جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الاقتصادية و التجارية
وعلوم التسيير
التاريخ: 2022/06/08

مجال العلوم الاقتصادية والتسيير
والعلوم التجارية LMD-SEGC
السنة الأولى 2022/2021
المدة: ساعة

امتحان نهاية السداسي في مقياس الإحصاء 02

الاسم واللقب:..... الفوج:..... التخصص والسنة للمؤجلين فقط:.....

التمرين الأول: (4ن)

يحتوي امتحان على 12 سؤالا، حيث اقترحنا لكل سؤال 4 اجابات من بينها واحدة فقط صحيحة. لنفرض أن X متغير عشوائي يمثل عدد الإجابات الصحيحة في كل ورقة إجابة. أخذنا – بشكل عشوائي - ورقة اجابة لأحد الطلبة:

1. ما هو التوزيع الاحتمالي الذي يخضع له X؟ حدد معالمه.

التوزيع الاحتمالي الذي يخضع له X هو التوزيع الثنائي، ونكتب $X \rightsquigarrow B(n,p)$ حيث $p=0,25$ و $n=12$ معالمة

$X \rightsquigarrow B(12, 0,25)$

$P(X=k) = C_n^k p^k q^{n-k}$

2. أحسب احتمال ألا نجد أي اجابة صحيحة في هذه الورقة.

$P(X=0) = C_{12}^{0} (0,25)^0 (0,75)^{12} = (0,75)^{12} = 0,0317$

3. أحسب احتمال أن نجد إجابتين صحيحتين على الأقل.

$P(X \geq 2) = 1 - P(X<2) = 1 - [P(X=0) + P(X=1)]$

$= 1 - [0,0317 + C_{12}^{1} (0,25)^1 (0,75)^{11}]$

$= 1 - [0,0317 + \frac{12!}{1! \, 11!} (0,25)^1 (0,75)^{11}]$

$= 1 - [0,0317 + 0,1267] = 1 - 0,1584 = 0,8416$

4. كم تتوقع أن يكون عدد الإجابات الصحيحة التي حصل عليها هذا الطالب؟

$E(X) = np = 12(0,25) = 3$

أي حساب التوقع الرياضي،

أي أننا نتوقع بأن 3 إجابات صحيحة.

التمرين الثاني: (7ن)

تتكون إحدى القرى الساحلية من 500 أسرة، فإذا كان الاستهلاك السنوي من السمك في هذه القرية يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره 12 كغ وانحراف معياري قدره 1.5 كغ.

1. **أحسب نسبة الأسر التي تستهلك أقل من 13.5 كغ.**

$P(X \leq 13,5) = P(Z \leq z_1)$

$z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} = \frac{13,5 - 12}{1,5} = (+1)$

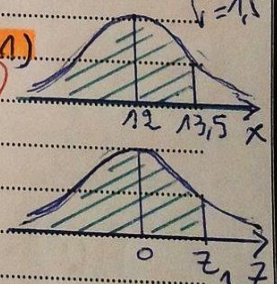
$P(X<13,5) = P(Z \leq 1)$

$= 0,5 + P(0 \leq Z \leq 1)$

$= 0,5 + 0,3413$ (جدول ت.ط المعياري)

$= 0,8413$

$= 84,13\%$



2. **أحسب عدد الأسر الذي يستهلك أكثر من 9 كغ في السنة.**

$P(X \geq 9) = P(Z \geq z_2)$

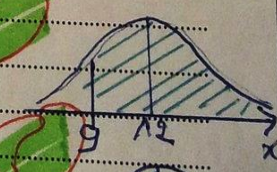
$z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma} = \frac{9 - 12}{1,5} = (-2)$

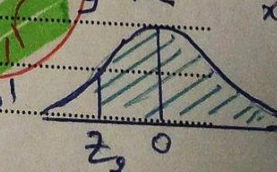
$P(X \geq 9) = P(Z \geq (-2))$

$= 0,5 + P(-2 \leq Z \leq 0) = 0,5 + P(0 \leq Z \leq 2)$

$= 0,5 + 0,4772 = 0,9772 = 97,72\%$

عدد الأسر $= 0,9772 \times 500 = 488,6$ أسرة ≈ 489





اقلب الورقة .../...

