transformateur modifie une tension ou un courant ainsi une transformation d'impédance. \Rightarrow



L'impédance vue par la source est a^2 fois l'impédance réelle.

$$1) \quad E_1 = a \cdot E_2 \quad \text{et} \quad I_1 = \frac{I_2}{a} \quad (1)$$

$$2) \quad Z_s = \frac{E_2}{I_2} \quad (2)$$

$$3) \quad Z_p = \frac{E_1}{I_1} \quad (3)$$

substituant les équations (1) et (2) dans (3) on obtient

$$Z_p = \frac{E_1}{I_1} = \frac{a \cdot E_2}{I_2/a} = a^2 \cdot \frac{E_2}{I_2} = a^2 \cdot Z_s$$

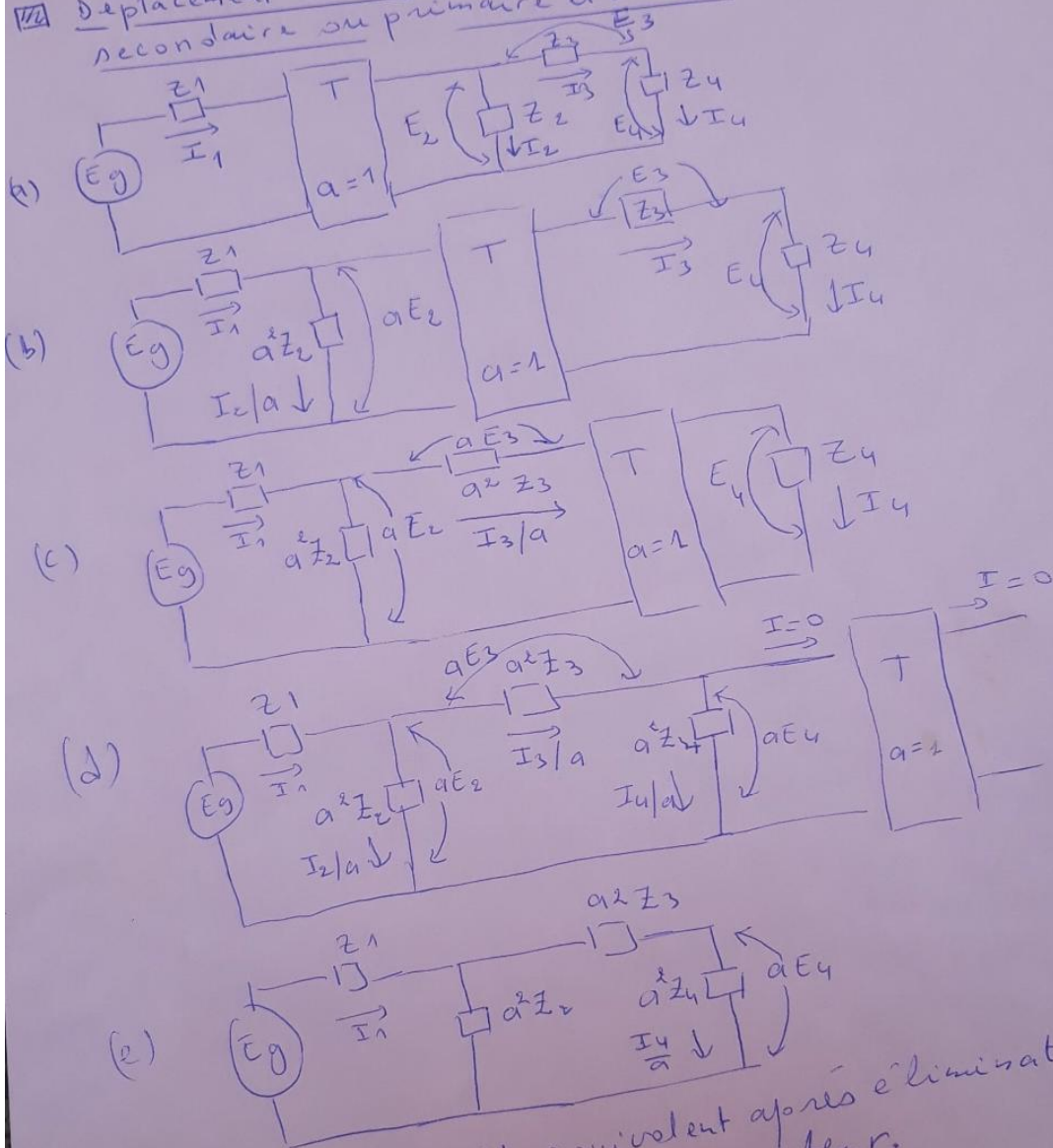
$$\boxed{Z_p = a^2 \cdot Z_s}$$

Z_p : impédance vue entre les bornes du primaire [Ω]

Z_s : impédance réelle entre les bornes secondaire [Ω]

a : rapport de transformation.

