

Protocole de TP 03 :

Exécution De la Régression Linéaire Simple

Pour valider une modèle de la régression linéaire simple, il faut que les conditions suivantes soient satisfaites :

- a) Deux variables quantitatives mesurées : X=Explicative (indépendante), et la variable à expliquer Y (Dépendante).
- b) La loi des erreurs est Gaussienne.

Il faut comprendre bien que la réponse d'une question posée s'appelle une variable aléatoire.

Tout réponse qui termine par une unité des mesures, est appelé une variable quantitative mesurable.

Tout réponse qui termine par des lettres, est appelé une variable qualitative.

Alors, notre objectif dans la curent TP c'est

- 1) Etablir la valeur numérique du coefficient de corrélation entre X et Y (est noté par r).
- 2) Tester la signification du modèle.
- 3) Etablir l'intervalle de confiance pour le coefficient A.
- 4) Etablir le coefficient de détermination de la régression R.
- 5) Etudier la normalité d'erreurs.

I) **Brief sur le Modèle de la Régression Linéaire Simple**

On peut poser les questions suivantes :

Existe-il une influence de la variable explicative X sur la variation de la variable à expliquer Y ?.

Peut-on assurer que cette influence s'écrit sous forme Linéaire ?.

Voici le tableau des données statistique, les mesures à été fait sur un échantillon de k individus.

X	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x _k	
Y	y ₁	y ₂	y ₃	y ₄	y ₅	y _k	

Pour cela on veut écrire la relation entre les deux variables X et Y sous la forme suivante :

$$Y = f(X).$$

Ou bien pour chaque couple mesurable (xi,yi), avec i∈ {1,2,3,4,5, ... k}, par la relation

$$y_i = Ax_i + B + \varepsilon_i.$$

avec ε_i sont les erreurs (les distences qui se trouvent entre le point (xi,yi) et la droite linéaire,

Remarque : la loi de la variable aléatoire qui exprime les erreurs suit la loi de Gauss. (Condition « b » pour valider modèle de la régression Linéaire Simple).

Pour cela on doit ordonner les réponses par les étapes suivantes

Proposition d'hypothèses

Hypothèse nulle H_0 : (Il n'existe pas une liaison entre X et Y).

Hypothèse alternative H_1 : (Il existe une liaison entre X et Y).

Conclusion (la décision)

Pour la décision, on utilise souvent la règle suivante :

Si Signification inférieure à $\alpha\%$. Alors on rejette H_0 .

Si Signification supérieure à $\alpha\%$. Alors on accepte H_0 .

Exemple:

Le tableau suivant, donne les résultats d'une expérience statistique porte sur 10 étudiants, nombre d'heures de la révision dans la semaine avant l'examen, et l'augmentation de notes obtenus sur module Mathématiques.

nombre d'heures	10	11	14	15	20	25	46	50	59	70
augmentation de notes	10	10	12	12	13	13	19	15	16	20

