حل الاختبار التجريبي 5 :

$$Z'_{\lambda} == CT - L.P_L - K.P_K = 0 \Leftrightarrow (3)$$

$$\lambda = \frac{4.L^{\frac{-2}{3}}.K^{\frac{2}{3}}}{3P_L} = \frac{8.L^{\frac{1}{3}}.K^{\frac{-1}{3}}}{3P_K}$$

$$\frac{K}{2L} = \frac{P_L}{P_K} \Leftrightarrow K = \frac{2P_L}{P_K}.L$$

- بتعويض قيمة L في معادلة ميزانية الإنتاج نجد:

$$CT = LP_L + \left(\frac{2P_L}{P_K}.L\right)P_K$$

حل الاختبار التجريبي 5 :

2- تجانس الدالة: هذه الدالة من نوع دوال كوب دوغلاس:

بتطبيق شرط تجانس الدالة نجد:

$$Q(tL,tK) = 4(tL)^{\frac{1}{3}}.(tK)^{\frac{2}{3}}$$
$$= t^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}.4.L^{\frac{1}{3}}.K^{\frac{2}{3}}$$
$$= t^{1}.Q$$

✓ نحن الآن بصدد دالةمتجانسة من الدرجة إنتاج الأولى.

3- تحديد طبيعة غلة الحجم: طبيعة غلة الحجم مرتبطة بقيمة h=1 غلة الحجم ثابتة.

حل الاختبار التجريبي 5 :

$$CT = 3L P_L$$

- دالة الطلب على العمل:

$$L = \frac{CT}{3 P_L}$$

ومنه تصبح قيمة K هي:

$$K = \frac{2P_L}{P_K} \cdot \left(\frac{CT}{3P_L}\right)$$

- دالة الطلب على رأس المال:

$$K = \frac{2CT}{3 P_K}$$

حل الاختبار التجريبي 5 :

4- إيجاد قيم Q,K,L:

$$L = \frac{CT}{3.P_L} \Leftrightarrow L = \frac{48}{(3).4}$$

$$L = 4$$

$$K = \frac{2CT}{3.P_K} \Leftrightarrow K = \frac{(2)48}{(3).8}$$

$$K = 4$$

- ✓ التوليفة المثلى من عوامل الإنتاج هي:(4,4)=(L,K).
- ✓ الإنتاج الكلي:

$$Q \equiv 4.4^{\frac{1}{3}}.4^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow Q = 16$$

حل الاختبار التجريبي 5 :

1- إيجاد دوال الطلب على L و K باستعمال طريقة لاغرانج:

لدينا دالة الهدف لهذا المنتج هي: $Z=\text{Max } Q+\lambda(CT-L\,PL-K\,PK)$

$$Z=4L^{\frac{1}{3}}\cdot K^{\frac{2}{3}}+\lambda\left(CT-L.P_L-K.P_K\right)$$

- المشتقات الجزئية الأولى هي:

$$Z'_L=4\frac{1}{3}L^{\frac{1}{3}-1}.K^{\frac{2}{3}}-\lambda.P_L=0\Leftrightarrow\lambda=\frac{\frac{4}{3}.L^{\frac{-2}{3}}.K^{\frac{2}{3}}}{P_L}\rightarrow(1)$$

$$Z'_K=4\frac{2}{3}L^{\frac{1}{3}}K^{\frac{2}{3}-1}-\lambda.P_K=0\Leftrightarrow\lambda=\frac{\frac{8}{3}\beta.L^{\frac{1}{3}}.K^{-\frac{1}{3}}}{P_K}\rightarrow(2)$$

حل الاختبار التجريبي 5 :

1- إيجاد دوال الطلب على L و K باستعمال طريقة لاغرانج:

لدينا دالة الهدف لهذا المنتج هي: $Z=\text{Max } Q+\lambda(CT-L\,PL-K\,PK)$

$$Z=4L^{\frac{1}{3}}\cdot K^{\frac{2}{3}}+\lambda\left(CT-L.P_L-K.P_K\right)$$

- المشتقات الجزئية الأولى هي:

$$Z'_L=4\frac{1}{3}L^{\frac{1}{3}-1}.K^{\frac{2}{3}}-\lambda.P_L=0\Leftrightarrow\lambda=\frac{\frac{4}{3}.L^{\frac{-2}{3}}.K^{\frac{2}{3}}}{P_L}\rightarrow(1)$$

$$Z'_K=4\frac{2}{3}L^{\frac{1}{3}}K^{\frac{2}{3}-1}-\lambda.P_K=0\Leftrightarrow\lambda=\frac{\frac{8}{3}\beta.L^{\frac{1}{3}}.K^{-\frac{1}{3}}}{P_K}\rightarrow(2)$$

حل الاختبار التجريبي 5 :

5- حساب حجم الانتاج الجديد:

بما ان غلة الحجم ثابتة فانه إذا ضاعفنا عوامل الإنتاج فان الإنتاج الكلي يتضاعف أيضا. t=2:

$$Q(2L,2K) = 4(2L)^{\frac{1}{3}}.(2K)^{\frac{2}{3}}$$
$$= 2.4.L^{\frac{1}{3}}.K^{\frac{2}{3}}$$
$$= 2.Q = 2(16) = 32$$

6- حساب المعدل الحدي للاحلال التقني أو الفني عند نقطة التوازن:

$$TMST_{L,K} = \frac{-MP_L}{MP_K} = \frac{-P_L}{P_K}$$

$$TMST_{L,K} = -\frac{\frac{4}{3}L^{\frac{-2}{3}}K^{\frac{2}{3}}}{\frac{8}{3}L^{\frac{1}{3}}K^{\frac{-1}{3}}} = -\frac{K}{2L} = -\frac{4}{2(4)} = -\frac{1}{2} = -0.5$$

$$TMST_{L,K} = -\frac{P_L}{P_K} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2} = -0.5$$

✓ **التفسير الاقتصادي:** نتنازل أو نتخلى عن وحدة واحدة من K مقابل زيادة وحدتين من L.

(نتنازل عن نصف وحدة من K مقابل زيادة وحدة واحدة من L).