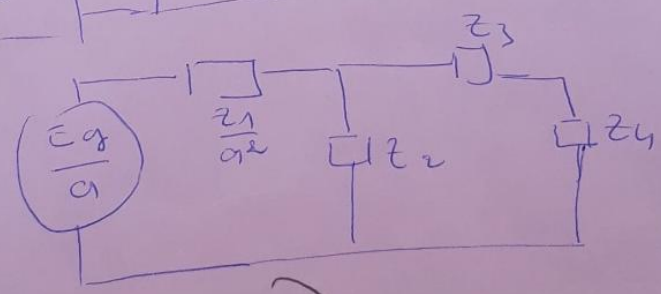
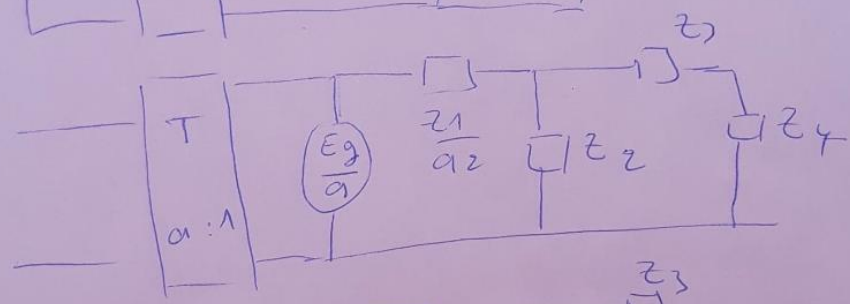
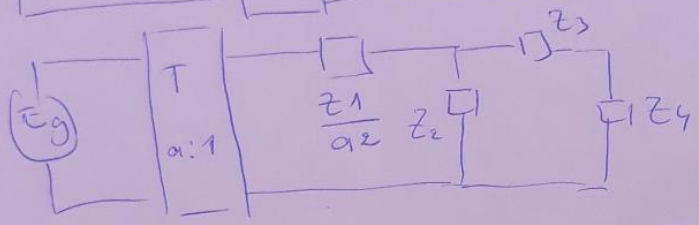
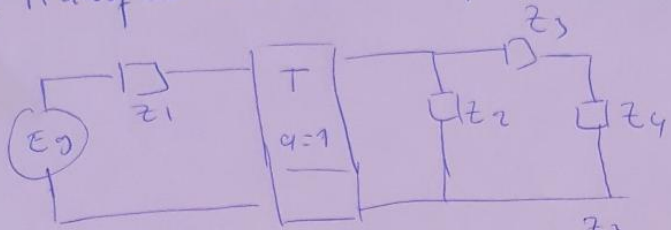
Déplacement des impédances du secondaire au primaire et vice versa



Circuit équivalent après élimination du transformateur.

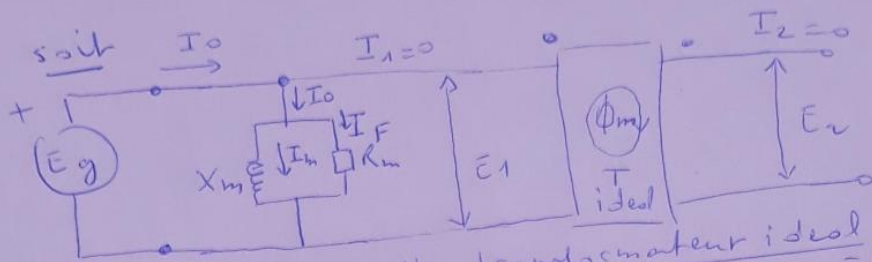
R₁: les impédances sont rapportées au côté primaire

Ex 7 Transfer des éléments primaires au côté secondaire



Ex 7

IV. 2.3 Transformateur idéal comportant un noyau réel



Circuit d'un transformateur idéal comportant un noyau réel.