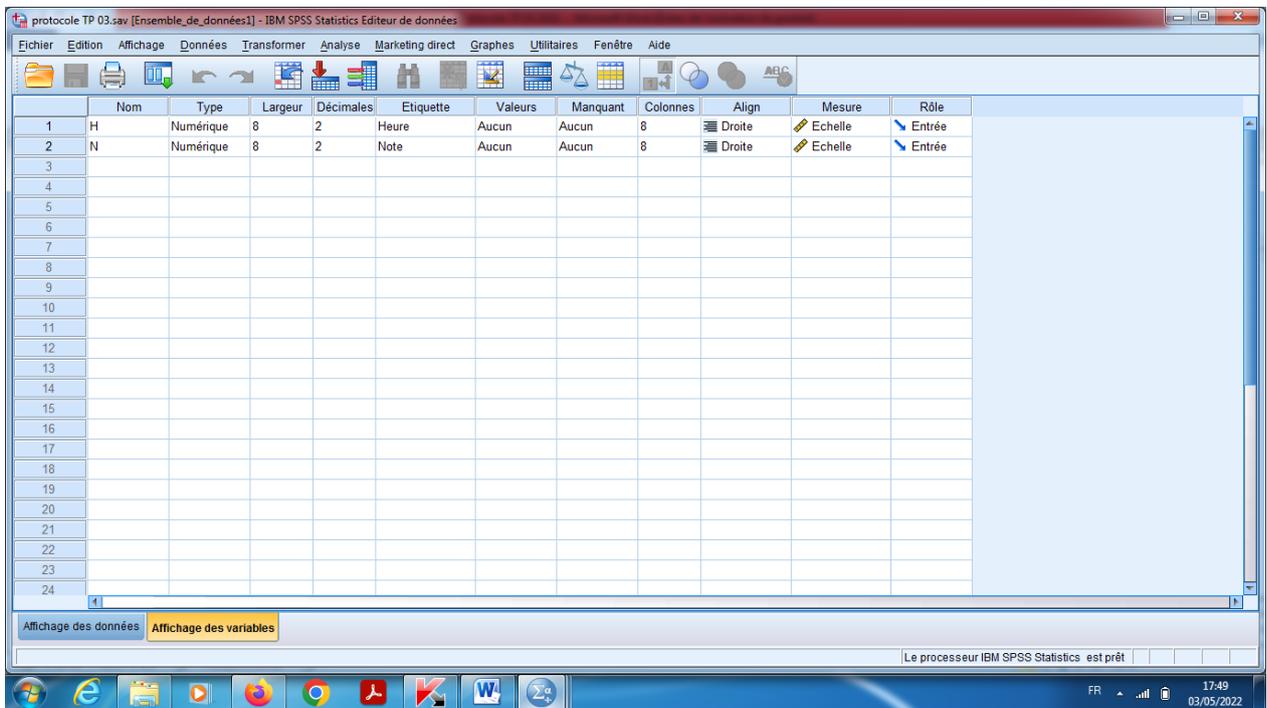
- 1) Etablir la valeur numérique du coefficient de corrélation entre X et Y (est noté par r).
- 2) Tester la signification du modèle.
- 3) Etablir l'intervalle de confiance pour le coefficient A.
- 4) Etablir le coefficient de détermination de la régression R.
- 5) Etudier la normalité d'erreurs.

Reponse

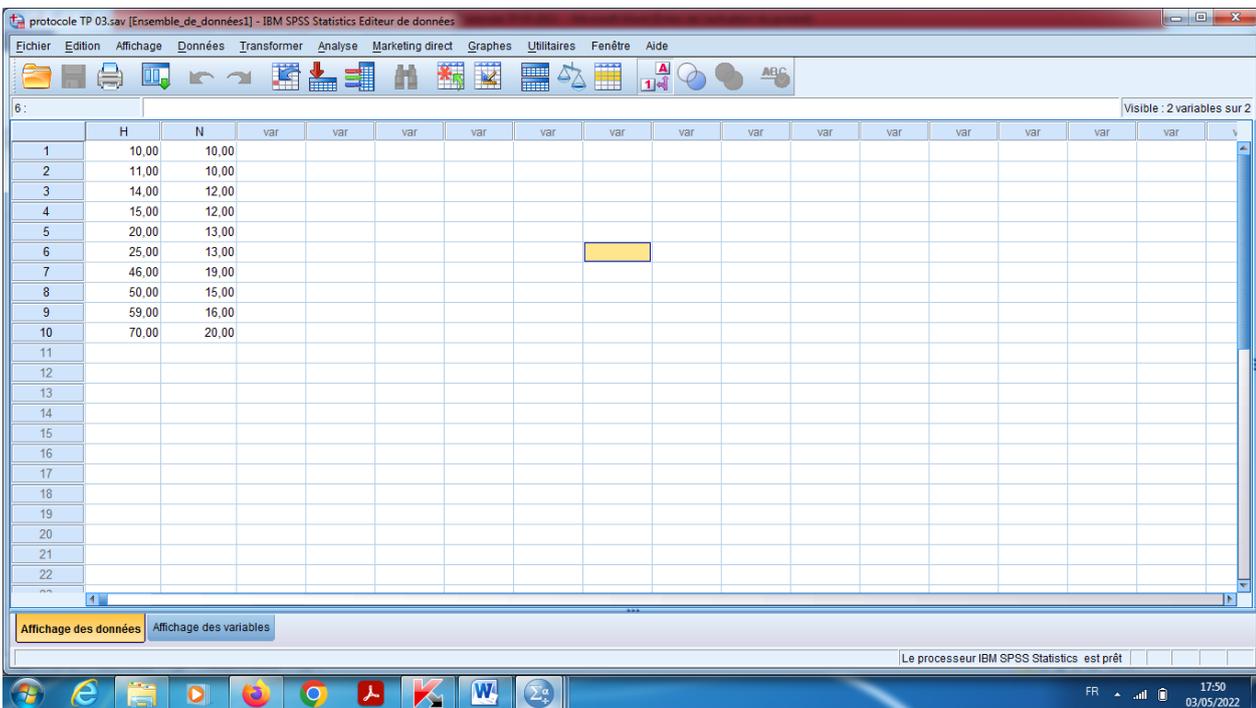
Pour cela, tout d'abord il faut entrer ces données dans Logiciel SPSS.

