محاضرة 4 . دراسة معنوية ملائمة النموذج: اختبار فيشر أو اختبار F : تحليل التباينAnova

الهدف من اختبارفيشر (F) أو ما يعرف بتحليل التباين لـ Anova هو الإجابة على السؤال التالي:هل النموذج الخطي ملائم (مناسب) للتعبير عن العلاقة بين X و Y؟ أم لا؟

بهدف التأكد من ملائمة النموذج الخطي للعلاقة بين X و Y يستعمل ما يعرف بجدول تحليل التباين ويعتمد هذا الأخير على الفرضيتين التاليتين:

$$\begin{cases} H_0 : \beta_1 = 0 & \text{(النموذج غير ملائم)} \\ H_1 : \beta_1 \neq 0 & \text{(النموذج ملائم)} \end{cases}$$

كما رأينا سابقا في اختبار الفروض فإننا دائما نحتاج إلى قيمتين: - قيمة محسوبة [دالة الاختبار]

- قيمة نظرية [جدولية]

من خلالهما تتم المقارنة بين القيمتين حيث قيمة دالة الاختبار تستخرج مما يعرف بجدول التباين:

- جدول تحليل التباين: "Anova "

مصدر التباين	مجموع المربعات ①	درجة الحرية ②	MSC ①/②	قيمة دالة الاختبار FC
الانحدار	SCE	1	$SCE/1$	$=\frac{SCE}{SCR/(n-2)}$
البواقي	SCR	n-2	$SCR/(n-2)$	
المجموع	SCT	n-1		

قيمة دالة الاختبار رمزها F_C وقيمة الدالة النظرية F_t

أولا: حساب F_C

$$Fc = \frac{SCE}{SCR/n-2}$$

$$SCE = \Sigma(\hat{\gamma} - \hat{y})^2 = \hat{\beta}_1^2 \Sigma(x_i - \bar{x})^2 = \hat{\beta}_1^2 \left[\Sigma x_i^2 - n\bar{x}^2\right]$$

$$SCR = SCT - SCE$$

$$SCT = \Sigma(y - \bar{y})^2 = \Sigma y_i^2 - n\bar{y}^2$$

ثانيا: تعيين القيمة النظرية (الجدولية) F_t

$$F_t = F_{(1-\alpha)}^{(V_1,V_2)}$$

$$F_t = F_{1-\alpha}^{1,n-2}$$

$$V_1 = 1$$

$$V_2 = n-2$$

* إذا وجدنا أن $F_t < |Fc|$

نرفض H_0 لصالح H_1 أي النموذج ملائم لتمثيل العلاقة الخطية بين X و Y عند مستوى معنوية $\alpha\%$.

* أما إذا حدث العكس في هذه الحالة نقبل H_0 ونرفض H_1 أي النموذج غير ملائم عند مستوى معنوية $\alpha\%$.

* **مثال**: باعتماد نفس معطيات المثال السابق ومع افتراض أن: $\boxed{\hat{y} = 0.25 + 0.717x_i}$

س1. اختبر ملائمة النموذج (اختبار فيشر) عند مستوى معنوية 5%.

س2. أرسم جدول تحليل التباين :Anova

الحل:

$$\begin{cases} H_0 : \beta_1 = 0 & \text{(النموذج غير ملائم)} \\ H_1 : \beta_1 \neq 0 & \text{(النموذج ملائم)} \end{cases}$$

حساب Fc:

$$Fc = \frac{SCE}{SCR/n-2}$$

$$SCE = \hat{\beta}_1^2 \Sigma(x_i - \bar{x})^2 = \hat{\beta}_1^2 \left[\Sigma x_i^2 - n\bar{x}^2\right]$$

$$= (0.717)^2 \left[855 - 9(\frac{85}{9})^2\right]$$

$$SCE \simeq 26.8422$$

$$SCR = SCT - SCE$$

$$SCT = \Sigma y_i^2 - n\bar{y}^2 = (595)^2 - (9)(\frac{74}{9})^2$$

$$= \boxed{34,8889}$$

$$SCR = SCT - SCE$$

$$SCR = 34,8889 - 26,8422$$

$$\boxed{SCR = 8,0467}$$

$$F_C = \frac{26,8422}{8,0467 \big/ (9-2)} \Rightarrow \boxed{Fc = 23,3506}$$

ثالثا: تعيين F_t:

$$F_t = F_{1-\alpha}^{(1,n-2)} = F_{1-0,05}^{1,7} = F_{0,95}^{1,7}$$

$$\boxed{F_t = 5,99}$$

ومنه $F_t < |F_c|$ إذا نقبل H_1 ونرفض H_0 ومنه النموذج ملائم لتمثيل العلاقة الخطية بين x و y عند مستوى معنوية أو مستوى دلالة 5%.

جدول تحليل التباين Anova:

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجة الحرية	MSC	FC
الانحدار	SCE=26,8422	1	26,8422	23,3506
البواقي	SCR=8,0467	n-2=7	-1,1495	/
المجموع	SCT=34,8889	9-1=8	/	/