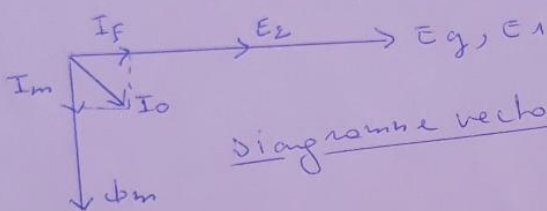


Diagramme vectoriel des variables

$$R_m = \frac{E_1^2}{P_m}$$

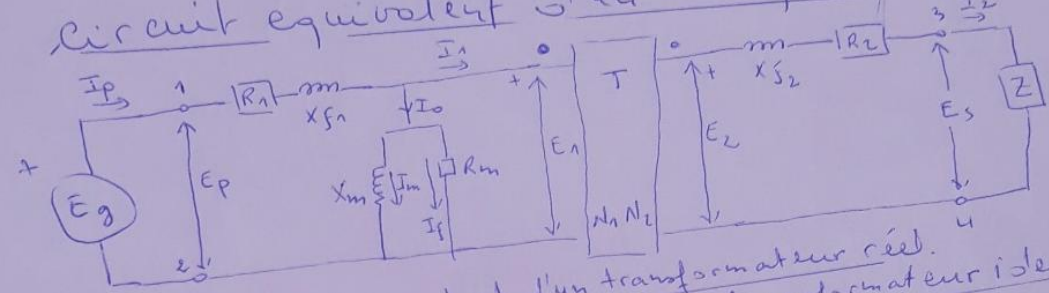
$$X_m = \frac{E_1^2}{\Phi_m}$$

- R_m : résistance représentant les pertes dans le fer [Ω]
- X_m : Réactance magnétisante du primaire [Ω]
- E_1 : tension induite au primaire [V]
- P_m : pertes dans le fer [W]
- Φ_m : flux qui crée le flux mutuel Φ_m [Var].

$$\Phi_m = \frac{E_1}{4,44 f N} = \frac{E_g}{4,44 f N}$$

IV. 2. 4

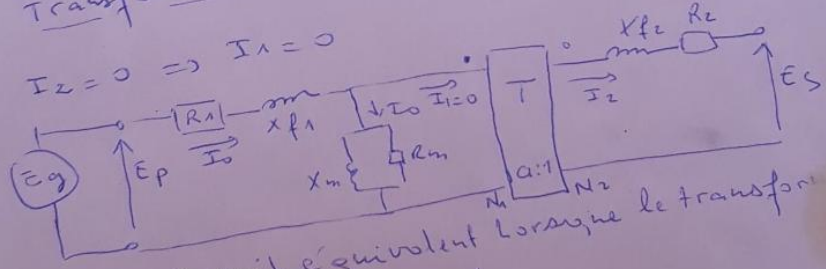
Circuit équivalent d'un transformateur,



Circuit équivalent d'un transformateur réel.
Le rectangle T représente un transformateur idéal.

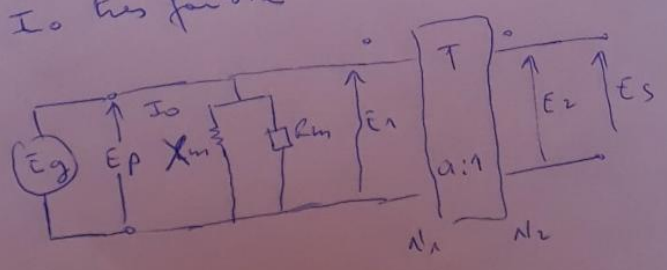
- R_1 : Résistance d'enroulement primaire.
- R_2 : " " " " secondaire.
- X_{f1} : Réactance de fuite au primaire.
- X_{f2} : " " de fuite au secondaire.

⊗ Transformateur fonctionnant à vide

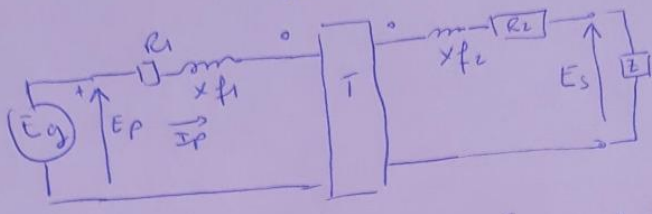


Circuit équivalent lorsque le transformateur est à vide.

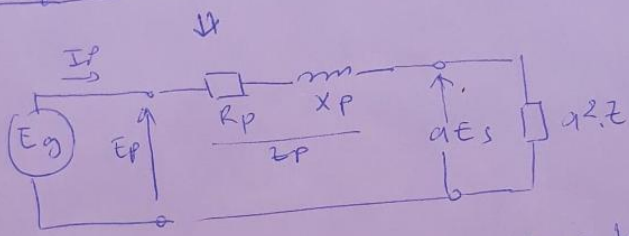
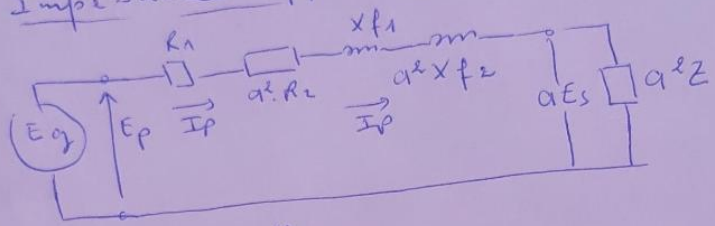
I_0 très faible $\Rightarrow \Delta U_{R1} = \Delta U_{R2} \approx 0$



☒ Transformateur fonctionnant en charge.
 (charge est supérieure à 20% de la puissance nominale du transformateur).



☒ Impédances rapportées au côté primaire



$R_p = R_1 + a^2 R_2$ (résistance totale rapportée au primaire du T)
 $X_p = X_{f1} + a^2 X_{f2}$ (réactance totale rapportée au secondaire du T).

$Z_p = \sqrt{R_p^2 + X_p^2}$

☒ Un gros transformateur