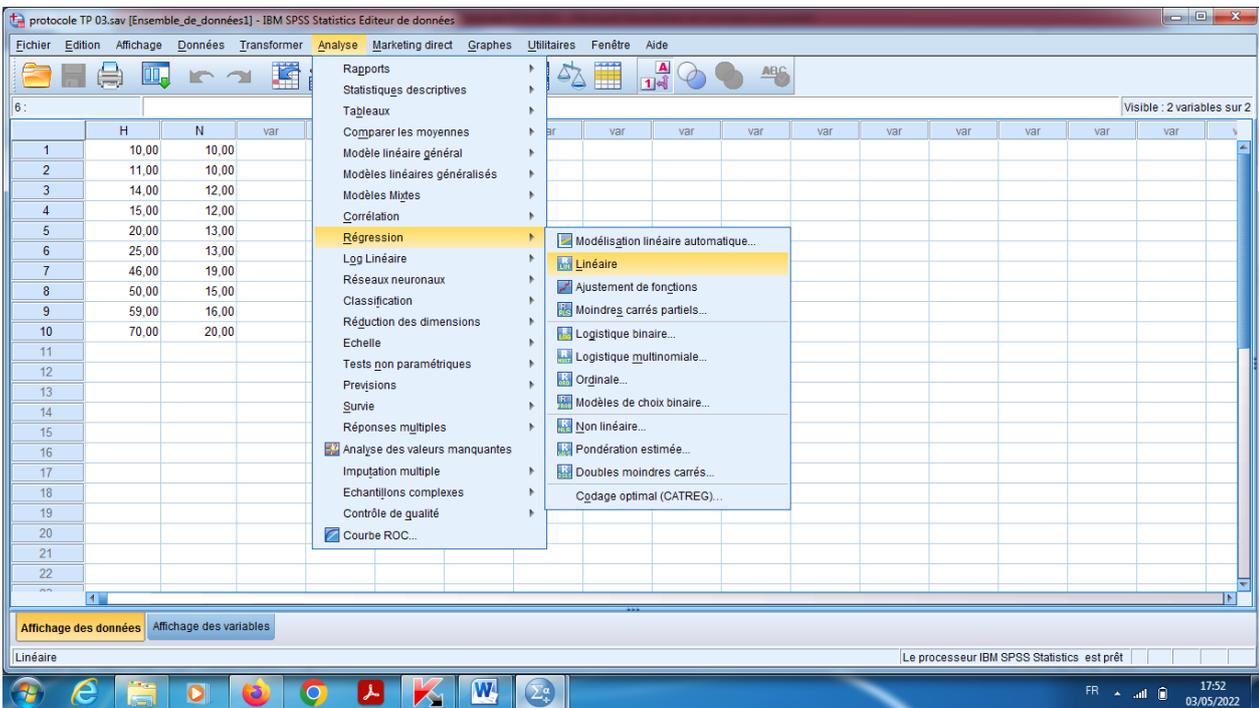
Nous suivons les étapes suivantes:

- a) Il faut définir dans la barre en bas « Affichage des variables » : les variables (deux quantitatives de type numérique, et de mesure Echelle) suivantes: X=Volume Horaire, Y=Augmentation des notes.