3. أحسب قيمتي الوسيط والربيع الثالث واشرح معناهما (باختصار)

قيمة الوسيط هي نصف قيمة المتغير الإحصائي بحيث الترتيب الطبي متناظر

$Me = E(x) = 12,164$

ويعني أن 50% أسرة من هذه القرية تستهلك سنويا 12 ألف من الماء أو أقل

لحساب قيمة Q_3: نبحث في جدول Z عن قيمة Z_3 المقابلة لاحتمال 0,7500

نختار اصغرهما او متوسطهما $Z = 0,67$ ، $Z = 0,68$

نعلم أن: $Z = (x - m)/\sigma \Rightarrow x = Z\sigma + m$

$= 0,67(1,5) + 12 = 13,02 = Q_3$

يعني أن 75% من الأسر في هذه القرية تستهلك حوالي 13 ألف من الماء أو أقل و 25% تستهلك أكثر من هذه الكمية سنويا.

التمرين الثالث: (5ن) لتكن لدينا الدالة f معرفة كما يلي:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda x^2, & X \in [0,3] \\ 0, & X \notin [0,3] \end{cases} \quad (\lambda \in \mathcal{R})$$

1. أحسب قيمة العدد الحقيقي λ لتكون f دالة كثافة احتمالية.

لتكون f دالة كثافة احتمالية يجب توافر الشرطين

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 & \text{---(1)} \\ \int_0^3 f(x)\,dx = 1 & \text{---(2)} \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow \left(\int_0^3 \lambda x^2\,dx = 1\right) \Leftrightarrow \left(\lambda \int_0^3 x^2\,dx = 1\right) \Leftrightarrow \left(\lambda \left|\frac{x^3}{3}\right|_0^3 = 1\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(\lambda\left[\frac{3^3}{3} - \frac{0^3}{3}\right] = 1\right) \Leftrightarrow (9\lambda = 1) \Rightarrow \lambda = \frac{1}{9}$$

ولما $\lambda = \frac{1}{9}$ يحقق الشرط (1) إذن:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{9}x^2 & \text{---} X \in [0,3] \\ 0 & \end{cases}$$

2. أحسب احتمال ان يكون X أكبر من 2.

$$P(X \geq 2) = \int_2^3 \frac{1}{9}x^2\,dx = \frac{1}{9}\int_2^3 x^2\,dx = \frac{1}{9}\left|\frac{x^3}{3}\right|_2^3 = \frac{1}{9}\left[\frac{27}{3} - \frac{8}{3}\right]$$

$$= \frac{1}{9}\left[\frac{19}{3}\right] = \frac{19}{27} = 0,7073$$

[أو يترك كما على شكل كسر]

3. أحسب تابع التوزيع F(2).

$$F(2) = P(X \leq 2) = 1 - P(X \geq 2)$$

$$= 1 - \frac{19}{27} = \frac{27}{27} - \frac{19}{27} = \frac{8}{27} = 1 - 0,7073 = 0,2963$$

التمرين الرابع (4ن): في إحدى ورشات إصلاح المكيفات، تبين أن مدة إصلاح المكيف تتبع توزيع أسيا بمعدل 3 ساعات لكل مكيف.

لنفرض أن أحد المكيفات أدخل ورشة الإصلاح الآن.

$X \rightsquigarrow e(\frac{1}{3})$

1. أحسب احتمال أن تزيد مدة إصلاحه عن المعدل العام.

$E(x) = 3 = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3}$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - F(3) = 1 - \left[1 - e^{-\frac{1}{3}(3)}\right]$$

$$= 1 - [1 - e^{-1}] = 1 - 0,6321 = 0,3679$$

2. فرضا وصل إلى الورشة في يوم معين 30 مكيفا، أحسب عدد المكيفات التي قلت مدة اصلاحها عن المعدل العام.

احتمال أن مدة إصلاح المكيف تقل عن المعدل العام هي 0,6321 (مما سبق)

إذن عددها $= 0,6321 \times 30 = 19$ مكيفا.

انتهى... بالتوفيق.