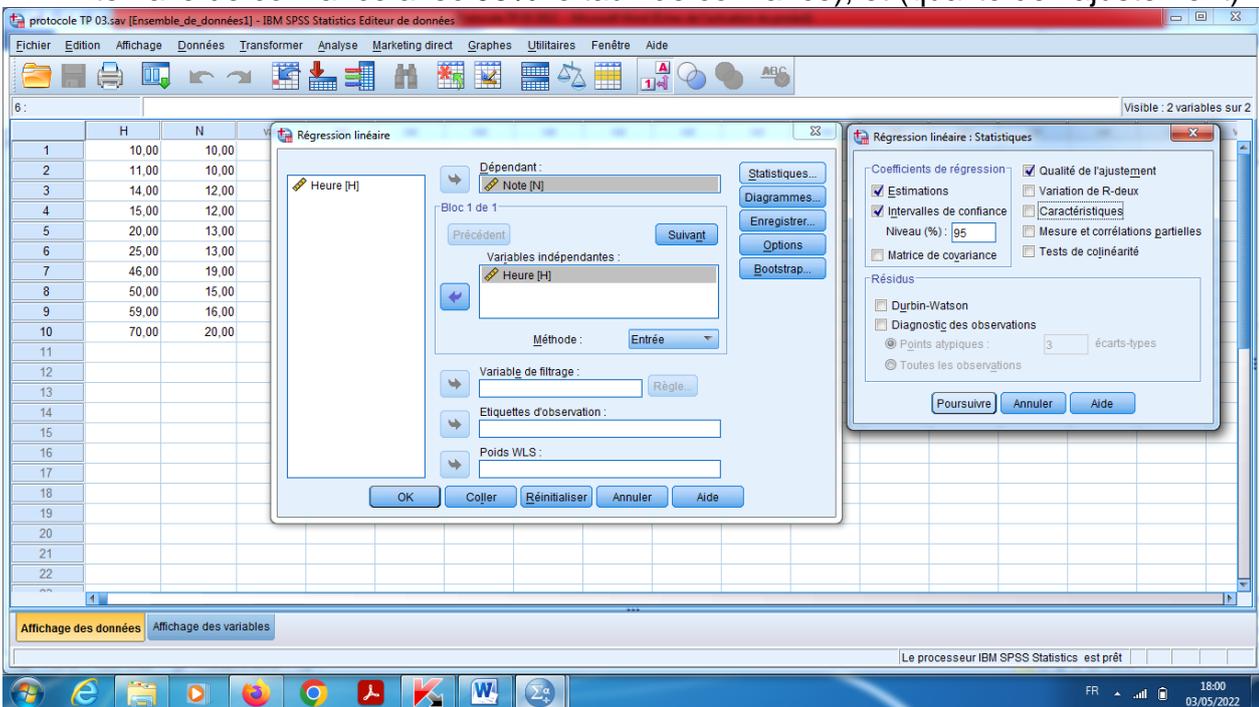


b) On introduit les données dans la barre « Affichage des données ».

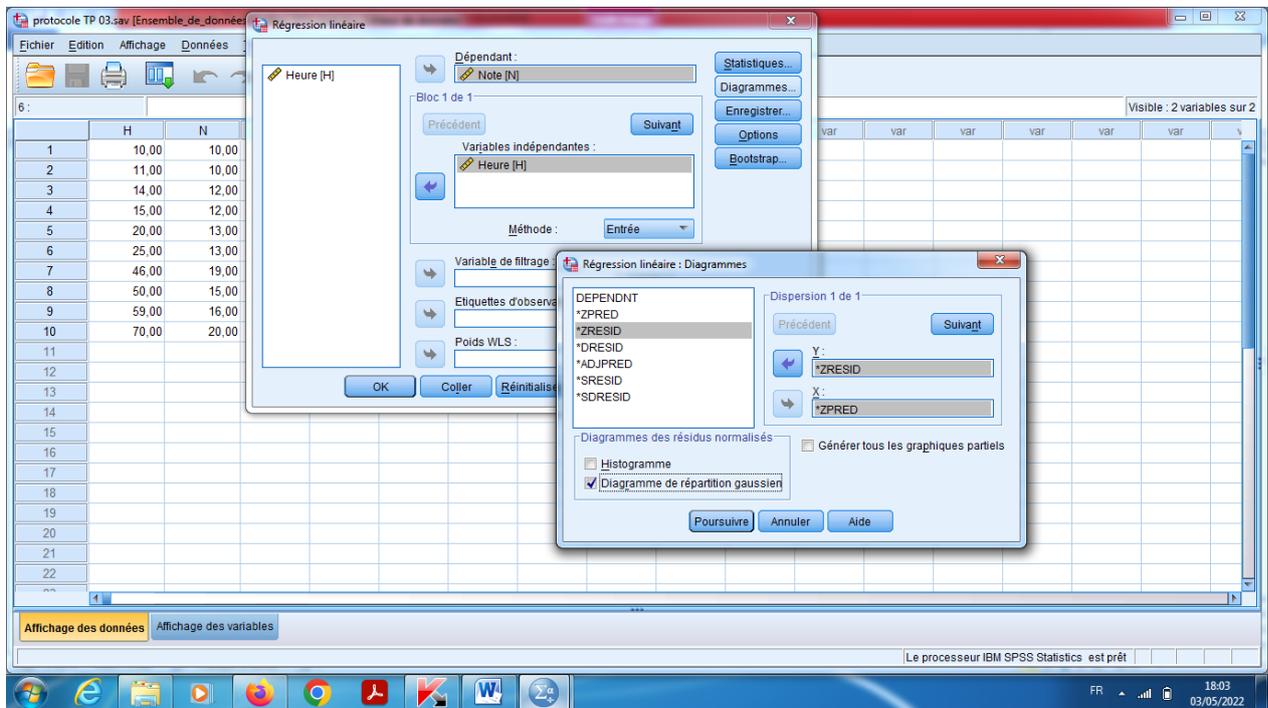




- c) On pose la variable à expliquer Y = Note dans le choix « dépendante », et dans le « variables indépendantes » on pose la variable explicative X = Heure.
- d) On garde la méthode utilisée (Entrée).
- e) Dans le choix « Statistiques », on choisit sur « Coefficients de régression » (Estimation et intervalle de confiance avec 95% le taux de confiance), et (qualité de l'ajustement).



- f) Dans le choix « Diagramme », on pose (ZPRED=X), et (ZRESID=Y), et surtout n'oublie pas de cocher sur (Diagramme de répartition Gaussien), pour savoir est-ce que deuxième condition de validation est vraie pour assurer que le Modèle de la Régression Linéaire Simple est applicable.

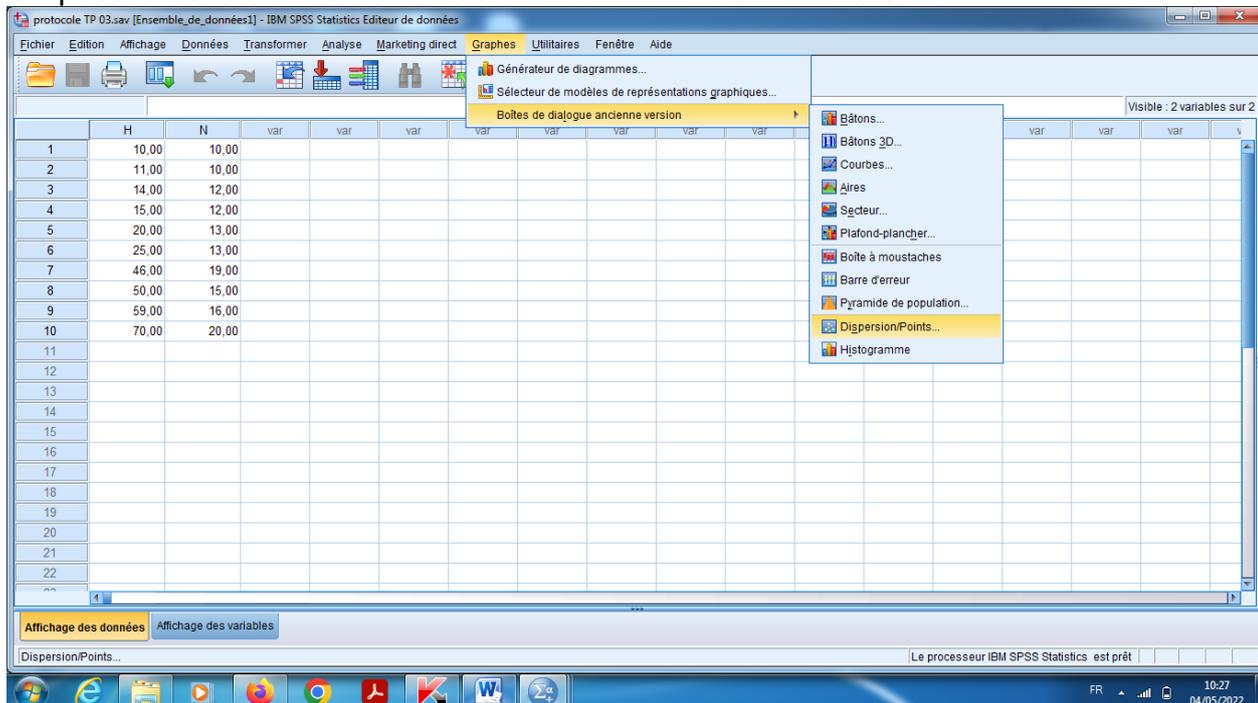


g) En fin OK.

h) Pour voir Nuage des points, en suivant les étapes :

Graphs, puis Boite de dialogue anciennes version, puis choisir Dispersion/Points, et puis Dispersion Simple.

On pose la variable X et La variable Y sur l'axes X et Y. Puis OK.



Interprétation des résultats

1) On constat ici que les résultats sont organiser selon les tableaux :

Dans le tableau 1 « Variables introduits », on remarque qu'il y 'a une seule variable explicative X=Volume Horraires (c'est pour ca notre modèle prend son nom), et modèle « 1 ».

Dans le tableau 2 « Récapitulatif des modèles », on remarque que la valeur de coefficient de corrélation « r : notation de cours » ici dans SPSS est noté par « R =0,913 » ,c'est-à-dire qu'il y a une très bonne corrélation entre Volume Horaire et l'augmentation des notes, de plus la valeur de coefficient de détermination de la régression c'est « R²=0,833 » c'est-à-dire que le taux de corrélation c'est 83,3% (parmi 100 points il y a 83 qui se trouvent dans la droite ».

D'autre part, on propose l'hypothèses suivantes :

H0 : « Notre modèle de régression n'est pas corrélé ».

H1 : « Notre modèle de régression est bien corrélé ».

Alors, on peut remarquer dans le tableau 3 de l'Analyse de la Variance que la valeur « Sig=0,000<0,05 », donc on accepte H1, c'est-à-dire qu'il y a une liaison significative entre X=Heure et Y=Notes, ou bien notre modèle est globalement significative, avec un taux de signification c'est 100%.

The screenshot shows the IBM SPSS Statistics interface with the following data tables:

Variables introduites/supprimées^a

Modèle	Variables introduites	Variables supprimées	Méthode
1	Heure ^b	.	Entrée

a. Variable dépendante : Note
b. Toutes variables requises saisies.

Récapitulatif des modèles^b

Modèle	R	R-deux	R-deux ajusté	Erreur standard de l'estimation
1	,913 ^a	,833	,813	1,49999

a. Valeurs prédites : (constantes), Heure
b. Variable dépendante : Note

ANOVA^a

Modèle		Somme des carrés	ddl	Moyenne des carrés	D	Sig.
1	Régression	90,000	1	90,000	40,001	,000 ^b
	Résidu	19,000	8	2,250		
	Total	109,000	9			

a. Variable dépendante : Note
b. Valeurs prédites : (constantes), Heure

2) Dans le tableau 4, on peut voir les valeurs à estimer pour la droite de la régression linéaire, avec « A=0,143 et B=9,436 » (dans le cours sont notés respectivement par α, β), c'est-à-dire que sur l'augmentation de 10 heures de la révision est donnée une augmentation de 0,143 sur les notes.

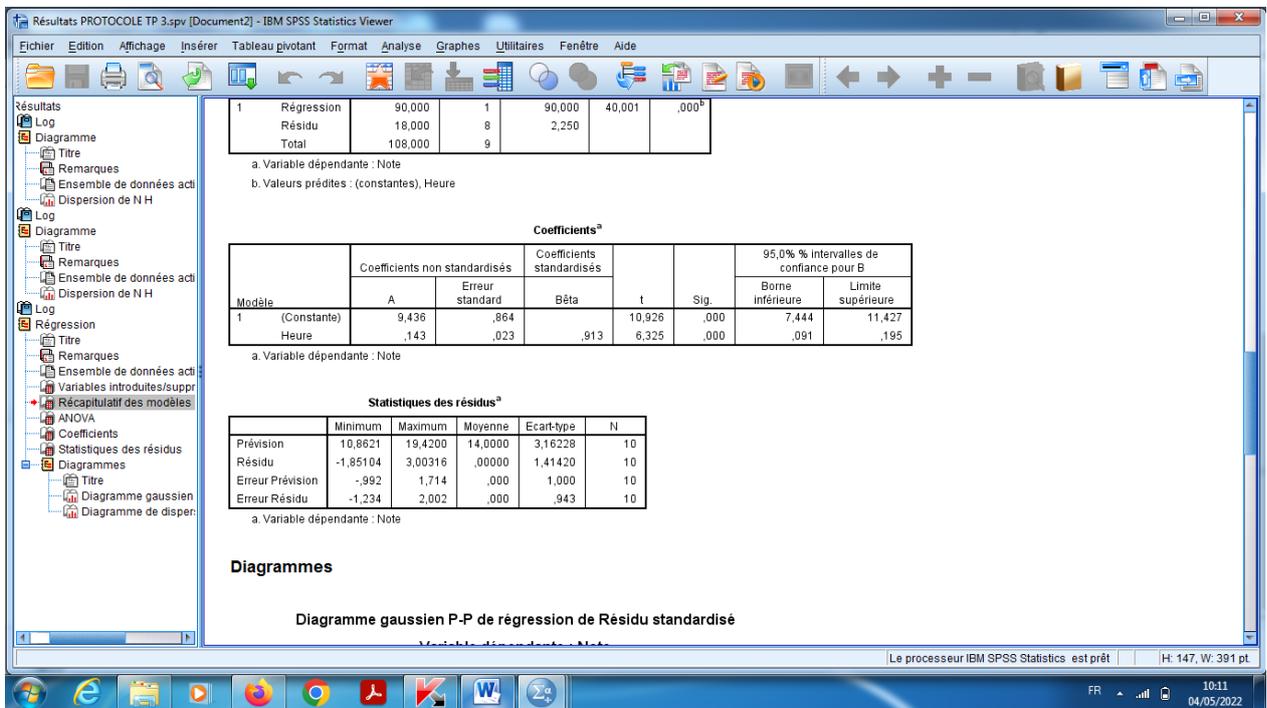
Alors la droite de régression s'écrit sous la forme :

$$y = 0,143x + 9,436.$$

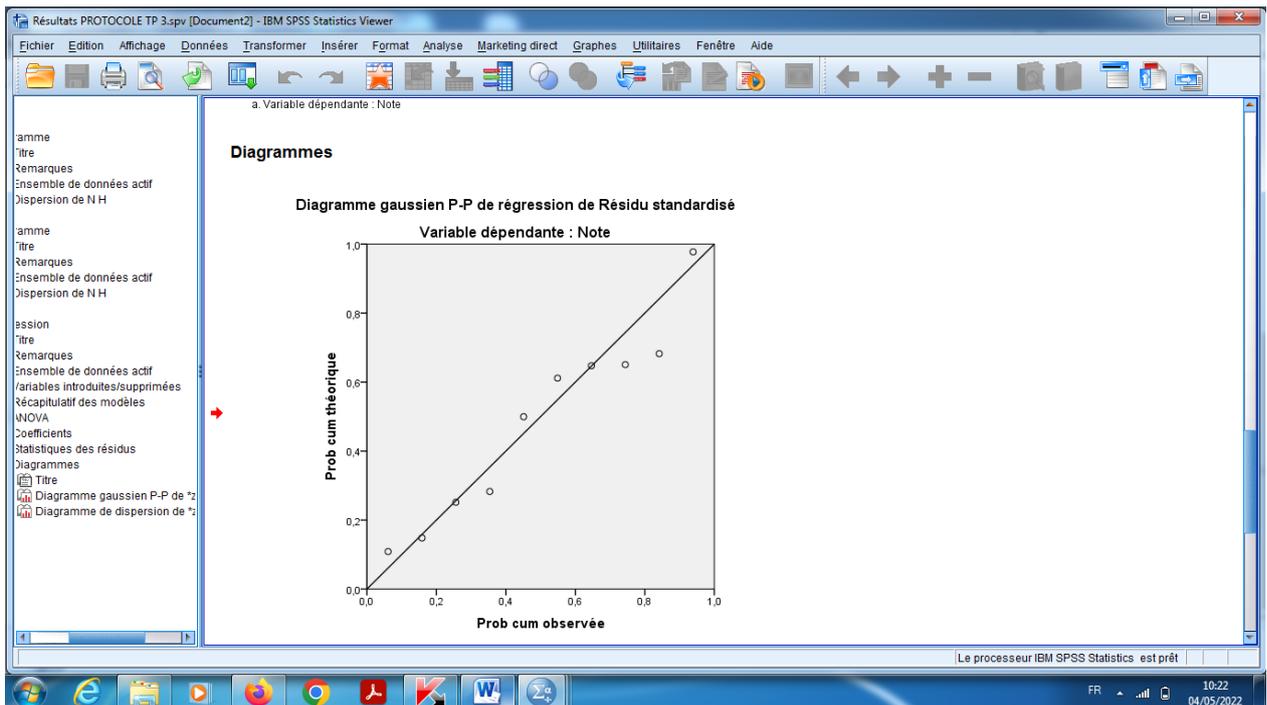
De plus pour l'intervalle de confiance pour le coefficient

$\alpha \in [0,091; 0,195]$, et $\beta \in [7,444; 11,427]$. « Voir les formules explicites dans le cours ».

Autrement dit que la pente de la droite peut être variée de 0,091 jusqu'à 0,195.



3) Dans le diagramme ci-dessous, on peut établir que condition de validation de la régression linéaire simple est valide, c'est-à-dire que les erreurs sont gaussiennes.



4) Pour Nuage des point et caractéristiques.

Double clic sur le graph, et on clique sur « Element » qui se trouve dans la barre de Menu, et puis choisir « Ajouter une courbe d'ajustement ».

$$R^2=0,833.$$

